கணிதச் செல்வம்

(பத்தாம் வகுப்புக்குரியது)

[ஆதாரத் திட்டம்]

ஆசிரியர் :

சு. செல்லப்பன், எம். ஏ., பி. டி.,

மாவட்டக் கழகக் கல்வி அலுவலர்

சேலம்

[Approved by the Madras Text-book Committee for class use, vide Fort St. George Gazette dated 17-5-1967, page 55.]

மங்கள நூலகம்

பிரசுரகர்த்தர்கள்

நுங்கம்பாக்கம் : : சென்னை 34

உரிமைப் பதிவு]

[விலை ரூ. 2·90

முதற் பதிப்பு :
ஜனவரி, 1967
திருத்திய பதிப்பு : 1967
இரண்டாம் பதிப்பு : 1967

இந் நூல் 10·9 கி. கி.,
51 × 76 ச. செ. மீ.
வெள்ளைத் தாளில்
அச்சிடப்பட்டது.

©

மங்கள நூலகம்
பிரசுரகர்த்தர்கள்
சென்னை - 34
(1967)

ஸ்ரீ பி. எல். எஸ். பிரஸ்
சென்னை-24

-CORE SUB. CT—MATHEMATICS

Syllabus for Standard X

Number of periods

proportion—
problems on
nership
and work
and d... (problems) on trains
stre... ... } 20

oblems relating to Savings Certifi-
surance, Commission, Taxes, Bank-
e of tables ... 10

ximation in whole numbers and
als — significant figures — Rough
tes of results in multiplication and
n including decimals and the use of
o check results ... ...

—Absolute, relative and percentage
... 8

cept — the difference
d an identity—
and their appli-

$+b^2$

$-b^2$ ... 12

al in...tions of the above
ties :

l problems on averages ... 5

trade and *pro forma* bills, discount,
scount, banker's discount, present
ays of grace ... 12

interest—finding amount and
periods not exceeding two ... 10

[Ap... ior

உரிமைப் பதிவு]

8.	Square roots of integers and fractions—(i) by factors and (ii) by division method and use of tables and (iii) problems involving square roots ...	12
9.	Theorem of Pythagoras—practical demonstration by paper cutting—lengths of diagonals of squares and rectangles—area of isosceles right angled triangle and equilateral triangle—Easy applications. ...	10
10.	Rectangular solids—units of volume, finding volumes of rectangular solids, use of formulae, finding length, breadth, height or cross-section —Rectangular boxes ...	20
11.	Simultaneous linear equations in two unknowns.	10
12.	(i) Construction of a right-angled triangle given the hypotenuse and one side ...	...
	(ii) Construction of a triangle given two sides and an angle not included by them ...	6
13.	Field book method of finding areas using one base line ...	5
14.	Construction of squares, rectangles, parallelograms and rhombuses and finding their areas...	10
15.	Straight line graphs : $y = mx$, $y = mx + c$—their applications to ready reckoners and conversion graphs ...	10
	Tests and revision ...	40
		200

ஆக்கந் தரவல்ல ஆசில் கணிதத்தால்
பூக்குமே நன்மை பொலிந்து.

கணிதம் = வாழ்வு
செல்வம் = சிறப்பு
∴ கணிதச் செல்வம் =
வாழ்வில் சிறப்பு

எண்ணால் இயங்கும் கணிதமே எக்கலைக்கும்
கண்ணாகும் என்று கருது.

அன்பன்,

சி. செல்லப்பன்

18—1—67

பொருளடக்கம்

எண்	பொருள்		பக்கம்
1.	விகிதம், விகிதசமம்	...	1
2.	முதலீடுகள்	...	32
3.	தோராயம்	...	64
4.	முற்றொருமைகள்	...	80
5.	சராசரி	...	90
6.	நிகழ் மதிப்பும் உண்மைத் தள்ளுபடியும்		97
7.	கூட்டு வட்டி	...	114
8.	வர்க்கமூலம்	...	122
9.	பித்தகோரஸ் உணர்த்திய உண்மையும் அதன் பயன்பாடும்	...	140
10.	செவ்வகக் கன உருவங்கள்	...	158
11.	ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகள்	...	178
12.	செய்முறை ஜியோமிதி	...	186
13.	வரைப்படங்கள்	...	220
	விடைகள்	...	244
	கணிதக் கலைச்சொற்கள்	...	267

1. விகிதம், விகிதசமம்

(i) கூட்டு வியாபாரம் (Partnership)

ஒன்றுக்கு மேற்பட்டவர் சேர்ந்து முதலிட்டு ஒரு வியாபாரத்தை நடத்துவது கூட்டு வியாபாரமாகும். அதில் ஏற்படும் இலாபம் அல்லது நஷ்டத்தை முதல்களுக்குத் தக்கபடியும், முதல்கள் அளிக்கப்பட்ட காலத்திற்குத் தக்கபடியும் பிரிக்கப்படும். கூட்டு வியாபாரம் இருவகைப்படும்.

முதல் வகை : கூட்டாளிகளால் அளிக்கப்பட்ட முதல்கள் சமமாகவோ அன்றிச் சமமில்லாமலோ இருக்கலாம். ஆனால் அவை பயன்படுத்தப்பட்ட காலம் ஒரே அளவாக இருக்கும். அதில் ஏற்படும் இலாபத்தையோ அன்றி நஷ்டத்தையோ, முதல்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கவேண்டும்.

இரண்டாம் வகை : இதில் முதலோடு, காலமும் கவனிக்கப்படுகிறது. முதல்களும், அவை பயன்படுத்தப்பட்ட காலமும் வெவ்வேறானல், இதில் இலாப நஷ்டத்தைப் பிரிக்கும்போது முதலோடு, அவை பயன்படுத்தப்பட்ட காலத்தையும் கவனிக்க வேண்டும். A ரூ. *1000*ஐ *12* மாதங்கட்கும், B ரூ. *700*ஐ *10* மாதங்கட்கும் அளிப்பதாகக் கொள்வோம். மாறுபடும் இவ்வளவுகளை ஒத்திட்டுப் பார்க்க ஏதேனும் ஒரு பொது அளவு கண்டுபிடிக்கப்பட்டாக வேண்டும். ரூ. *1000*ஐ 12 மாதங்கட்கு முதலாக இடுவதென்பது ரூ. *12000*ஐ *1* மாதத்திற்கு முதலாக இடுவதற்குச் சமம். அதேபோன்று ரூ. *700*ஐ *10* மாதங்கட்கு இடுவதென்பது ரூ. *7000*ஐ ஒரு மாதத்திற்கு இடுவதற்குச் சமமாகும். ஆகவே A, ரூ. *12000* முதலிடும்போது, B ரூ. *7000* முதலிட்டார் எனக் கொள்ள வேண்டும்.

மனக்கணக்குகள் :

1. A, ரூ. *3500*உம், B, ரூ. *4200*உம் முதலிட்டுக் கூட்டு வியாபாரம் செய்தால் அவர்களின் இலாப விகிதமென்ன ?

2. ஒரு வாணிபத்தில் கிடைத்த இலாபத்தை Aஉம், Bஉம் *7 : 5* என்ற விகிதத்தில் பிரித்துக் கொண்டனர். Aஇன் முதல் ரூ. *5600* எனில் Bஇன் முதலென்ன ?

3. A, B இருவரின் இலாப விகிதம் 7 : 5. Bஇன் இலாபம் ரூ. 350 ஆனுல் Aஇன் இலாபம் யாது ?

4. இருவரின் இலாப விகிதம் 5 : 9. ஒருவருக்கு மற்ருெருவரைவிட ரூ. 200 அதிக இலாபம் கிடைத்தால் ஒவ்வொருவரின் இலாப மெவ்வளவு ?

5. A ஒரு வாணிபத்தில் ரூ. 5000ஐ 7 மாதங்களுக்கு முதலாக வைத்தார். அதற்குச் சமமான ஒரு மாத முதலென்ன ?

6. ஒருவர் ரூ. 5000 முதலுடன் வியாபாரம் துவங்கி 4 மாத முடிவில் ரூ. 1000 எடுத்துவிட்டார். ஓராண்டு முடிவில் அவருடைய முதலுக்குச் சமமான ஒரு மாத முதல் என்ன ?

7. ஒருவர் ரூ. 1200உடன் வியாபாரம் துவங்கி 5 மாத இறுதியில் ரூ. 800 சேர்த்தார். ஓராண்டு முடிவில் அதற்குச் சமமான ஒருமாத முதலென்ன ?

8. ஒருவர் ரூ. 3600ஐ ஒரு வியாபாரத்தில் சிறிது காலம் போட்டிருந்தார். அவருடைய முதலுக்குச் சமமான ஒருமாத முதல் ரூ. 18000 எனில் அவர் முதலிட்டிருந்த காலமெவ்வளவு ?

9. ஒருவர் ஒரு தொகையை வியாபாரத்தில் முதலாக 8 மாதங்களுக்குப் போட்டிருந்தார். அவர் முதலுக்குச் சமமான ஒருமாத முதல் ரூ. 40000 எனில் அவர் இட்ட முதல் எவ்வளவு ?

10. A ஒரு கூட்டு வியாபாரத்தில் ரூ. 3000ஐ 5 மாதங்களுக்கும், B, ரூ. 4000ஐ 4 மாதங்களுக்கும் முதலாக வைத்தனர். அவர்களின் இலாப விகிதமென்ன ?

பயிற்சி 1 : (மீள் பார்வை)

1. Aஉம், Bஉம் முறையே ரூ. 3000, ரூ. 3600 முதலோடு நடத்திய கூட்டுவாணிபத்தில் ஓராண்டு முடிவில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 1980. ஒவ்வொருவரும் பெறும் இலாபத்தொகை எவ்வளவு ?

2. A, B, C மூவரும் முறையே ரூ. 3750, ரூ. 2250, ரூ. 1500 முதலிட்டுக் கூட்டு வியாபாரம் நடத்தினர். ஆண்டு முடிவில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 3250 எனில் ஒவ்வொருவரும் இலாபத்தில் பெறுவது எவ்வளவு ரூபாய் ?

3. A, B, C மூவரும் மொத்தமாக ரூ. 9500 முதல் போட்டு, கூட்டு வியாபாரம் நடத்தினர். ஓராண்டு இறுதியில் அவர்கள் அடைந்த இலாபம் முறையே ரூ. 800, ரூ. 960, ரூ. 1280 எனில் அவர்களின் முதல்களைத் தனித் தனியே காணுக.

4. A, B இருவரும் சேர்ந்து ரூ. 10,800 மூலதனத்துடன் ஒரு கூட்டு வியாபாரம் நடத்தினர். ஆண்டு இறுதியில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 2160. அதில் Aக்கு Bஐவிட ரூ. 480 அதிகம் கிடைத்தால் Aஇன் மூலதன மென்ன ?

5. நம்பியும், வழுதியும் முறையே ரூ. 9000, ரூ. 5400 முதலிட்டு நடத்திய கூட்டு வாணிபத்தில் நம்பியின் இலாபம் ரூ. 2400 எனில், வழுதியின் இலாபமென்ன ?

6. இளங்கோவும், இனியனும் ரூ. 3600உடன் ஒரு வியாபாரம் தொடங்கினர். கடையை இனியன் கவனிக்க, அவருக்கு மொத்த இலாபத்தில் ஒரு பகுதி சம்பளமாகக் கொடுக்கப்பட்டது. மீதி, முதல்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கப்பட்டது. ஆண்டு முடிவில் மொத்தமாக இளங்கோ ரூ. 675உம் இனியன் ரூ. 800உம் பெற்றனர் எனில் இனியனின் சம்பளமென்ன ?

7. ஒரு கூட்டு வியாபாரத்தில் Aஇன் முதல் ரூ. 3000, 8 மாதங்களுக்கும், Bஇன் முதல் ரூ. 4200, 5 மாதங்களுக்கும் இருந்தன. அவ் வாணிபத்தில் கிடைத்த இலாபம் ரூ. 1200. ஒவ்வொருவரும் பெறும் இலாபத் தொகை எவ்வளவு ?

8. A, B, C என்னும் மூவர் கூட்டு வியாபாரம் செய்கிறார்கள். A, 5 மாதங்களுக்கு ரூ. 2160உம், B, 6 மாதங்களுக்கு ரூ. 960உம், C, 12 மாதங்களுக்கு ரூ. 1120உம் அளித்தனர். மொத்த இலாபம் ரூ. 500ஐ அவர்களிடையே பங்கிடு. (S. S. L. C.)

9. A, B, C மூவரும் ஒரு மேய்ச்சல் வெளியை ரூ. 279க்குக் குத்தகைக்கு எடுத்தனர். 500 ஆடுகளை 4 மாதங்களுக்கு Aஉம், 600 ஆடுகளை 3 மாதங்களுக்கு Bஉம், 1200 ஆடுகளை 2 மாதங்களுக்கு Cஉம் மேய்த்தனர். ஒவ்வொருவரும் செலுத்தவேண்டிய குத்தகைத் தொகை எவ்வளவு ?

10. ஒரு மேய்ச்சல் நிலத்தில் ஆனந்தன் தன்னுடைய 480 ஆடுகளை 7 மாதங்கள் மேய்த்ததற்காக ரூ. 84 குத்தகை

யாகக் கொடுத்தார். அதே நிலத்தில் 320 ஆடுகளை 10 மாதங்களுக்கு மேயவிட்ட கார்மேகன் கொடுக்கவேண்டிய குத்தகைத் தொகை எவ்வளவு?

மாதிரி: திரையனும், பொறையனும் முறையே ரூ. 3000, ரூ. 4800 முதலிட்டு ஒரு கூட்டு வாணிபம் துவங்கினர். 4 மாதங்களுக்குப் பிறகு திரையன் தன் முதலோடு ரூ. 750 சேர்த்தார். 6 மாதங்களுக்குப் பிறகு பொறையன் தன் முதலிலிருந்து ரூ. 1200 எடுத்தார். ஆண்டு முடிவில் அவர்களது இலாபம் ரூ. 2904 ஆனால் ஒவ்வொருவரின் இலாபப் பங்கு எவ்வளவு?

திரையன் அளித்த முதல் } = ரூ. 3000, 4 மாதங்களுக்கு
= ரூ. 3750, 8 ,,

∴ திரையனின் முதலை 1 மாதத்திற்குக் கணக்கிட்டால்

அது = ரூ. 3000×4 + ரூ. 3750×8

= ரூ. 42000

(அதேபோன்று) பொறையனின் 1 மாத முதல் } = ரூ. 4800×6 + ரூ. 3600×6

= ரூ. 50400

∴ திரையன், பொறையன் இவர்களின் இலாப விகிதம் } = 42000 : 50400

= 5 : 6

மொத்த இலாபம் = ரூ. 2904

திரையனின் இலாபம் = ரூ. $\frac{\overset{264}{\cancel{2904}}}{\cancel{11}} \times 5$

= ரூ. 1320

பொறையனின் இலாபம் = ரூ. $\frac{\overset{264}{\cancel{2904}}}{\cancel{11}} \times 6$

= ரூ. 1584

பயிற்சி 2 :

1. A, B என்னும் இருவர் சேர்ந்து கூட்டாக முறையே ரூ. 1000, ரூ. 600 முதலிட்டு வாணிபம் நடத்தினர். 8 மாதங்களுக்குப் பின்னர் B தன் முதலிலிருந்து ரூ. 200 எடுத்து விடுகிறார். ஆண்டு முடிவில் கிடைத்த ரூ. 1380 இலாபத்தை அவர்கள் எங்ஙனம் பங்கிட்டுக் கொள்வர் ?

2. A, B என்னும் இருவர் சேர்ந்து வியாபாரம் செய்ய ஆரம்பிக்கின்றனர். A, ரூ. 3300 முதலிட்டு, 2 மாதங்களுக்குப் பின் ரூ. 1500ஐத் தன் முதலுடன் சேர்க்கிறார். B, ஆரம்பத்தில் ரூ. 4500 முதலிட்டு 6 மாதங்களுக்குப்பின் தன் முதலிலிருந்து ரூ. 1500ஐ எடுத்து விடுகிறார். ஆண்டு முடிவில் கிடைத்த இலாபம் ரூ. 2490இல் ஒவ்வொருவரும் பெறும் பங்கு எவ்வளவு ?

3. A, B, C மூவரும் முறையே ரூ. 2000, ரூ. 2500, ரூ. 3000 முதலுடன் வியாபாரம் துவங்கினர். 4 மாதங்களுக்குப் பின்னர், A தனது மூலதனத்திலிருந்து ரூ. 250 எடுக்கிறார். 10 மாதங்களுக்குப்பின் C தனது மூலதனத்துடன் ரூ. 750 சேர்க்கிறார். ஆண்டு இறுதியில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 1790 எனில் B அடையும் இலாப·மெவ்வளவு ?

4. A, B என்ற இருவர் முறையே ரூ. 6000, ரூ. 9000 முதலுடன் கூட்டு வியாபாரம் துவங்கினர். 3 மாதங்களுக்குப் பிறகு அவர்கள் தங்கள் முதல்களிலிருந்து முறையே $\frac{1}{3}$ பாகமும், $\frac{1}{6}$ பாகமும் எடுத்துவிடுகின்றனர். ஆண்டு முடிவில் கிடைத்த இலாபம் ரூ. 2511 என்றால், ஒவ்வொருவருக்கும் எவ்வளவு இலாபம் கிடைக்கும் ? (S.S.L.C.)

5. A, B, C மூவரும் முறையே ரூ. 3000, ரூ. 4500, ரூ. 6000 முதல்களுடன் ஒரு தொழிலைத் துவக்கினர். 4 மாதங்களுக்குப் பிறகு B தன் முதலோடு ரூ. 1500 சேர்க்கிறார். 9 மாதங்களுக்குப் பிறகு C தன் முதலிலிருந்து ரூ. 1500 எடுத்துவிடுகிறார். ஆண்டு இறுதியில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 3390இல் ஒவ்வொருவரும் பெறும் தொகை எவ்வளவு ?

6. A, B இருவரும் முறையே ரூ. 3500, ரூ. 2800 முதல்களுடன் ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தனர். இரண்டு மாதங்கள் கழிந்ததும் B, தன் முதலுடன் ரூ. 700ஐச் சேர்த்

தார். அப்போது C என்பவர் ரூ. 2100 மூலதனத்துடன் இவர்களுடன் சேர்ந்தார். ஓராண்டு முடிவில் ஏற்பட்ட மொத்த இலாபம் ரூ. 3330இல் ஒவ்வொருவரும் பெறும் பங்கு எவ்வளவு ?

மாதிரி : A, B, C மூவரும் சேர்ந்து மொத்தமாக ரூ. 9000 முதலிட்டு வியாபாரம் செய்யத் துவங்கினர். A தனது மூலதனத்தை 8 மாதங்களுக்கும், B தனது மூலதனத்தை 9 மாதங்களுக்கும், C தனது மூலதனத்தை 12 மாதங்களுக்கும் இட்டு வைக்கின்றனர். ஆண்டு முடிவில் அவர்கள் பெற்ற இலாபம் முறையே ரூ. 600, ரூ. 450, ரூ. 300 எனில் ஒவ்வொருவரின் மூலதனமென்ன ?

Aஇன் முதலுக்கு 8 மாத இலாபம் = ரூ. 600

∴ 1 மாத இலாபம் = ரூ. $\frac{600}{8}$

= ரூ. 75

(இதேபோல்) Bஇன் 9 மாத இலாபம் = ரூ. 450

∴ 1 மாத இலாபம் = ரூ. 50

Cஇன் 12 மாத இலாபம் = ரூ. 300

∴ 1 மாத இலாபம் = ரூ. 25

∴ ஒரு மாத இலாபம் A : B : C = 75 : 50 : 25

= 3 : 2 : 1

∴ முதல்கள் A : B : C = 3 : 2 : 1

மொத்த முதல் = ரூ. 9000

∴ Aஇன் மூலதனம் = ரூ. $\frac{9000}{6} \times 3$

= ரூ. 4500

∴ Bஇன் மூலதனம் = ரூ. $\frac{9000}{6} \times 2$

= ரூ. 3000

∴ Cஇன் மூலதனம் = ரூ. $\frac{9000}{6} \times 1$

= ரூ. 1500

பயிற்சி 3 :

1. A, B, C மூவரும் கூட்டாக ரூ. 7200 மூலதனமிட்டு வியாபாரம் ஆரம்பிக்கின்றனர். 5 மாதங்களுக்குப் பிறகு Aஉம், 7 மாதங்களுக்குப் பிறகு Bஉம் விலகிவிடுகின்றனர். ஆண்டு இறுதியில் ஏற்பட்ட இலாபத்தைப் பங்கிட்டதில் Aக்கு ரூ. 750உம், Bக்கு ரூ. 700உம், Cக்கு ரூ. 600உம் கிடைத்தன எனில் ஒவ்வொருவரும் போட்ட முதல் எவ்வளவு?

2. A, B, C மூவரும் சேர்ந்து ரூ. 30000 முதலிட்டுக் கூட்டு வாணிபம் நடத்தினர். Aஇன் முதல் 12 மாதங்களுக்கும், Bஇன் முதல் 5 மாதங்களுக்கும், Cஇன் முதல் 6 மாதங்களுக்கும் இருந்தன. ஆண்டு இறுதியில் இலாபமாக A ரூ. 2400உம், B ரூ. 1250உம், C ரூ. 1800உம் பெற்றனர் எனில் ஒவ்வொருவரும் அளித்த முதல் எவ்வளவு?

3. A, B, C மூவரும் ரூ. 24500 முதலிட்டு ஒரு தொழிலைத் துவக்கினர். 8 மாதங்களுக்குப் பிறகு Aஉம், 9 மாதங்களுக்குப் பிறகு Bஉம் விலகி விடுகின்றனர். தொழிலைத் துவக்கிய ஓராண்டு முடிவில் ஏற்பட்ட இலாபத்தில் Aக்கு ரூ. 1600உம், Bக்கு ரூ. 2340உம், Cக்கு ரூ. 2880உம் கிடைத்தன எனில் அவர்களுடைய முதல்களைத் தனித்தனியே காணுக.

4. A, B, C மூவரும் கூட்டாக ரூ. 19500 முதல் இட்டுக் கூட்டு வியாபாரம் நடத்தினர். Aஇன் முதல் 6 மாதங்களுக்கும், Bஇன் முதல் 9 மாதங்களுக்கும், Cஇன் முதல் 12 மாதங்களுக்கும் இருந்தன. ஆண்டு இறுதியில் ஒவ்வொருவரும் ரூ. 1800 இலாபமாகப் பெற்றனர் எனில் அவர்களுடைய முதல்களைத் தனித் தனியே காணுக.

மாதிரி: A என்பவர் ரூ. 5000 முதலிட்டு ஒரு வியாபாரம் துவங்கினார். 5 மாதங்களுக்குப் பிறகு B என்பவர் ஒரு குறிப்பிட்ட முதலுடன் Aஉடன் சேர்ந்தார். ஆண்டு முடிவில் ஏற்பட்ட இலாபத்தில் Aக்கு ரூ. 900உம், Bக்கு ரூ. 630உம் கிடைத்தன எனில் Bஇன் மூலதனமென்ன?

Aஇன் இலாபம் = ரூ. 900

Bஇன் இலாபம் = ரூ. 630

இலாப விகிதம் A : B $= 900 : 630$

$= 10 : 7$

∴ ஒரு மாத மூலதனம் A : B $= 10 : 7$

Aஇன் 12 மாத முதல் = ரூ. 5000

∴ Aஇன் 1மாத முதல் = ரூ. 5000×12

= ரூ. 60,000

∴ Bஇன் 1 மாத முதல் = ரூ. $\frac{60000}{10} \times 7$

= ரூ. 42,000

Bஇன்முதல் இருந்த காலம் = 7 மாதம்.

∴ Bஇன் முதல் = ரூ. $\frac{42000}{7}$

= ரூ. 6000

மாதிரி 4 :

1. A என்பவர் ரூ. 4500 உடன் ஒரு தொழிலை ஆரம்பித்தார். 2 மாதங்களுக்குப் பிறகு B என்பவர் ஒரு தொகையுடன் Aஇன் கூட்டாளி ஆனார். ஓராண்டு முடிவில் கிடைத்த இலாபத்தை Aஉம் Bஉம் 3 : 2 என்ற விகிதத்தில் பிரித்துக் கொண்டனர் எனில், Bஇன் முதல் எவ்வளவு?

2. ஒரு கூட்டு வியாபாரத்தில் Aஇன் முதல் 8 மாதங்களுக்கும், B இன் முதல் 10 மாதங்களுக்கும் இருந்தன. அவர்களடைந்த இலாப விகிதம் 24 : 25. Aஇன் முதல் ரூ. 4200 எனில் Bஇன் முதல் எவ்வளவு ?

3. A என்பவர் ரூ. 6400 உடன் ஒரு வியாபாரம் துவங்கினார். 4 மாதங்கள் கழித்து B என்பவர் தன்னுடைய முதலோடு அவருடன் சேர்ந்தார். அவ்வாண்டு இறுதியில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 7700. அதில் B பெற்றது ரூ. 3500 எனில் அவருடைய முதல் எவ்வளவு?

4. அழகனும் அருளனும் கூட்டாக ஒரு தொழில் ஆரம்பித்தனர். 8 மாதங்கள் கழிந்ததும் அழகன் நீங்கி

விடுகிறுர்.ஓராண்டு இறுதியில் இலாபத்தைப் பிரித்ததில் இருவருக்கும் சமமான தொகைகள் கிடைத்தன. அழகன் அளித்த முதல் ரூ. 4200 எனில், அருளன் அளித்த முதல் எவ்வளவு ?

5. A, B இருவரும் சேர்ந்து ஒரு வியாபாரம் ஆரம்பித்தனர். 6 மாதங்கள் ஆனதும் B நீங்கிவிடுகிறுர். அப்போது C கூட்டுச் சேருகிறுர். ஆண்டு இறுதியில் இலாபத்தைப் பிரித்ததில் Aக்கு ரூ. 720, Bக்கு ரூ. 540, Cக்கு ரூ. 450 கிடைத்தன. A இட்ட முதல் ரூ. 3200 எனில் B, C அளித்த முதல்களைத் தனித் தனியே கண்டுபிடி.

6. A என்பவர் ஒரு வியாபாரம் தொடங்கினுர். 4 மாதங்களுக்குப் பிறகு B அவருக்குக் கூட்டாளியானுர். மேலும் இரண்டு மாதங்களுக்குப் பிறகு C, அவர்களுடன் சேர்ந்தார். அவ்வாண்டு இறுதியில் மூவரும் முறையே ரூ. 630, ரூ. 560, ரூ. 490 இலாபமாகப் பெற்றனர். C அளித்த முதல் ரூ. 4200 எனில் Aஉம் Bஉம் அளித்த முதல்களைத் தனித்தனியே கண்டுபிடி.

மாதிரி : A என்பவர் ரூ. 7200 முதலுடன் ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தார். சில மாதங்களுக்குப் பிறகு B என்பவர் ரூ. 9600 முதலுடன் A இன் கூட்டாளி ஆனுர். ஆண்டு முடிவில் Aக்கு ரூ. 1800உம் Bக்கு ரூ. 1600உம் இலாபம் கிடைத்தது எனில் B எப்போது Aஉடன் சேர்ந்தார் ?

இலாபம் A : B = 1800 : 1600

= 9 : 8

∴ ஒரு மாத மூலதனம் A : B = 9 : 8

Aஇன் 12 மாத முதல் = ரூ. 7200

∴ 1 மாத முதல் = ரூ. 7200 × 12

= ரூ. 86400

∴ Bஇன் 1 மாத முதல் = ரூ. $\frac{86400}{9} \times 8$

= ரூ. 768

Bஇன் முதல் = ரூ. 96

$$\therefore \text{B இன் இருந்த காலம்} = \frac{76800}{9600} \text{ மா.}$$

$$= 8 \text{ மாதங்கள்.}$$

A வியாபாரத்தைத் துவக்கிய நான்கு மாதங்களுக்குப் பிறகு B, A உடன் சேர்ந்தார்.

பயிற்சி 5 :

1. A என்பவர் ரூ. 6000 முதலுடன் ஒரு வியாபாரத்தைத் துவங்கினார். சில மாதங்கள் கழித்து B என்பவர் ரூ. 4500 மூலதனத்துடன் A உடன் சேர்ந்தார். ஆண்டு முடிவில் கிடைத்த இலாபத்தை அவர்கள் 16 : 9 என்னும் விகிதத்தில் பிரித்துக் கொண்டனர் எனில் B எப்போது A உடன் சேர்ந்தார் ?

2. A என்பவர் ரூ. 3500 முதல் போட்டு ஒரு தொழிலை ஆரம்பித்தார். சில மாதங்களுக்குப் பிறகு B என்பவர் ரூ. 4800 முதலோடு A உடன் கூட்டுச் சேர்ந்தார். ஆண்டுக் கடைசியில் கிடைத்த இலாபத்தைப் பிரித்ததில் Aக்கு ரூ. 800உம், Bக்கு ரூ. 640உம் கிடைத்தன எனில் B எத்தனை மாதங்களுக்குப் பிறகு A உடன் சேர்ந்தார் ?

3. A என்பவர் ரூ. 2700 முதலிட்டு ஒரு வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தார். சில மாதங்களுக்குப் பிறகு B என்பவர் ரூ. 1800 மூலதனத்துடன் A உடன் கூட்டுச் சேர்ந்தார். ஆண்டு இறுதியில் ஏற்பட்ட இலாபம் ரூ. 1500. அதில் Aக்கு Bஐக் காட்டிலும் ரூ. 500 அதிகம் கிடைத்ததெனில் B எப்போது A உடன் சேர்ந்தார் ?

4. A என்பர் ரூ. 2500 முதலிட்டு ஒரு தொழிலைத் துவங்கினார். சில மாதங்களுக்குப் பிறகு B என்பவர் ரூ. 3600 முதலுடனும், மேலும் சில மாதங்களுக்குப் பிறகு C என்பவர் ரூ. 6000 முதலுடனும் A உடன் சேர்ந்தனர். தொழிலைத் துவக்கிய ஓராண்டு இறுதியில் மூவரும் அடைந்த இலாபம் முறையே ரூ. 700, ரூ. 840, ரூ. 980 எனில் Bஉம் Cஉம் எப்போது A உடன் சேர்ந்தனர் ?

5. Aஉம் Bஉம் முறையே ரூ. 5600, ரூ. 4000 முதல் போட்டு ஒரு கூட்டு வியாபாரம் நடத்தினர். சில மாதங்களுக்குப் பிறகு B தன்னுடைய முதலிலிருந்து ரூ. 2400ஐ எடுத்து விடுகிறார். ஆண்டு முடிவில் கிடைத்த இலாபத்தில்

அவர்கள் பங்கு முறையே ரூ. 1120, ரூ. 480 எனில் எப்போது B தன் முதலைக் குறைத்தார் எனக் கண்டுபிடி.

6. Aஉம் Bஉம் முறையே ரூ. 5000, ரூ. 3500 முதலுடன் ஒரு வியாபாரம் துவங்கினர். சில மாதங்களுக்குப் பிறகு B தன் முதலோடு ரூ. 1000 கூட்டினார். ஆண்டுக் கடைசியில் பெற்ற இலாபத்தில் Aஇன் பங்கு ரூ. 1050, Bஇன் பங்கு ரூ. 840 எனில் B எப்போது முதலைக் கூட்டினார்?

(ii) காலமும் வேலையும் :

ஒரு வேலையைச் செய்து முடிக்க ஒவ்வொருவருக்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட காலம் ஆகும். ஒருவர் திறமை மிக்கவராகவும் மற்றொருவர் திறமை குறைந்தவராகவும் இருக்கலாம். வேலையைச் செய்து முடிக்கத் திறமை அதிகமானவர்களுக்குக் காலம் குறைவாகவும், திறமை குறைந்தவர்க்குக் காலம் மிகுதியாகவும் ஆகும். திறமையும் காலமும் தலைகீழ் விகிதமாகும். ஒரு நாளில் ஒவ்வொருவரும் எவ்வளவு வேலையைச் செய்வர் எனக் கண்டுபிடித்தலே இவ் வத்தியாயத்தில் மிக முக்கியமாகும். பலர் சேர்ந்து ஒரு வேலையை முடித்தால், கூலி அவர்களின் திறமை விகிதத்திலேயே பிரிக்கப்படுதல் வேண்டும். ஒரு வேலையை A, B, C மூவர் முறையே 4, 5, 6 நாட்களில் செய்து முடித்தால் அவர்களின் திறமை விகிதம் (அதுவே கூலி விகிதம்) $\frac{1}{4}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}$ ஆகும். அதாவது, 15 : 12 : 10 ஆகும்.

மனக்கணக்குகள் :

1. A ஒரு வேலையை 15 நாட்களில் செய்வார். அவர் 1 நாளில் செய்யும் வேலை எவ்வளவு ?

2. Aஉம், Bஉம் 12 நாட்களில் ஒரு வேலையைச் செய்வர். 4 நாட்களில் அவர்கள் எவ்வளவு வேலையைச் செய்வர் ?

3. தினம் 8 மணி வீதம் A ஒரு வேலையை 6 நாட்களில் செய்துமுடிப்பார். அவர் ஒரு மணி நேரத்தில் செய்யும் வேலை எவ்வளவு ?

4. ஒருவர் ஒரு வேலையை 48 மணி நேரத்தில் செய்து முடிப்பார். அவர் $\frac{5}{16}$ பாகம் வேலையைச் செய்ய எவ்வளவு நேரமாகும் ?

5. ஒரு வேலையின் $\frac{3}{8}$ பாகத்தைச் செய்ய ஒருவருக்கு 6 நாட்கள் ஆகின்றன. அவர் ஒரு நாளில் அவ் வேலையில் எவ்வளவு பாகம் செய்வார்?

6. ஒரு குழாய் 30 நிமிடங்களில் ஒரு தொட்டியில் $\frac{5}{8}$ பாகத்தை நிரப்புகிறது. முழுத் தொட்டியை நிரப்ப எவ்வளவு நேரமாகும்?

7. A ஒரு வேலையை 10 நாட்களிலும், B அதே வேலையை 15 நாட்களிலும் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து ஒரு நாளில் அவ் வேலையில் எவ்வளவு பாகத்தைச் செய்வர்?

8. ஒரு குழாய் ஒரு தொட்டியை 3 மணியில் நிரப்பும். மற்றொன்று அதை 4 மணியில் காலி செய்யும். இரண்டும் திறக்கப்பட்டால் 1 மணியில் தொட்டியின் எவ்வளவு பாகம் நிரம்பும்?

9. ஒரு வேலையை A 12 நாட்களிலும், B 18 நாட்களிலும் செய்வர். அவர்களின் வேலைத்திறமை என்ன?

10. A, Bஇன் வேலைத்திறமை 3:5. A, 15 நாட்களில் செய்யும் வேலையை B எத்தனை நாட்களில் செய்வார்?

11. Aஉம், Bஉம் ஒரு வேலையை 16, 20 நாட்களில் செய்வர். திறமைக்கேற்பக் கூலியெனில் அவர்களின் கூலி விகிதமென்ன?

12. ஒரு வேலையை Aஉம், Bஉம் முறையே 10, 15 நாட்களில் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து செய்து முடித்ததில் A பெற்ற கூலி ரூ. 30. அவர்களின் திறமையை ஒட்டிக் கூலி கொடுக்கப்பட்டது. Bஇன் கூலி எவ்வளவு?

13. 3 ஆண்கள் = 7 சிறுவர் எனில் ஓர் ஆண், ஒரு சிறுவன் இவர்களின் திறமையை ஒப்பிடுக.

14. ஓர் ஆண் 5 நாட்களில் செய்யும் வேலையை ஒரு பெண் 9 நாட்களில் செய்தால், ஆண், பெண் இவர்களின் திறமையை ஒப்பிடுக.

15. 3 ஆண்கள் 2 நாட்களில் செய்யும் வேலையை 4 சிறுவர் 5 நாட்களில் செய்வர். ஓர் ஆண், ஒரு சிறுவன் இவர்களின் திறமையை ஒப்பிடுக.

மாதிரி: A, B, C மூவரும் தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 20, 30, 36 நாட்களில் செய்து முடிப்பர். மூவரும்

சேர்ந்து அவ் வேலையைச் செய்ய எத்தனை நாட்களாகும்? மொத்தக் கூலி ரூ. 60 எனில் ஒவ்வொருவரும் பெறுவது எவ்வளவு?

A+B+C, 1 நாளில் செய்யும் வேலை $= \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{36}\right)$ பாகம்

$= \frac{9+6+5}{180}$ பாகம்

$= \frac{20}{180}$ பாகம் $= \frac{1}{9}$ பாகம்

∴ A+B+C முழு வேலையைச் செய்யக் காலம் $= 9$ நாட்கள்

கூலி விகிதம்: A : B : C $= \frac{1}{20} : \frac{1}{30} : \frac{1}{36}$

$= 9 : 6 : 5$

மொத்தக் கூலி = ரூ. 60

∴ Aஇன் கூலி = ரூ. $60 \times \frac{9}{20}$ = ரூ. 27

Bஇன் கூலி = ரூ. $60 \times \frac{6}{20}$ = ரூ. 18

Cஇன் கூலி = ரூ. $60 \times \frac{5}{20}$ = ரூ. 15

பயிற்சி 1 :

1. ஒரு வேலையை A, B இருவரும் தனித்தனியே முறையே 30, 20 நாட்களில் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து அவ் வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்வர்?

2. A, B, C மூவரும் ஒரு வயலைத் தனித்தனியே முறையே 12, 9, 18 நாட்களில் அறுவடை செய்யக்கூடும். மூவரும் சேர்ந்து அவ் வயலை அறுவடை செய்ய எத்தனை நாட்களாகும்?

3. ஒரு வேலையை A, B இருவரும் தனித்தனியே செய்ய முறையே 21, 28 நாட்களாகும். இருவரும் சேர்ந்து அவ் வேலையைச் செய்து முடித்து ரூ. 42 கூலி பெற்றனர். வேலை எத்தனை நாட்களில் முடிந்தது? ஒவ்வொருவரின் கூலி எவ்வளவு?

4. A, B, C மூவரும் தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 12, 10, 15 நாட்களில் செய்வர். மூவரும் சேர்ந்து அவ் வேலையைச் செய்து முடித்து ரூ. 30 கூலி பெற்றனர். ஒவ்வொருவரும் பெற்ற கூலி எவ்வளவு? வேலை எத்தனை நாட்களில் முடிந்தது?

5. A, B இருவரும் தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 24, 40 நாட்களில் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து அவ் வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிப்பர்? அப்போது Aக்கு ரூ. 30 கூலி கொடுக்க வேண்டுமாயின் Bக்கு எவ்வளவு கொடுக்கவேண்டும்?

6. A, B, C மூவரும் ஒரு வேலையை முறையே 12, 15, 20 நாட்களில் செய்வர். அவர்கள் மூவரும் சேர்ந்து செய்து கூலி பெற்றதில் Aக்கு Cயைவிட ரூ. 6 அதிகக் கூலி கிடைத்தது எனில் ஒவ்வொருவரும் பெற்ற கூலி எவ்வளவு? வேலை எத்தனை நாட்களில் முடிவடைந்தது?

மாதிரி: Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து ஒரு வேலையை 6 நாட்களில் செய்து முடிப்பர். A மட்டும் தனியே அவ் வேலையை 10 நாட்களில் செய்தால் B தனியே அவ் வேலையைச் செய்ய எத்தனை நாட்களாகும்?

Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை $\Big\} = \frac{1}{6}$ பாகம்

A, தனியே ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை $\Big\} = \frac{1}{10}$ பாகம்

∴ B, தனியே ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை $\Big\} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)$ பாகம்

$= \frac{5-3}{30}$ பாகம் $= \frac{2}{30}$ பாகம்

$$= \frac{1}{15} \text{ பாகம்}$$

∴ B, தனியே அவ் வேலையைச் செய்ய ஆகும் காலம் } = 15 நாட்கள்

பயிற்சி 2:

1. Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து ஒரு வேலையை 20 மணியில் செய்வர்: A மட்டும் அவ் வேலையை 36 மணியில் செய்வார் எனில் B மட்டும் தனியே அவ் வேலையைச் செய்ய எத்தனை மணி நேரம் ஆகும்?

2. ஒரு வேலையை A, B, C மூவரும் சேர்ந்து 10 நாட்களில் முடிப்பர். Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து அதே வேலையை 15 நாட்களில் செய்வர் எனில், C மட்டும் தனியே எத்தனை நாட்களில் அவ் வேலையைச் செய்வார்?

3. ஒரு வேலையை A, B, C மூவரும் சேர்ந்து 8 நாட்களில் செய்வர். Aஉம், Bஉம் தனித்தனியே முறையே 20, 24 நாட்களில் செய்வர். C மட்டும் தனியே அவ் வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்வார்?

4. A, B, C மூவரும் சேர்ந்து ஒரு வயலை 10 நாட்களில் அறுவடை செய்வர். Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து அதே வயலை 12 நாட்களிலும், Bஉம், Cஉம் சேர்ந்து 15 நாட்களிலும் அறுவடை செய்யக்கூடும். ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அறுவடை செய்ய எத்தனை நாட்களாகும்?

5. ஒரு வேலையை A, B, C மூவரும் சேர்ந்து 40 மணி நேரத்தில் செய்வர். Aஉம், Bஉம் அதே வேலையை 45 மணி நேரத்திலும், Bஉம், Cஉம் 60 மணி நேரத்திலும் செய்வர் எனில் Cஉம், Aஉம் செய்ய எத்தனை மணி நேரமாகும்? ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே செய்ய எவ்வளவு நேரமாகும்?

6. ஒரு தந்தையும், தாயும் ஒரு வயலைச் சீராக்க 35 நாட்களும், தாயும், மகனும் அவ் வயலைச் சீராக்க 70 நாட்களும், மகனும், தந்தையும் சீராக்க 42 நாட்களும் ஆகும். மூவரும் சேர்ந்து அவ் வயலைச் சீராக்க எத்தனை நாட்களாகும்?

7. ஒரு வேலையை Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து 30 மணியிலும் Bஉம், Cஉம் சேர்ந்து 40 மணியிலும், Cஉம், Aஉம் சேர்ந்து

24 மணியிலும் செய்யக்கூடுமெனில் மூவரும் சேர்ந்து செய்ய எவ்வளவு காலமாகும்? ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே செய்ய எவ்வளவு காலமாகும்?

இடையே சேர்த்தலும், நீக்குதலும்:

மாதிரி: Aஉம், Bஉம் தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 16, 24 நாட்களில் செய்வர். A தனியே 6 நாட்கள் செய்த பிறகு B அவருடன் சேருகிறார். வேலை எத்தனை நாட்களில் முடிவுறும்?

A, 1 நாளில் செய்யும் வேலை $= \frac{1}{16}$ பாகம்

A, 6 நாளில் செய்த வேலை $= \frac{1}{16} \times 6$ பாகம்

$= \frac{3}{8}$ பாகம்

Aஉம், Bஉம் செய்ய வேண்டிய வேலை $= \left(1 - \frac{3}{8}\right)$ பாகம்

$= \frac{5}{8}$ பாகம்

A+B, 1 நாளில் செய்யும் வேலை $= \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{24}\right)$ பாகம்

$= \frac{6+4}{96}$ பாகம்

$= \frac{10}{96}$ பாகம்

∴ $\frac{5}{8}$ பாகம் வேலை செய்யக் காலம் $= \frac{\overset{6}{\cancel{48}}\;\cancel{96}}{\cancel{10}\;\underset{2}{}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{8}}$ நாட்கள்

$= 6$ நாட்கள்

பயிற்சி 3 :

1. A, B தனித்தனியே ஒரு வேலையைச் செய்ய முறையே 15, 10 நாட்கள் ஆகும். A, தனியே 5 நாட்கள் செய்த பிறகு B அவருடன் சேருகிறார். இருவரும் சேர்ந்து எத்தனை நாட்களில் வேலையை முடிப்பர் ?

2. A, B தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 36, 45 நாட்களில் செய்வர். A தனியே 9 நாட்கள் செய்த பிறகு B அவருடன் சேர்ந்தால் மீதி வேலை எவ்வளவு நாட்களில் முடிவடையும் ?

3. A, B, C மூவரும் தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 20, 30, 24 நாட்களில் செய்வர். A, தனியே 5 நாட்கள் வேலை செய்த பிறகு B அவருடன் சேர்ந்தார். மேலும் 3 நாட்களுக்குப் பிறகு C அவர்களுடன் சேர்ந்தார். பின்னும் எத்தனை நாட்களில் வேலை முடிவடையும் ?

4. Aஉம், Bஉம் தனித்தனியே ஒரு வேலையை முறையே 28, 21 நாட்களில் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து 4 நாட்கள் வேலை செய்த பிறகு A நீங்குகிறார். மீதி வேலையை B எத்தனை நாட்களில் செய்வார் ?

5. Aஉம், Bஉம் தனித்தனியே ஒரு வேலையை 105 மணி 120 மணி நேரத்தில் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து 32 மணி நேரம் வேலை செய்த பிறகு B நீங்குகிறார். மீதி வேலையை A எத்தனை மணியில் செய்வார் ?

மாதிரி : Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து 10 நாட்களில் ஒரு வேலையைச் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து 6 நாட்கள் வேலை செய்த பிறகு A நீங்கவே மீதி வேலையை B, 14 நாட்களில் செய்து முடித்தார். ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அவ் வேலையைச் செய்ய எத்தனை நாட்களாகும் ?

A + B, 1 நாளில் செய்யும் வேலை $= \frac{1}{10}$ பாகம்

6 நாட்களில் செய்த வேலை $= \frac{6}{10}$ பாகம் $= \frac{3}{5}$ பாகம்

$\therefore$ B, 14 நாட்களில் செய்த வேலை $= \frac{2}{5}$ பாகம்

$\therefore$ B, 1 நாளில் செய்த வேலை $= \frac{2}{5 \times 14}$ பாகம் $= \frac{1}{35}$ பாகம்

$\therefore$ A, 1 நாளில் செய்த வேலை $= \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{35}\right)$ பாகம்

$= \frac{7-2}{70}$ பாகம் $= \frac{5}{70}$ பாகம்

$= \frac{1}{14}$ பாகம்

$\therefore$ A முழு வேலையைச் செய்ய ஆகும் காலம் = 14 நாட்கள்.
B முழு வேலையைச் செய்ய ஆகும் காலம் = 35 நாட்கள்.

பயிற்சி 4 :

1. Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து ஒரு வேலையை 15 நாட்களில் செய்வர். இருவரும் சேர்ந்து 10 நாட்கள் வேலை செய்த பிறகு A நீங்கவே மீதி வேலையை B மட்டும் 8 நாட்களில் செய்து முடித்தார் எனில், ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அவ் வேலையைச் செய்ய எவ்வளவு நாட்களாகும்?

2. Aஉம், Bஉம் சேர்ந்து ஒரு வேலையை 30 மணியில் முடிப்பர். இருவரும் சேர்ந்து 18 மணி நேரம் வேலை செய்த பிறகு B நீங்கினர். மீதி வேலையை A மட்டும் 22 மணி நேரத்தில் செய்து முடித்தார் எனில், ஒவ்வொருவரும் த னித்தனியே அவ் வேலையைச் செய்ய எவ்வளவு நேரமாகும்?

3. A தனியே ஒரு வேலையை 30 நாட்களில் செய்வார். அவர் 10 நாட்கள் செய்த பிறகு B அவருடன் சேருகிருர். மீதி வேலை 12 நாட்களில் முடிந்தது எனில், B தனியே அவ் வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்வார்?

4. A தனியே ஒரு வேலையை 20 நாட்களிலும், B அதே வேலையை 30 நாட்களிலும் செய்வர். A, தனியே 10 நாட்கள் வேலை செய்த பிறகு B அவருடன் சேருகிருர். மேலும் 2 நாட்களுக்குப் பிறகு C அவர்களுடன் சேர, மீதி வேலை 3 நாட்களில் முடிந்தது எனில், C மட்டும் தனியே அவ் வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்வார்?

5. ஒரு வேலையை A 60 நாட்களிலும், B 40 நாட்களிலும் செய்யக்கூடும். A தனியே 26 நாட்கள் வேலை

செய்தபிறகு B அவருக்கு 4 நாட்கள் துணை செய்கிறார். பிறகு C அவ் விருவரோடு சேர, மேலும் 6 நாட்களில் வேலை முடிவடைகிறது. முழு வேலையைச் செய்ய Cக்கு எத்தனை நாட்களாகும்?

பலர் கலந்து வேலை செய்யும்போது திறமையும் காலமும் காணுதல்:

மாதிரி: 8 மனிதர்களும் 2 சிறுவர்களும் 7 நாட்களில் செய்யக்கூடிய வேலையை 25 மனிதர்களும் 13 சிறுவர்களும் 2 நாட்களில் செய்வர். அதே வேலையை 6 மனிதர்களும், 9 சிறுவர்களும் எத்தனை நாட்களில் செய்வர்?

8 மனிதர் + 2 சிறுவர் வேலையைச் செய்ய நாட்கள் = 7

∴ 1 நாளில் வேலையைச் செய்து முடிக்கத் தேவையானவர். } = (8 மனிதர் + 2 சிறுவர்) 7

= 56 மனிதர் + 14 சிறுவர்

25 மனிதர் + 13 சிறுவர் வேலையைச் செய்ய நாட்கள் = 2

∴ 1 நாளில் செய்து முடிக்கத் தேவையானவர் } = 50 மனிதர் + 26 சிறுவர்

∴ 56 மனிதர் + 14 சிறுவர் = 50 மனிதர் + 26 சிறுவர்

∴ 6 மனிதர் = 12 சிறுவர்

∴ 1 மனிதர் = 2 சிறுவர்

∴ 8 மனிதர் + 2 சிறுவர் = 16சிறு. + 2சிறு. = 18 சிறுவர்

6 மனிதர் + 9 சிறுவர் = 12சிறு. + 9சிறு. = 21 சிறுவர்

	சிறுவர்		நாட்கள்
(8 மனி. + 2 சிறு.)	18	—	7
(6 மனி. + 9 சிறு.)	21	—	x

$$\therefore\ x = 7 \times \frac{18}{21}$$

$$= 6$$

∴ 6 மனிதரும், 9 சிறுவரும் அவ் வேலையை 6 நாட்களில் செய்து முடிப்பர்.

பயிற்சி 5:

1. 3 ஆண்கள் = 5 சிறுவர்கள். 6 ஆண்களும், 8 சிறுவர்களும் 10 நாட்களில் செய்யக்கூடிய வேலையை 9 ஆண்களும் 5 சிறுவர்களும் எத்தனை நாட்களில் செய்வர்?

2. 3 ஆண்களும், 5 சிறுவர்களும் 17 நாட்களில் செய்யக்கூடிய வேலையை 5 ஆண்களும், 3 சிறுவர்களும் 15 நாட்களில் செய்வர் எனில் ஓர் ஆண், ஒரு சிறுவன் இவர்களின் திறமையை ஒப்பிடுக.

3. 3 மனிதர்களும், 2 சிறுவர்களும் சேர்ந்து 6 நாட்களில் செய்யக்கூடிய வேலையை 5 மனிதர்களும் 7 சிறுவர்களும் 3 நாட்களிலேயே செய்யக்கூடுமெனில், 2 மனிதர்களும் 5 சிறுவர்களும் சேர்ந்து அவ் வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பர்?

4. 10 ஆண்களும் 5 பெண்களும் சேர்ந்து பெருவழி ஒன்றினை 6 நாட்களில் பழுது பார்ப்பார்கள். அதே வேலையை 11 ஆண்களும் 8 பெண்களும் சேர்ந்து 5 நாட்களில் செய்யக்கூடும். 25 பெண்கள் மாத்திரம் அவ் வேலையைச் செய்ய எத்தனை நாட்கள் வேண்டும்?

5. 25 ஆண்களும் 10 சிறுவர்களும் சேர்ந்து 6 நாட்களில் செய்யக்கூடிய வேலையை 21 ஆண்களும் 30 சிறுவர்களும் 5 நாட்களில் செய்வர். அவ் வேலையை 40 ஆண்கள் 4 நாட்களில் செய்து முடிக்க எத்தனை சிறுவர்களை உடன் சேர்த்துக்கொள்ள வேண்டும்?

6. 4 மனிதர்களும் 10 சிறுவர்களும் சேர்ந்து ஒரு வேலையில் பாதியை 6 நாட்களில் முடித்தனர். மேலும் 2 மனிதர்களும் 2 சிறுவர்களும் சேர 3 நாட்களில் மேலும் $\frac{1}{8}$ பாகம் வேலை முடிந்தது. மீதி வேலையை ஒரே நாளில் முடிக்க இன்னும் எத்தனை சிறுவர்களைச் சேர்க்க வேண்டும்?

குழாய்களும் தொட்டிகளும்

மாதிரி: ஒரு தொட்டியை இரு குழாய்கள் முறையே 12, 18 நிமிடங்களில் நிரப்பும். நிரம்பிய தொட்டியை மற்றொரு குழாய் 36 நிமிடங்களில் வடிக்கும். மூன்று குழாய்களும் ஒரே சமயத்தில் திறக்கப்பட்டால் முழுத் தொட்டி நிரம்ப எவ்வளவு நேரமாகும்?

$$\left.\begin{array}{l}\text{இரு குழாய்களும் ஒரு}\\ \text{நிமிடத்தில் நிரப்புவது}\end{array}\right\} = \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\right) \text{ பாகம்}$$

$$= \frac{3+2}{36} \text{பாகம்} = \frac{5}{36} \text{ பாகம்}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{வடி குழாய் ஒரு}\\ \text{நிமிடத்தில் வடிப்பது}\end{array}\right\} = \frac{1}{36} \text{ பாகம்}$$

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{மூன்று குழாய்களும்}\\ \text{ஒன்ருகத் திறக்கப்பட்}\\ \text{டால் ஒரு நிமிடத்தில்}\\ \text{நிரப்புவது}\end{array}\right\} = \left(\frac{5}{36}-\frac{1}{36}\right) \text{ பாகம்}$$

$$= \frac{1}{9} \text{ பாகம்}$$

$$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{முழுத் தொட்டி}\\ \text{நிரம்ப ஆகும் காலம்}\end{array}\right\} = 9 \text{ நிமிடங்கள்}$$

பயிற்சி 6 :

2. ஒரு தொட்டியை ஒரு குழாய் 10 நிமிடங்களில் நிரப்பும். வடி குழாயும் திறக்கப்பட்டால் முழுத் தொட்டி நிரம்ப 15 நிமிடங்களாகும். வடி குழாய் மட்டும் முழுத் தொட்டியை எவ்வளவு நேரத்தில் வடிக்கும் ?

2. ஒரு தொட்டியை இரு நிரப்புக் குழாய்கள் முறையே 20, 24 நிமிடங்களில் நிரப்பும். நிரப்புக் குழாய் களோடு வடி குழாயும் திறக்கப்பட்டால் தொட்டி நிரம்ப 40 நிமிடங்களாகும். வடிகுழாய் முழுத் தொட்டியைக் காலி செய்ய எவ்வளவு நேரமாகும் ?

3. ஒரு தொட்டியை நிரப்ப இரு குழாய்களுக்கு முறையே 4 மணி, 8 மணி ஆகும். முதல் குழாய் காலே 5 மணிக்குத் திறக்கப்பட்டது. இரண்டாவது குழாய் சிறிது நேரத்திற்குப்பின் திறக்கப்பட்டது. காலே 8 மணிக்குத் தொட்டி நிரம்பினுல் இரண்டாவது குழாய் எந் நேரம் திறக் கப்பட்டது ?

4. ஒரு குழாய் ஒரு தொட்டியை 4 மணியில் நிரப்பும். மற்ருெரு குழாய் 8 மணியில் வடிக்கும். காலே 8 மணிக்கு

நிரப்பும் குழாய் திறக்கப்பட்டது. சற்று நேரத்திற்குப்பின் வடிகுழாயும் திறக்கப்பட்டது. பிற்பகல் 2 மணிக்குத் தொட்டி நிறைந்தால் வடிக்கும் குழாய் எப்போது திறக்கப் பட்டது ?

5. இரண்டு குழாய்கள் முறையே 5 மணி, $7\frac{1}{2}$ மணியில் ஒரு தொட்டியை நிரப்பும். வடிக்கும் குழாய் நிரம்பிய தொட்டியை 6 மணியில் காலி செய்யும். நிரப்புக் குழாய் கள் இரண்டும் திறக்கப்பட்ட 2 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு அவ் வழியே சென்ற சிறுவன் ஒருவன் வடிகுழாயையும் திறந்துவிட்டான். தொட்டி நிரம்ப இன்னும் எவ்வளவு நேரமாகும் ?

6. ஒரு தொட்டியை முறையே 36, 45 நிமிடங்களில் நிரப் பக்கூடிய இரண்டு குழாய்களையும் திறந்து விட்டுத் தொட்டி நிரம்ப வேண்டிய நேரத்திற்கு வந்து பார்த்தபோது அதற் கிருந்த ஒரு வடிகுழாயும் திறந்திருக்கக் காணப்பட்டது. உடனே வடிகுழாயை மூடிவிட மேலும் 8 நிமிடங்களில் தொட்டி நிரம்பியது. வடிகுழாய் முழுத் தொட்டியையும் வடிக்க எவ்வளவு நேரமாகும் ?

(iii) காலமும் தூரமும் (Time and distance)

அறிந்துள்ளவை :

$$\text{வேகம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{காலம்}};\ s = \frac{d}{t}$$

$$\text{காலம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}};\ t = \frac{d}{s}$$

$$\text{தூரம்} = \text{வேகம்} \times \text{காலம்};\ d = st$$

மணிக்கு 1 கி.மீ. வேகம் = நொடிக்கு $\frac{5}{18}$மீ.

மணிக்கு 18 கி.மீ. வேகம் = நொடிக்கு 5 மீ.

நொடிக்கு 1 மீட்டர் = மணிக்கு $\frac{18}{5}$கி.மீ.

நொடிக்கு 5 மீட்டர் = மணிக்கு 18 கி.மீ.

மனக்கணக்குகள் (1) :

1. மணிக்கு 36 கிலோ மீட்டர் வேகம் என்பது நொடிக்கு எத்தனை மீட்டர் ?

2. மணிக்கு 90 கிலோ மீட்டர் என்பது நொடிக்கு எத்தனை மீட்டர் வேகம்?

3. நொடிக்கு 20 மீட்டர் வேகம் என்பது மணிக்கு எத்தனை கிலோ மீட்டராகும்?

4. நொடிக்கு 15 மீட்டர் வேகம் என்பது மணிக்கு எத்தனை கிலோ மீட்டர் வேகம்?

5. மணிக்கு 18 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் வண்டி 4 நொடிகளில் ஓடும் தூரம் எவ்வளவு?

6. மணிக்கு 54 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் வண்டி 10 நொடிகளில் எவ்வளவு தூரம் ஓடும்?

7. மணிக்கு 36 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் வண்டி 100 மீட்டர் ஓட ஆகும் காலமென்ன?

8. மணிக்கு 90 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் வண்டி 150 மீட்டர் ஓட ஆகும் காலமென்ன?

9. ஒரு வண்டி 6 நொடிகளில் 120 மீட்டர் தூரம் ஓடுமெனில் அதன் வேகமென்ன?

10. 15 நொடிகளில் 225 மீட்டர் ஓடும் வண்டியின் வேகமென்ன?

இரயில், கைகாட்டி, மேடை இவற்றைக் கடத்தல்

ஓர் இரயில் (i) கைகாட்டி அல்லது தந்திக் கம்பத்தைக் கடக்க அது தன் நீளத்தை ஓட வேண்டும் (ii) மேடையைக் கடக்கத் தன் நீளம்+மேடையின் நீளத்தை ஓட வேண்டும் (iii) இரு இரயில்கள் ஒன்றையொன்று கடக்க வேண்டுமாயின் அவை அவற்றின் மொத்த நீளத்தை ஓடவேண்டும்.

மாதிரி: மணிக்கு 72 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் 160 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில் ஒரு கைகாட்டியைக் கடக்க எவ்வளவு நேரமாகும்?

இரயிலின் வேகம் = மணிக்கு 72 கி.மீ.

= நொடிக்கு 20 மீட்டர்

இரயிலின் நீளம் = 160 மீட்டர்

கைகாட்டியைக் கடக்க இரயில் ஓடவேண்டிய தூரம்	$= 160$ மீட்டர்
∴ கடக்க ஆகும் காலம்	$= \frac{160}{20}$ நொடிகள்
	$= 8$ நொடிகள்

பயிற்சி 1:

1. மணிக்கு 54 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் 135 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில், ஒரு தந்திக் கம்பத்தைக் கடக்க எவ்வளவு நேரமாகும்?

2. 225 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில், மணிக்கு 81 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும்போது ஒரு கைகாட்டியைக் கடக்க அதற்கு எவ்வளவு நேரமாகும்?

3. மணிக்கு 36 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் 155 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில், பாதையோரம் நிற்கும் ஒரு மனிதரை எவ்வளவு நேரத்தில் கடக்கும்?

மாதிரி: 135 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில், ஒரு தந்திக் கம்பத்தை 9 நொடிகளில் கடந்தது எனில் அந்த இரயிலின் வேகமென்ன?

இரயிலின் நீளம்	$= 135$ மீ.
தந்திக் கம்பத்தைக் கடக்க இரயில் ஓட வேண்டிய தூரம்	$= 135$ மீ.
தந்திக் கம்பத்தைக் கடக்க ஆகும் காலம்	$= 9$ நொடிகள்
∴ இரயிலின் வேகம் நொடிக்கு	$= \frac{135}{9}$ மீ.
	$= 15$ மீ.
∴ இரயிலின் வேகம் மணிக்கு	$= \frac{15 \times 18}{5}$ கி.மீ.
	$= 54$ கி.மீ.

4. 250 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில், ஒரு கைகாட்டியை 10 நொடிகளில் கடந்தது எனில் அதன் வேகம் என்ன ?

5. 105 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில், நிற்கும் ஒரு மனிதரை 14 நொடிகளில் கடந்தது எனில் அந்த இரயிலின் வேகமென்ன ?

6. ஓர் இரயிலின் நீளம் 270 மீட்டர். அஃது ஒரு தந்திக் கம்பத்தை 18 நொடிகளில் கடந்தது எனில் அதன் வேகமென்ன ?

மாதிரி : மணிக்கு 45 கி.மீ வேகத்தில் ஓடும் இரயில், நிற்கும் ஒரு மனிதரை 12 நொடிகளில் கடந்தால் அந்த இரயிலின் நீளமென்ன ?

இரயிலின் வேகம் = மணிக்கு 45 கி.மீ.

= நொடிக்கு $12\frac{1}{2}$ மீ.

மனிதரைக் கடக்க ஓடிய நேரம் } = 12 நொடிகள்

∴ இரயில் 12 நொடிகளில் ஓடிய தூரம் } $= \overset{6}{\cancel{12}} \times \frac{25}{\cancel{2}}$ மீ.

= 150 மீ.

∴ இரயிலின் நீளம் = 150 மீ.

7. மணிக்கு 72 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் ஓர் இரயில், $8\frac{1}{2}$ நொடிகளில் ஒரு மனிதரைக் கடந்தது. இரயிலின் நீளமென்ன ?

8. ஓர் இரயில் 11 நொடிகளில் ஒரு கைகாட்டியைக் கடந்தது. இரயிலின் வேகம் மணிக்கு 63 கி.மீ. எனில், அதன் நீளமென்ன ?

மாதிரி : மணிக்கு 54 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் 145 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில், 200 மீட்டர் நீளமுள்ள மேடையைக் கடக்க ஆகும் காலமென்ன ?

இரயிலின் நீளம் = 145 மீ.

மேடையின் நீளம் = 200 மீ.

$\therefore$ மேடையைக் கடக்க இரயில் ஓடவேண்டிய தூரம் $\left.\right\}$ = 145 மீ. + 200 மீ.

= 345 மீ.

இரயிலின் வேகம் = மணிக்கு 54 கி.மீ.

= நொடிக்கு 15 மீ.

$\therefore$ மேடையைக் கடக்க ஆகும் காலம் $\left.\right\}$ = $\frac{345}{15}$ நொடி. = 23 நொடிகள்

பயிற்சி 2 :

1. மணிக்கு 72 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் 120 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில், 140 மீட்டர் நீளமுள்ள மேடையைக் கடக்க எவ்வளவு நேரமாகும்?

2. மணிக்கு 63 கி.மீ. வேகத்தில் செல்லும் 192 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில், 193 மீட்டர் நீளமுள்ள பாலத்தைக் கடக்க ஆகும் காலமெவ்வளவு?

3. 176 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில், 144 மீட்டர் நீளமுள்ள பாலத்தை 32 நொடிகளில் கடந்தது எனில் இரயிலின் வேகமென்ன?

4. 115 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில், 65 மீட்டர் நீளமுள்ள மேடையை 24 நொடிகளில் கடந்தது எனில், இரயிலின் வேகமென்ன?

5. மணிக்கு 54 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் இரயில், 90 மீட்டர் நீளமுள்ள மேடையைக் கடக்க 18 நொடிகளாகின்றன எனில், இரயிலின் நீளமென்ன?

6. மணிக்கு 99 கி.மீ. வேகத்தில் ஓடும் இரயில், 180 மீட்டர் நீளமுள்ள பாலத்தை 14 நொடிகளில் கடந்தது எனில் இரயிலின் நீளமென்ன?

7. மணிக்கு 45 கி.மீ. வேகத்தில் செல்லும் 185 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில், ஓர் ஆற்றுப் பாலத்தை 28 நொடிகளில் கடந்தால் பாலத்தின் நீளமென்ன?

8. மணிக்கு 72 கி.மீ. வேகத்தில் செல்லும் இரயில், ஒரு மேடையைக் 18 நொடிகளில் கடந்தது. இரயிலின் நீளம் 178 மீட்டர் எனில் மேடையின் நீளமென்ன?

9. 120 மீ. நீளமுள்ள இரயில் வண்டியொன்று 180 மீ. நீளமுள்ள மேடையை 30 நொடிகளில் தாண்டி விடுகிறது. அது (i) பாதையருகே நிற்கும் ஒரு மனிதரை (ii) 150 மீ. நீளமுள்ள பாலம் ஒன்றைத் தாண்டிச் செல்ல ஆகும் நேரமெவ்வளவு ?

மாதிரி : மணிக்கு 30 கி. மீ. வீதம் செல்லும் 120 மீ. நீளமுள்ள ஓர் இரயில் (i) அது செல்லும் திசைக்கு எதிர்த் திசையில் மணிக்கு 6 கி. மீ. வீதம் செல்பவரை (ii) அது செல்லும் திசையிலேயே மணிக்கு 6 கி. மீ. வீதம் செல்பவரைக் கடக்க ஆகும் நேரம் எவ்வளவு ?

(i) இரயில் எதிர்த் திசையில் செல்லுபவரை 1 மணியில் நெருங்கும் வேகம் $= 30$ கி. மீ. $+ 6$ கி.மீ.

$= 36$ கி. மீ.

1 நொடியில் ,, ,, $= \frac{36 \times 5}{18}$ மீ. $= 10$ மீ.

$\therefore$ எதிர்த்திசையில் செல்லுபவரைக் கடக்க ஆகும் காலம் $= \frac{120}{10}$ நொடிகள்

$= 12$ நொடிகள்

(ii) அதே திசையில் செல்லுபவரை 1 மணியில் நெருங்கும் வேகம் $= 30$ கி. மீ. -6 கி. மீ.

$= 24$ கி. மீ.

1 நொடியில் ,, ,, $= \frac{24 \times 5}{18}$ மீ. $= \frac{20}{3}$ மீ.

$\therefore$ அதே திசையில் செல்லுபவரைக் கடக்க ஆகும் காலம் $= \frac{120 \times 3}{20}$ நொடிகள்

$= 18$ நொடிகள்

பயிற்சி 3 :

1. மணிக்கு 45 கி. மீ. வீதம் செல்லும் ஓர் இரயில் வண்டியின் நீளம் 110 மீ. அவ் வண்டி செல்லும் திசையிலேயே மணிக்கு 9 கி. மீ. வீதம் செல்லும் ஒரு மனிதரைக் கடக்க அதற்கு எவ்வளவு நேரமாகும் ?

2. மணிக்கு 40 கி. மீ. வீதம் செல்லும் 120 மீ. நீள முள்ள இரயில் வண்டி அதன் எதிர்த் திசையில் மணிக்கு 14 கி. மீ. வீதம் சைக்கிளில் செல்லும் ஒருவரை எத்தனை நொடி களில் கடக்கும் ?

3. 200 மீ., 240 மீ. நீளமுள்ள இரு இரயில் வண்டிகள் எதிர்த் திசையில் முறையே மணிக்கு 55 கி. மீ., 44 கி. மீ. வேகங்களில் ஓடுகின்றன. அவை ஒன்றையொன்று கடக்க எவ்வளவு காலமாகும் ?

4. மணிக்கு 120 கி. மீ. வேகத்தில் ஓடும் 155 மீ. நீள முள்ள ஓர் இரயில், அதே திசையில் மணிக்கு 75 கி.மீ. வீதம் ஓடும் 170 மீ. நீளமுள்ள வேறோர் இரயிலைக் கடக்க எவ்வளவு நேரமாகும் ?

5. மணிக்கு 40 கி. மீ. வீதம் செல்லும் 150 மீ. நீள முள்ள ஓர் இரயில் வண்டி அதன் எதிர்த் திசையில் சைக்கிளில் செல்லும் ஒருவரை 10 நொடிகளில் கடந்தது. அவர் சென்ற வேகம் யாது ?

6. 100 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில் அஃது ஓடும் அதே திசையில் மணிக்கு 6 கி. மீ. வீதம் நடந்து செல்லும் ஒருவரை 10 நொடிகளில் கடந்து சென்றது. இரயிலினுடைய வேகம் யாது ?

7. மணிக்கு 40 கி. மீ. வீதம் ஓடிய 160 மீ. நீளமுள்ள ஓர் இரயில் அதன் எதிரே மணிக்கு 50 கி. மீ. வீதம் வந்த மற்றோர் இரயிலை 12 நொடிகளில் கடந்தது எனில் எதிரே வந்த இரயிலின் நீளம் யாது ?

மாதிரி : ஓர் இரயில் தொடர் அது செல்லும் வழியில் நிற்கும் ஒரு மனிதரை 6 நொடிகளிலும், 300 மீட்டர் நீள முள்ள ஒரு பாலத்தை 21 நொடிகளிலும் கடந்தால் தொட ரின் நீளம், வேகம் காணுக.

இரயில் மனிதரைக் கடக்க ஓடிய தூரம் } = இரயிலின் நீளம்

மனிதரைக் கடக்க ஆகும் காலம் } = 6 நொடிகள்

இரயிலின் நீளம்+பாலத்தின் நீளத்தைக் கடக்க் காலம் } = 21 நொடிகள்

$\therefore$ பாலத்தின் நீளத்தை மட்டும் கடக்கக் காலம் $\Big\} = 15$ நொடிகள்

$\therefore$ இரயிலின் வேகம் நொடிக்கு $\Big\} = \frac{300}{15}$ மீ.

$= 20$ மீ.

$\therefore$ வேகம் மணிக்கு $= \frac{20 \times 18}{5}$ கி. மீ. $= 72$ கி. மீ.

$\therefore$ இரயிலின் நீளம் $= 20 \times 6$ மீ. $= 120$ மீட்டர்.

பயிற்சி 4 :

1. 180 மீட்டர் நீளமுள்ள மேடையின்மீது நின்று கொண்டு இருக்கும் ஒருவர் ஓர் இரயில் தம்மை 8 நொடிகளிலும் மேடையை 20 நொடிகளிலும் கடப்பதாகக் காணுகிறார். இரயிலின் வேகத்தையும் நீளத்தையும் காணுக.

2. ஓர் இரயில் தொடர் ஒரு தந்திக் கம்பத்தை 6 நொடிகளிலும் 360 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு பாலத்தை 22 நொடிகளிலும் கடந்தால் தொடரின் நீளத்தையும் வேகத்தையும் காணுக.

3. ஒரு புகைவண்டித் தொடர் ஒரு தந்திக் கம்பத்தை 9 நொடிகளிலும் 300 மீட்டர் நீளமுள்ள பாலத்தை 21 நொடிகளிலும் கடந்தது எனில் வண்டியின் வேகத்தையும் நீளத்தையும் காணுக.

4. 100 மீட்டர் நீளமுள்ள இரயில் ஒரு மனிதரை 5 நொடிகளிலும் ஒரு மேடையை 16 நொடிகளிலும் கடந்தது. இரயிலின் வேகத்தையும் மேடையின் நீளத்தையும் காணுக.

5. 220 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் இரயில் ஒரு தந்திக் கம்பத்தை 8 நொடிகளிலும், ஒரு பாலத்தை 18 நொடிகளிலும் கடந்தது எனில் இரயிலின் வேகத்தையும் பாலத்தின் நீளத்தையும் காணுக.

நீரோட்டங்கள்

நீரோட்டங்களில் படகுகள் செல்லுவதை நாம் காணுகிறோம். நீரோட்டத்துடன் படகு செல்லும்போது,

படகின் வேகத்தோடு நீரோட்டத்தின் வேகமும் சேரு கின்றது. நீரோட்டத்தை எதிர்த்துச் செல்லும்போது படகு முன்னேற, நீரோட்டம் அதனைச் சிறிது பின்தள்ளு கிறது. அதாவது படகின் வேகம் குறைகிறது. அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் மணிக்கு 5 கி. மீ. என்றும், ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 3 கி. மீ. என்றும் கொண்டால்,

ஆற்றை எதிர்த்துப் படகின் வேகம் மணிக்கு } = 5 கி.மீ. − 3 கி.மீ. = 2 கி.மீ.

ஆற்று போக்கில் ,, ,, = 5 கி.மீ. + 3 கி.மீ. = 8 கி.மீ.

படகின் வேகம், ஆற்றின் வேகத்தைவிடக் குறைவாயின் ஆற்றை எதிர்த்துப் படகு செல்ல முடியாது.

நினைவு கொள் :

ஆற்றுப் போக்கில் படகின் வேகம் } = படகின் வேகம் + ஆற்றின் வேகம்

ஆற்றை எதிர்த்துப் படகின் வேகம் } = படகின் வேகம் — ஆற்றின் வேகம்

மனக்கணக்குகள் (2):

(படகின் வேகம் என்பதை அசைவற்ற நீரில் அதனு டைய வேகம் என்பதாகக் கொள்க.)

1. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 8 கி.மீ. அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் 10 கி. மீ. ஆற்றோடு படகின் வேகமென்ன ?

2. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 12 கி.மீ. படகின் வேகம் மணிக்கு 21 கி. மீ. ஆற்றை எதிர்த்துப் படகின் வேகம் என்ன ?

3. படகின் வேகம் மணிக்கு 10 கி. மீ. ஆற்றை எதிர்த்து அதன் வேகம் மணிக்கு 6 கி. மீ. ஆற்றின் வேகம் என்ன ?

4. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 8 கி. மீ. அதை எதிர்த்துப் படகின் வேகம் மணிக்கு 4 கி. மீ. படகின் வேகமென்ன ?

5. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 6 கி. மீ. ஆற்றோடு படகின் வேகம் மணிக்கு 18 கி. மீ. ஆற்றை எதிர்த்துப் படகின் வேகம் என்ன ?

6. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 5 கி. மீ. ஆற்றை எதிர்த்துப் படகின் வேகம் மணிக்கு 4 கி. மீ. ஆற்ருேடு படகின் வேகமென்ன ?

7. நிலையான நீரில் படகின் வேகம் மணிக்கு 12 கி. மீ. ஆற்றை எதிர்த்து அதன் வேகம் மணிக்கு 5 கி. மீ. ஆற்ருேடு அதன் வேகமென்ன ?

8. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 4 கி. மீ. படகின் வேகம் மணிக்கு 9 கி. மீ. படகு ஆற்றை எதிர்த்து 1 கி. மீ. செல்ல எவ்வளவு நேரமாகும் ?

9. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 6 கி. மீ. படகின் வேகம் மணிக்கு 10 கி. மீ. ஆற்றுப் போக்கில் 2 மணியில் படகு செல்லும் தூரம் எவ்வளவு ?

பயிற்சி 5 :

1. அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் மணிக்கு 8 கி. மீ. ஆற்றின் வேகம் 4 கி. மீ. படகு ஆற்றை எதிர்த்து 6 கி. மீ. சென்று உடனே திரும்பிப் புறப்பட்ட இடத்தை அடைய ஆகும் காலம் எவ்வளவு ?

2. மணிக்கு 6 கி.மீ. வீதம் அசைவற்ற நீரில் செல்லும் ஒரு படகு ஓர் ஆற்றில் அதன் போக்கில் $\frac{1}{4}$ மணியில் $2\frac{1}{2}$ கி.மீ. சென்றது. அதே தூரத்தை எதிர்த்துப் புறப்பட்ட இடத்தை அடைய அப் படகுக்கு எவ்வளவு நேரமாகும் ?

3. ஓர் ஆற்றில் மிதக்கவிடப்பட்ட கட்டையொன்று 4 மணியில் 20 கி. மீ. அடித்துச் செல்லப்பட்டது. அசைவற்ற நீரில் மணிக்கு 15 கி. மீ. வீதம் செல்லும் ஒரு படகு அந்த ஆற்றை எதிர்த்து $7\frac{1}{2}$ கி. மீ. செல்ல எவ்வளவு நேரமாகும் ?

4. அசைவற்ற நீரில் மணிக்கு 11 கி. மீ. செல்லும் ஒரு படகு, ஓர் ஆற்றை எதிர்த்து 2 கி. மீ. செல்ல 24 நிமிடங்களாயின என்ருல், ஆற்றின் வேகம் யாது ?

5. மணிக்கு 6 கி. மீ. வீதம் ஓடும் ஓர் ஆற்றின் நீர்ப் போக்கில் ஒரு படகு 1 கி.மீ. செல்ல 2 நிமிடங்களாகின்றன. அசைவற்ற நீரில் அப் படகின் வேகம் யாது ?

2. முதலீடுகள்

(i) தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்கள் (National Savings Certificates)

தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்களை அரசியலார் விற்பனை செய்கின்றனர். அதன்மூலம் கிடைக்கும் தொகையைக் கொண்டு நாட்டு முன்னேற்றத்திற்கான பல சீரிய செயல்களைச் செய்கின்றனர். ஆதலின் பொதுமக்கள் தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்களை வாங்குவதன்மூலம் தங்கள் பணத்தை நம்பிக்கையான இடத்தில் சேமித்து வைப்பதோடு நாட்டுக்குப் பயனுகும் நல்ல செயல்கள் நிறைவேற உதவியவர்களும் ஆவார்கள்.

தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்களில் இடும் பணம் 12 ஆண்டுகள் முடிந்ததும் குறித்த வட்டி சேர்க்கப்பட்டு அரசியலாரால் திருப்பிக் கொடுக்கப்படும். இடையில் எப்போது நமக்குப் பணம் தேவையானலும் பெற்றுக் கொள்ளலாம். இதில் ரூ. 5, 10, 50, 100, 500, 1000, 5000 மதிப்புள்ள பத்திரங்கள் உண்டு. தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்களில் போடும் தொகையை 2 ஆண்டுகளுக்குள் திரும்பப் பெற்றுக்கொண்டால் வட்டி கிடைக்காது. 2 ஆண்டுகள் அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட காலத்திற்கு இருக்குமானல் ஒவ்வோர் ஆண்டு முடிவிலும் வட்டியோடு என்ன தொகை கிடைக்கும் என்பதைப் பத்திரத்தின் பின்புறத்தில் குறித்திருப்பார்கள். நமக்குப் பணம் தேவைப்படும் போது பத்திரத்தைக் கொடுத்து அப்போது என்ன தொகை கிடைக்குமோ அதைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம். ரூ. 5 மதிப்புள்ள பத்திரத்தில் கீழ்க்கண்ட விவரங்கள் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.

கால எல்லை	கிடைக்கும் தொகை
1 ஆண்டு முடிவில்	ரூ. 5·00
2 ஆண்டுகள் முடிவில்	ரூ. 5·20
3 ,, ,,	ரூ. 5·35
4 ,, ,,	ரூ. 5·55

கால எல்லை	கிடைக்கும் தொகை
8 ஆண்டுகள் முடிவில்	ரூ. 5·80
....	....
....	....
10 ,, ,,	ரூ. 7·40
11 ,, ,,	ரூ. 7·80
12 ,, ,,	ரூ. 8·25

இரண்டாண்டுகள் வரை வட்டி கிடையாது. பத்திரத்தை 2 ஆண்டுகள் 8 மாதங்கள் முடிவில் மாற்றினால் 2 ஆண்டுகள் முடிவில் கிடைக்கக்கூடிய ரூ. 5·20 தான் கிடைக்கும். மூன்றாண்டுகள் முடிந்த பிறகுதான் ரூ. 5·35 கிடைக்கும். மூன்றாண்டுகளுக்குமேல் நான்காண்டுகளுக்குள் எப்போது பணம் கேட்டாலும் மூன்றாண்டுகள் முடிவில் கிடைக்க வேண்டிய ரூ. 5·55 தான் கிடைக்கும். அதாவது, பத்திரத்தில் குறிப்பிட்டிருக்கும் இரு தவணைகளுக்கு இடைப்பட்ட காலத்தில் பணம் கேட்டால் அவற்றுள் முந்தைய தவணை முடிவில் உள்ள தொகைதான் நமக்குக் கிடைக்கும்.

அடுத்த பக்கத்தில் உள்ள அட்டவணை வெவ்வேறு மதிப்புள்ள தொகைகளுக்கு வெவ்வேறு தவணை முடிவில், கொடுத்த பணத்திற்கு வட்டியுடன் என்ன தொகை கிடைக்கும் என்பதைக் காட்டுகிறது.

மனக்கணக்குகள்

பக்கம் 34இல் உள்ள அட்டவணையைக்கொண்டு விடையளி

1. தேசிய சேமிப்புப் பத்திரத்தில் :

(i) ரூ. 5க்குப் பத்திரம் வாங்கியவர் 3ஆம் ஆண்டு முடிவில் பெறுவது எவ்வளவு ?

(ii) ரூ. 50 மதிப்புள்ள பத்திரங்கள் வாங்கியவர் 4ஆம் ஆண்டு முடிவில் பெறுவது எவ்வளவு ?

(iii) 9ஆம் ஆண்டு முடிவில் பெறுவது, போட்ட தொகையைப்போல் எத்தனை மடங்காகும் ?

(iv) ரூ. 100 மதிப்புள்ள பத்திரங்கள் 4 வாங்கியவர் 8ஆம் ஆண்டு முடிவில் பெறும் தொகை எவ்வளவு ?

மதிப்பு

கால எல்லை	ரூ. 5		ரூ. 10		ரூ. 50		ரூ. 100		ரூ. 500		ரூ. 1000		ரூ. 5000	
	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.
1 ஆண்டு முடிவில்	5	00	10	00	50	00	100	00	500	00	1000	00	5000	00
2 ஆண்டுகள் முடிவில்	5	20	10	40	52	00	104	00	520	00	1040	00	5200	00
3 ஆண்டுகள் முடிவில்	5	35	10	70	53	50	107	00	535	00	1070	00	5350	00
4 ஆண்டுகள் முடிவில்	5	55	11	10	55	50	111	00	555	00	1110	00	5550	00
5 ஆண்டுகள் முடிவில்	5	80	11	60	58	00	116	00	580	00	1160	00	5800	00
6 ஆண்டுகள் முடிவில்	6	08	12	16	60	80	121	60	608	00	1216	00	6080	00
7 ஆண்டுகள் முடிவில்	6	35	12	70	63	50	127	00	635	00	1270	00	6350	00
8 ஆண்டுகள் முடிவில்	6	65	13	30	66	50	133	00	665	00	1330	00	6650	00
9 ஆண்டுகள் முடிவில்	7	00	14	00	70	00	140	00	700	00	1400	00	7000	00
10 ஆண்டுகள் முடிவில்	7	40	14	80	74	00	148	00	740	00	1480	00	7400	00
11 ஆண்டுகள் முடிவில்	7	80	15	60	78	00	156	00	780	00	1560	00	7800	00
12 ஆண்டுகள் முடிவில்	8	25	16	50	82	50	165	00	825	00	1650	00	8250	00

(v) 12ஆம் ஆண்டு முடிவில் தொகை எத்தனை மடங்காகிறது ?

(vi) ரூ. 5000 மதிப்புள்ள பத்திரங்களை 3ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றுவதற்குப் பதிலாக 4ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றினுல் எவ்வளவு தொகை அதிகம் கிடைக்கும் ?

(vii) 6ஆம் ஆண்டு முடிவில் தொகை என்ன சதவீதம் அதிகமாகிறது ?

(viii) தொகை எத்தனை ஆண்டுகளின் முடிவில் 16% கூடுதல் ஆகிறது ?

(ix) எத்தனை ஆண்டுகளின் முடிவில் போட்ட தொகைக்கு 33% கூடுதல் கிடைக்கும் ?

(x) ரூ. 10 மதிப்புள்ள பத்திரங்கள் 10 வாங்கிய ஒருவர் அவற்றை 10ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றினுல் மொத்தம் எவ்வளவு தொகை கிடைக்கும் ?

(xi) 9ஆம் ஆண்டு முடிவில் ரூ. 210 கிடைக்க இப்போது எவ்வளவு மதிப்புள்ள பத்திரங்கள் வாங்கவேண்டும் ?

(xii) 10ஆம் ஆண்டு முடிவில் கிடைக்கும் தொகை 9ஆம் ஆண்டு முடிவில் கிடைக்கும் தொகையைவிட என்ன சதவீதம் அதிகமாகும் ?

பயிற்சி

[பக்கம் 34இல் உள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்துக]

1. தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்கள் வாங்கும் ஒருவர் 5ஆம் ஆண்டு முடிவில் ரூ. 4640 பெற இப்போது 1000 ரூபாய் மதிப்புள்ள பத்திரங்கள் எத்தனை வாங்கவேண்டும் ?

2. சேமிப்புப் பத்திரங்களில் ரூ. 100 மதிப்புள்ள 6 பத்திரங்களை வாங்கியவர் (i) 5 ஆண்டுகள் (ii) $7\frac{1}{4}$ ஆண்டுகள் (iii) $10\frac{3}{4}$ ஆண்டுகள் (iv) 11 ஆண்டுகள் முடிவில் எவ்வளவு தொகை திரும்பப் பெறுவார் ?

3. பத்திரங்கள் 5 ஆண்டுகள், 7 ஆண்டுகள், 12 ஆண்டுகள் கால முடிவில் என்ன சதவீதம் தனி வட்டியைத் தருகின்றன ?

4. பின் உள்ளவற்றில் கிடைக்கும் தனிவட்டி சதவீதம் காணுக :

(i) ரூ. 5 மதிப்புள்ள பத்திரத்தை 9ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றுபவருக்கு;

(ii) ரூ. 50 மதிப்புள்ள பத்திரத்தை 6ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றுபவருக்கு;

(iii) ரூ. 1000 மதிப்புள்ள பத்திரத்தை 3ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றுபவருக்கு.

5. ஒருவர் தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்கள் ரூ. 1250க்கு வாங்கி அவற்றை 4ஆம் ஆண்டு முடிவில் மாற்றினுல் என்ன தொகை கிடைக்கும்? இஃது அவருக்கு என்ன சதவீதம் வட்டியாகிறது?

6. சேமிப்புப் பத்திரங்களில் 5ஆம் ஆண்டு முடிவில் கிடைப்பதைக் காட்டிலும் 6ஆம் ஆண்டு முடிவில் கிடைப்பது என்ன சதவீதம் அதிகமாகும்? (1 தசம இடத் திருத்தமாக விடை கொடு.)

7. ஒரு பாங்கியில் இப்போது ரூ. 875 கொடுத்து வாங்கும் சேமிப்புப் பத்திரத்திற்கு 10 ஆண்டுகள் முடிந்ததும் ரூ. 1050 கிடைக்கும். அதை வாங்கும் ஒருவருக்குக் கிடைக்கக்கூடிய தனிவட்டி சதவீதம் எவ்வளவு?

(ii) இன்ஷூரன்சு (Insurance)

ஒருவர், தமக்கு ஏற்படும் சேதத்தை ஈடு செய்ய ஒரு கம்பெனியுடன் செய்துகொள்ளும் ஒப்பந்தமே இன்ஷூரன்சு ஆகும். இன்ஷூரன்சுகளில் பலவகை உண்டு. வீடும், வீட்டிலுள்ள பொருள்களும் திருட்டு, நெருப்பு போன்றவற்ருல் ஏற்படும் சேதங்களுக்காக இன்ஷூர் செய்யப்படுகின்றன. விபத்திஞல் ஏற்படும் சேதங்களை ஈடுசெய்ய மோட்டார் வண்டிகள், கிடங்குகள் போன்றவையும் இன்ஷூர் செய்யப்படுகின்றன. மேலை நாடுகளில் விவசாயிகள் இயற்கை விளைவிக்கும் நாசங்களுக்கு ஈடு செய்யப் பயிர்களையும், நோய் போன்றவற்ருல் ஏற்படும் சேதங்கட்கு ஈடு செய்யக் கால்நடைகளையும் இன்ஷூர் செய்வதுண்டு.

இன்ஷூரன்சு எத்தகையதாயினும் அதனுடைய பொது நோக்கம் சேதமடைந்தோர்க்கு ஈடு செய்தலேயாம். இன்ஷூர் செய்தவர் தவணைதோறும் செலுத்தி வரும் குறிப்பிட்ட தொகையைப் பெற்றுக்கொள்வதால் இன்ஷூர் செய்யப்பட்டவற்றிற்கு ஏற்படும் சேதத்திற்கு ஈடு செய்யக் கம்பெனி ஒத்துக்கொள்கிறது.

தவணைதோறும் செலுத்தப்படும் தவணைத் தொகை பிரிமியம் ஆகும். இஃது ஆண்டுக்கொருமுறை, அரையாண்டுக் கொருமுறை, காலாண்டுக்கொருமுறை, மாதமொருமுறை எனப் பலவகையாகச் செலுத்தப்படுவதுண்டு. இன்ஷூரன்சுக் கம்பெனியுடன் நாம் செய்துகொள்ளும் ஒப்பந்த ஏற்பாட்டிற்குப் பாலிசி (Insurance policy) என்று பெயர்.

இன்ஷூரன்சுக் கம்பெனி சேதங்களுக்கு ஈடு செய்வது எவ்வாறு? இன்ஷூர் செய்துகொண்ட அனைவருக்குமே சேதம் ஏற்பட்டுவிடுவது கிடையாது. கம்பெனி சேதமடையாதோர் செலுத்தும் தொகையைக்கொண்டு சேதமடைந்தோர்க்குச் சேத ஈடு செய்கிறது.

மனக்கணக்குகள் :

1. ஓர் ஆலை ரூ. 12,000க்கு இன்ஷூர் செய்யப்படுகிறது. அத் தொகையில் $\frac{1}{2}$% ஆண்டுப் பிரிமியமெனில் பிரிமியத் தொகை என்ன?

2. ரூ. 100க்கு ரூ. $1\frac{1}{2}$ பிரிமியம் வீதம், ரூ. 10,000 மதிப்புள்ள கிடங்கை இன்ஷூர் செய்தால் செலுத்தும் பிரிமியத் தொகை என்ன?

3. ரூ. 6400க்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்ட வீட்டிற்கு ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 80 எனில், பிரிமிய சதவீதமென்ன?

4. ரூ. 7500க்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்ட கட்டடத்திற்குச் செலுத்தப்படும் ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 75 எனில், பிரிமியம் ரூ. 100க்கு எவ்வளவு?

5. இன்ஷூரன்சுப் பிரிமியம் $\frac{3}{4}$% வீதம் ஒரு கிடங்கை இன்ஷூர் செய்த ஒருவர் ஆண்டுப் பிரிமியமாக ரூ. 120 செலுத்தினுல் கிடங்கு எவ்வளவுக்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது?

6. ரூ. 100க்கு 25 பை. வீதம் ஒருவர் தம் வீட்டிலுள்ள பொருள்களை இன்ஷூர் செய்கிறார். அவர் செலுத்தும் ஆண்டுப் பிரிமியத் தொகை ரூ. 50 எனில் வீட்டிலுள்ள பொருள்களின் மதிப்பு என்ன?

7. ஒருவர் தம்முடைய சொத்துக்களை $\frac{1}{8}$% வீதம் இன்ஷூர் செய்து ஆண்டுப் பிரிமியமாக ரூ. 20 கட்டுகிறார். அவருடைய சொத்து மதிப்பு என்ன?

மாதிரி : ஒருவருடைய இன்ஷூரன்சுப் பாலிசித் தொகை ரூ. 82,400. அம் மதிப்பில் $2\frac{3}{4}\%$ அவர் ஆண்டுப் பிரிமியமாகச் செலுத்துகிறார். அவர் செலுத்தும் பிரிமியத் தொகை என்ன ?

பாலிசித் தொகை = ரூ. 82,400

பிரிமிய வீதம் = $2\frac{3}{4}\%$

$$\therefore \text{பிரிமியத் தொகை} = \text{ரூ. } \overset{206}{\cancel{82400}} \times \frac{11}{\cancel{400}}$$

$$= \text{ரூ. } 2266$$

பயிற்சி 11

1. ஆண்டு பிரிமியத் தொகை ரூ. 100க்கு 30 பை. வீதம் ஒரு வீடு ரூ. 12,500க்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது. செலுத்தவேண்டிய பிரிமியத் தொகை என்ன ?

2. ஒரு கிடங்கு ரூ. 10,000க்கு இன்ஷூர் செய்யப் பட்டது. அத் தொகையில் $\frac{3}{8}\%$ ஆண்டுப் பிரிமியம் கட்ட வேண்டுமெனில், ஆண்டுப் பிரிமியத் தொகை எவ்வளவு ?

3. ஒருவர் தம் வீட்டை ரூ. 20,000க்கும் அதிலுள்ள பொருள்களை ரூ. 12,000க்கும் இன்ஷூர் செய்தார். இன்ஷூர் தொகையில் ரூ. 100க்கு 35 பை. வீதம் வீட்டிற்கும், ரூ. 100க்கு 25 பை. வீதம் அதிலுள்ள பொருள்களுக்கும் ஆக ஆண்டுப் பிரிமியம் செலுத்தவேண்டும். அவர் இரண்டிற்கு மாக மூன்று மாதங்களுக்கொருமுறை கட்டவேண்டிய பிரிமியத் தொகை என்ன ?

4. ஒரு மோட்டாரின் விலை ரூ. 18,000. அதன் மதிப்பில் 80%க்கு அதனை ஒருவர் இன்ஷூர் செய்தார். வருட இன்ஷூர் பிரிமியம், இன்ஷூர் செய்த மதிப்பில் $\frac{1}{2}\%$ ஆனால், கட்டவேண்டிய அரையாண்டுப் பிரிமியத் தொகை எவ்வளவு ?

5. பொதி ரூ. 540 வீதம் 120 பொதிகள் பருத்தி வாங்கி, அதை வெளிநாட்டிற்கு அனுப்பும் ஒருவர் பயணத் தின்போது பழுதின்றிப் போய்ச் சேர அதனை இன்ஷூர் செய்கிறார். ரூ. 100க்கு 10 பை. வீதம் அதற்குச் செலுத்த வேண்டிய பிரிமியத் தொகை எவ்வளவு ?

மாதிரி : ஒரு தொழிற்சாலை இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது. ஆண்டுப் பிரிமியம் $\frac{3}{8}$% ஓராண்டு செலுத்திய பிரிமியத் தொகை ரூ. 28·50 எனில் தொழிற்சாலை என்ன தொகைக்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது ?

ஆண்டுப் பிரிமியம் $= \frac{3}{8}\%$

அதாவது ரூ. $\frac{3}{8}$ பிரிமியத் தொகை எனில் இன்ஷூர் தொகை $\Big\}$ = ரூ. 100

∴ ரூ. 28·50 பிரிமியத் தொகை எனில் இன்ஷூர் தொகை $\Big\}$ = ரூ. $\frac{100 \times 28{\cdot}50 \times 8}{3}$

= ரூ. $\frac{22800}{3}$

= ரூ. 7600

பயிற்சி 2 :

1. ஒரு மோட்டார் வண்டியை இன்ஷூர் செய்ய ஆண்டுப் பிரிமியம் $\frac{1}{2}$%. ஓராண்டு செலுத்தப்பட்ட பிரிமியத் தொகை ரூ. 87·50 எனில், என்ன தொகைக்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது ?

2. ஒரு கப்பல் சரக்கின் உரிமையாளர் $7\frac{3}{8}$% வீதத்தில் செலுத்திய பிரிமியத் தொகை ரூ.7080 எனில் கப்பலிலுள்ள சரக்கின் மதிப்பென்ன ?

3. ஒரு கிடங்கு அதன் மதிப்பில் $\frac{3}{4}$ பாகத்திற்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது. அதற்கு ரூ. 100க்கு 35 பை. வீதம் செலுத்தவேண்டிய ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 315 எனில், கிடங்கின் மதிப்பு என்ன ?

4. ஒரு கிடங்கு ரூ. 25,000க்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது. அதற்குச் செலுத்த வேண்டிய ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 47·50 ஆனால், பிரிமியம் நூற்றுக்கு என்ன வீதம் ஆகும் ?

5. ஒரு தொழிற்சாலை ரூ. 1,60,000க்கு இன்ஷூர் செய்யப்பட்டது. அதற்குச் செலுத்தவேண்டிய ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 600 எனில், பிரிமிய சதவீதமென்ன ?

மாதிரி : ஒரு கப்பலிலுள்ள சரக்கின் மதிப்பு ரூ. 29,450. அதை என்ன தொகைக்கு இன்ஷூர் செய்தால், ஒரு வேளை பொருள்களைச் சொந்தக்காரர் இழந்தாலும், அவருக்குச்

சரக்குகளின் மதிப்பும், 5% வீதம் கட்டின பிரிமியத் தொகை யும் திரும்பக் கிடைக்கும்?

இன்ஷூரன்சுத் தொகையின் மதிப்பு } = பிரிமியத் தொகை + சரக்கு

பிரிமியம் = 5%

∴ ரூ. 100 இன்ஷூர் தொகை ஆனால், பிரிமியம் } = ரூ. 5

∴ சரக்குகளின் மதிப்பு = ரூ. 100—ரூ. 5

= ரூ. 95

∴ ரூ. 95 சரக்குகளின் மதிப்பெனில், இன்ஷூரன்சுத் தொகை } = ரூ. 100

∴ ரூ. 29,450 சரக்குகளின் மதிப்பு எனில், இன்ஷூரன் சுத் தொகை } = ரூ. $\frac{100}{95} \times 29450$ (310)

= ரூ. 31,000

6. ஒருவர் கப்பலில் அனுப்பும் சரக்குகளின் மதிப்பு ரூ. 13,943. அவை ஒருவேளை கடலில் மூழ்கினாலும், சரக்கு களின் மதிப்பிற்கும், $4\frac{1}{2}$% வீதம் செலுத்தும் பிரிமியத் தொகைக்கும் சமமான தொகையைத் திரும்பப் பெற அவர் என்ன தொகைக்குச் சரக்குகளை இன்ஷூர் செய்ய வேண்டும்?

7. ஒருவர் ரூ. 15,960 மதிப்புள்ள பருத்தியைக் கப்ப லில் வெளிநாட்டிற்கு அனுப்ப அதைவிட அதிகமான ஒரு தொகைக்கு அதனை இன்ஷூர் செய்து அத் தொகைக்கு ரூ. 100க்கு 25 பை. வீதம் பிரிமியம் கட்டுகிறார். வழியில் கப்பல் கவிழ்ந்தது. அவர் அப்போது பெற்ற தொகை பருத்தியின் விலையோடு அவர் கட்டிய பிரிமியமும் சேர்த்துக் கிடைப்பதாக இருந்தது என்றால், அவர் என்ன தொகைக்குப் பருத்தியை இன்ஷூர் செய்திருந்தார்?

8. ஒருவர் தம் நண்பருக்கு ரூ. 393 மதிப்புள்ள பொருள்களை அதிகத் தொகைக்கு இன்ஷூர் செய்து அனுப் பினார். ஆனால் வழியில் அவை அழிந்துவிடவே கம்பெனி அவருக்கு ஈடாகக் கொடுத்த தொகை பொருள்களின் மதிப்

பிற்கும் $1\frac{3}{4}$% வீதம் அவர் செலுத்திய பிரிமியத்திற்கும் சம மாக இருந்தது எனில், அவர் என்ன தொகை திரும்பப் பெற்ருர் ?

ஆயுள் இன்ஷூரன்சு (Life Insurance)

ஆயுள் இன்ஷூரன்சில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலம் (10, 15, 20, 25, 30, 35......ஆண்டுகள்) வரை குறித்த தவணை தோறும் ஒரு குறித்த தொகை செலுத்தி வர ஒப்பந்தம் செய்துகொள்ளப்படுகிறது. அக் குறிப்பிட்ட காலம் முடி வடைவதற்குமுன் பணம் செலுத்தி வந்தவர் இறந்துவிட் டால், ஒப்பந்தம் செய்துகொண்ட முழுத் தொகையையும் கம்பெனி அவருடைய குடும்பத்தாருக்குத் தந்து விடுகிறது. 'இன்ஷூரன்சுப் பாலிசி'யில் அவர் இறந்துவிட்டால் அப் பணம் யாரைச் சேரவேண்டும் என்பது குறிப்பிடப்பட்டி ருக்கும். ஒருவர் செலுத்தவேண்டிய பிரிமியத் தொகை அவரது வயது, ஒப்பந்தம் நீடித்திருக்கும் காலம் ஆகிய இவற்றைப் பொறுத்தது ஆகும்.

இத்துடன் 42ஆம் பக்கத்தில் இன்ஷூரன்சுப் பிரிமிய அட்டவணையின் ஒரு பகுதி கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இன்ஷூர் செய்ததிலிருந்து 5, 10, 15, 20, 25, 30 ஆண்டுகள் முடிவு அல்லது மரணம் (இரண்டில் எது முன்னதோ அப்போது) ரூ. 1000 கிடைப்பதற்காகச் செலுத்தி வரவேண்டிய பிரிமி யத் தொகைகளை அந்த அட்டவணை காட்டுகிறது.

மாதிரி: அடுத்த பிறந்த நாளில் 25 வயதுள்ளவர் அப் போதிருந்து 30 ஆண்டுகள் முடிவு அல்லது மரணம் இரண்டில் எது முன்னரோ அப்போது ரூ. 4000 பெற இன்ஷூர் செய் கிருர். மூன்று மாதங்களுக்கு ஒரு முறை அவர் செலுத்த வேண்டிய பிரிமியம் எவ்வளவு ?

அட்டவணையில் வயது 25 என்பதற்கு நேராக 30 ஆண்டு கள் என்றுள்ள வரிசையில் இருப்பது ரூ. 34·75.

ரூ. 1000 கிடைக்கச் செலுத்த வேண்டிய ஆண்டுப் பிரிமியம் } = ரூ. 34·75

∴ ரூ. 4000 கிடைக்கச் செலுத்த வேண்டிய ஆண்டுப் பிரிமியம் } = ரூ. 34·75 × 4

= ரூ. 139·00

வயது	'பாலிசி' நீடித்திருக்கும் காலம்																			
	5		10		15		20		25		30		35		40		45		50	
	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.	ரூ.	பை.
16	219	44	108	00	70	81	52	19	41	12	33	87	28	81	25	25	22	62	20	87
17	219	44	108	00	70	81	52	19	41	12	33	94	28	87	25	37	22	81	21	12
18	219	44	108	00	70	81	52	19	41	12	34	00	28	94	25	50	23	00	21	37
19	219	44	108	00	70	81	52	19	41	19	34	05	29	06	25	62	23	25	21	69
20	219	44	108	00	70	81	52	25	41	25	34	12	29	19	25	81	23	50	22	00
21	219	44	108	00	70	81	52	31	41	31	34	25	29	31	26	00	23	75		
22	219	50	108	00	70	87	52	37	41	37	34	37	29	50	26	25	24	06		
23	219	50	108	00	70	87	52	44	41	50	34	50	29	69	26	50	24	37		
24	219	50	108	00	70	94	52	50	41	62	34	62	29	87	26	75	24	75		
25	219	50	108	06	71	00	52	56	41	75	34	75	30	12	27	06	25	19		
26	219	56	108	06	71	00	52	69	41	87	34	94	30	37	27	37				
27	219	56	108	12	71	06	52	81	42	00	35	12	30	69	27	75				
28	219	56	108	19	71	12	52	94	42	19	35	37	31	00	28	19				
29	219	62	108	25	71	25	53	06	42	37	35	62	31	37	28	69				
30	219	62	108	31	71	37	53	19	42	56	35	94	31	75	29	25				
31	219	69	108	37	71	50	53	37	42	81	36	31	32	19						
32	219	75	108	44	71	62	53	56	43	12	36	75	32	69						
33	219	81	108	56	71	81	53	81	43	44	37	19	33	25						
34	219	87	108	69	72	00	54	06	43	81	37	69	33	94						
35	219	94	108	87	72	25	54	37	44	25	38	19	34	69						
36	220	06	109	06	72	50	54	69	44	69	38	75								
37	220	19	109	25	72	81	55	06	45	19	39	44								
38	220	37	109	50	73	12	55	50	45	75	40	19								
39	220	56	109	75	73	50	56	00	46	44	41	06								
40	220	75	110	06	73	87	56	56	47	19	42	00								
41	220	94	110	37	74	25	57	12	48	00										
42	221	19	110	75	74	75	57	81	48	87										
43	221	44	111	19	75	31	58	56	49	87										
44	221	75	111	69	76	00	59	44	51	00										
45	222	06	112	19	76	75	60	44	52	19										
46	222	44	112	75	77	50	61	50												
47	222	87	113	37	78	37	62	69												
48	223	37	114	06	79	37	64	00												
49	223	87	114	87	80	50	65	44												
50	224	44	115	75	81	81	67	06												
51	225	00	116	75	83	25														
52	225	69	117	94	84	81														
53	226	50	119	25	86	56														
54	227	44	120	75	88	44														
55	228	56	122	37	90	50														
56	229	81	124	19																
57	231	19	126	19																
58	232	69	128	37																
59	234	31	130	75																
60	236	12	133	25																

வயது எப்போதும் அடுத்த பிறந்த நாளில் உள்ளதைக் குறிக்கும்.

$\therefore$ 3 மாதங்களுக் கொருமுறை செலுத்தவேண்டிய பிரிமியம் $\Big\}$ = ரூ. $\frac{139 \cdot 00}{4}$

= ரூ. 34·75

பயிற்சி 3 :

[தேவையான இடங்களில் கொடுத்துள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் கணக்குகளைச் செய்க.]

1. ஒருவர் தம் 27ஆவது வயதில் தம் ஆயுளை ரூ. 5000க்கு 25 ஆண்டுகள் 'பாலிசி'யில் இன்ஷூர் செய்கிறார். அவர் கட்டவேண்டிய காலாண்டுப் பிரிமியத் தொகை எவ்வளவு ?

2. 30 வயதுள்ள ஒருவர் ரூ. 4000க்கு 20 ஆண்டுப் பாலிசி எடுத்துக்கொண்டால் செலுத்தவேண்டிய காலாண்டுப் பிரிமியத் தொகை எவ்வளவு ?

3. 25ஆவது வயதில் ஒருவர் தம் ஆயுளை ரூ. 3000க்கு 30 ஆண்டுப் பாலிசியில் இன்ஷூர் செய்கிறார். அவர் கட்டவேண்டிய ஆண்டுப் பிரிமியம் எவ்வளவு ? அதே தொகைக்கு அவர் 25 ஆண்டுப் பாலிசியில் இன்ஷூர் செய்து கொள்வதாயிருந்தால் ஆண்டுப் பிரிமியம் எவ்வளவு அதிகம் செலுத்த வேண்டியிருக்கும் ?

4. ஒரே சமயத்தில் முறையே 24, 28 வயதுள்ள இருவர் தத்தம் ஆயுளை ரூ. 15,000க்கு 25 ஆண்டுப் பாலிசியில் இன்ஷூர் செய்கின்றனர். 28 வயதுள்ளவர் 24 வயதுள்ளவரைவிட ஓர் ஆண்டில் எவ்வளவு அதிகப் பிரிமியம் செலுத்த வேண்டியதாயிருக்கும் ?

மாதிரி : ரூ. 1000க்கு ஆயுளை இன்ஷூர் செய்து கொண்ட ஒருவர் ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 50 கட்டினார். மூன்றாவது பிரிமியம் செலுத்திய உடனேயே அவர் இறந்து விட்டார். அவர் செலுத்திய பணத்திற்கு 4% தனிவட்டி கணக்கிட்டால் அவரது இறப்பால் கம்பெனிக்கு ஏற்பட்ட இழப்பு எவ்வளவு ?

இறக்கும்போது முதல் தவணை கட்டிய ரூ. 50க்கு 2 ஆண்டுகள் வட்டியும், இரண்டாம் தவணை கட்டிய ரூ. 50க்கு ஓர் ஆண்டு வட்டியும் கிடைக்கும்.

அதாவது ரூ. 50க்கு 3 ஆண்டுகள் வட்டி கிடைக்கும்.

$$\therefore \text{ வட்டி } = \text{ரூ.} \frac{\cancel{50} \times 3 \times \cancel{4}^{2}}{\cancel{100}_{2}} = \text{ரூ. } 6$$

அவர் செலுத்திய மொத்தப் பிரிமியம் = ரூ. 50 × 3 = ரூ. 150

∴ வட்டியோடு மொத்தத் தொகை = ரூ. 150 + ரூ. 6 = ரூ. 156

கம்பெனி திருப்பித் தருவது = ரூ. 1000

∴ கம்பெனிக்கு ஏற்பட்ட இழப்பு = ரூ. 1000 − ரூ. 156

= ரூ. 844

5. ஒருவர் தம் ஆயுளை ரூ. 3000க்கு இன்ஷூர் செய்து கொண்டு ஆண்டுப் பிரிமியம் ரூ. 150 செலுத்தி வருகிறார். மூன்றாவது பிரிமியம் கட்டியவுடன் அவர் இறந்துவிடவே கம்பெனி அவரது குடும்பத்தாருக்கு ரூ. 3000 கொடுத்து விட்டது. பிரிமியத் தொகைக்கு 4% தனிவட்டி கிடைப்பதாகக் கணக்கிட்டுக் கம்பெனிக்கு அவரது இறப்பால் ஏற்பட்ட இழப்பைக் கண்டுபிடி.

6. 27 வயதுள்ள ஒருவர் தம் ஆயுளை ரூ. 5000க்கு 25 ஆண்டுப் பாலிசியில் இன்ஷூர் செய்தார். ஆண்டுத் தவணையாக, 8ஆவது பிரிமியம் செலுத்தியவுடன் அவர் இறந்து விடவே அவரது குடும்பத்தார் ரூ. 5000 பெற்றனர். இதனால் கம்பெனிக்கு ஏற்பட்ட நஷ்டம் எவ்வளவு? பிரிமியத் தொகைக்கு 5% தனிவட்டி கிடைப்பதாகக் கொள்க.

(iii) கமிஷன் (Commission)

பொருள் உற்பத்தியாளர்கள் தங்கள் பொருள்களை விற்பனை செய்ய ஆங்காங்கே ஆட்கள் சிலரை நியமிப்பதுண்டு. அவர்களுக்கு 'ஏஜண்டுகள்' (Agents) என்று பெயர். அவர்கள் பொருள்களை விற்று, பணத்தை வசூலித்துத் தங்கள் கம்பெனிகளுக்குப் பணத்தைச் செலுத்துவார்கள். அவர்கள் தாங்கள் செய்யும் வேலைக்காக விற்பனைத் தொகையில் ஒரு குறித்த அளவைப் பெறுவர். அத்தொகைக்குக் கமிஷன் என்று பெயர்.

சிலர் பொருள்களை விற்போர், வாங்குவோர் ஆகிய இருவரிடமும் கமிஷன் பெறுவது உண்டு. இவர்களுக்குத் தரகர்கள் (Brokers) என்றும், இவர்கள் பெற்றுக்கொள்ளும் தொகைக்குத் தரகு (Brokerage) என்றும் பெயர்.

கமிஷன் நூற்றுக்கு இவ்வளவு என்ருவது, அல்லது ரூபாய்க்கு இவ்வளவு என்ருவது கொடுக்கப்படும்.

மனக்கணக்குகள் :

1. ரூ. 100க்கு 25 பை. வீதம் ரூ. 5000க்குக் கமிஷன் எவ்வளவு?

2. ரூபாய்க்கு 1 பை. வீதம் ரூ. 3840க்குக் கமிஷன் எவ்வளவு?

3. விற்பனைத் தொகை ரூ. 2500; பெற்ற கமிஷன் ரூ. 125; கமிஷன் சதவீதமென்ன?

4. 6% கமிஷன் என்பது ரூபாய்க்கு என்ன வீதம்?

5. ரூ. 5க்கு 50 பை. கமிஷன் என்பது என்ன சதவீதம் ஆகும்?

6. வசூலிக்கும் தொகையில் $\frac{1}{10}$ பாகம் கமிஷன் பெறும் ஒருவர் பெற்ற கமிஷன் ரூ. 75 எனில், வசூலித்த தொகை எவ்வளவு?

7. விற்பனைத் தொகையில் 15% கமிஷன் பெறும் ஏஜண்டு ஒருவர் பெற்ற தொகை ரூ. 135 எனில் விற்பனைத் தொகை எவ்வளவு?

8. பொருள்களை விற்றுக் கொடுக்க ரூ. 100க்கு ரூ. 2 வீதம் கொடுத்த தரகு ரூ. 25. பொருள் விற்ற விலை என்ன?

9. 12% கமிஷன் போக ஒருவர் பெற்ற தொகை ரூ. 440 எனில், அவர் கொடுத்த கமிஷன் எவ்வளவு?

10. விற்பனைத் தொகையில் 20% வீதம் ஓர் ஏஜண்டு பெற்ற கமிஷன் ரூ. 100. அவர் கமிஷன் நீக்கிக் கம்பெனிக்குச் செலுத்தும் தொகை என்ன?

11. ரூ. 3000 விலையுள்ள வீட்டை 4% தரகு கொடுத்து வாங்க மொத்தம் எவ்வளவு தொகை வேண்டும்?

12. ஒருவருக்கு ஒவ்வொரு மாதத்திலும் ரூ. 500 விற்பனைவரை கமிஷன் கிடையாது. ரூ. 500க்குமேல் விற்கும்

ஒவ்வொரு ரூபாய்க்கும் ரூ. $\frac{1}{4}$ கமிஷன் உண்டு. ரூ. 900க்கு விற்பனை நடந்த மாதத்தில் அவர் பெற்ற கமிஷன் தொகை எவ்வளவு ?

மாதிரி : ஒரு ரேடியோ கம்பெனி தன் ஏஜண்டுகளுக்கு விற்பனைத் தொகையில் 16% கமிஷன் அனுமதிக்கிறது. ஓர் ஏஜண்டு ஒரு மாதத்தில் ரூ. 5250 மதிப்புள்ள ரேடியோக்களை விற்பனை செய்தார். அம் மாதத்தில் ஏஜண்டு பெறும் கமிஷன் எவ்வளவு? கமிஷன் நீக்கி அவர் கம்பெனிக்குச் செலுத்தவேண்டிய தொகை எவ்வளவு ?

மொத்த விற்பனைத் தொகை = ரூ. 5250

கமிஷன் = 16%

∴ ஏஜண்டு பெறும் கமிஷன் = ரூ. $5250 \times \frac{16}{100}$

= ரூ. 840

∴ கம்பெனிக்குச் செலுத்த வேண்டிய தொகை } = ரூ. 5250 − ரூ. 840

= ரூ. 4410

பயிற்சி 1 :

1. 5% வீதம் ரூ. 5240க்குக் கிடைக்கும் கமிஷன் எவ்வளவு ?

2. ரூ. 100 விற்பனைக்கு ரூ. 1·15 கமிஷன் வீதம் ரூ. 2520க்குக் கமிஷன் எவ்வளவு ?

3. ஒருவர் தம் வீடுகளிலிருந்து வாடகை வசூலிக்க ஓர் ஏஜண்டை நியமித்து அவருக்கு 4% கமிஷன் கொடுக்கிறார். ஒவ்வொரு மாதமும் அவர் வசூல் செய்யும் வாடகை ரூ. 2546 எனில், ஏஜண்டு பெறும் கமிஷன் எவ்வளவு ? கமிஷன்நீக்கி வீட்டுச் சொந்தக்காரருக்கு அவர் செலுத்தும் தொகை எவ்வளவு ?

4. ஒரு நிலச் சொந்தக்காரர் தம் நிலங்களிலிருந்து குத்தகைத் தொகைகளை வசூலித்து அனுப்ப ஓர் ஏஜண்டை நியமித்து அவருக்கு வசூலித்த தொகையில் $3\frac{1}{2}$% கமிஷனும் அனுமதிக்கிறார். ஓராண்டில் அவர் வசூலித்த குத்தகை ரூ. 12,560 எனில், ஏஜண்டு பெறும் கமிஷன் தொகை என்ன ? நிலச் சொந்தக்காரர் பெறும் தொகை எவ்வளவு ?

5. அழகன் ஒரு கடையில் வேலைக்கு உள்ளார். அவருக்கு மாதச் சம்பளம் ரூ. 45. அத்துடன் ஒவ்வொரு மாதத்திலும் அவர் விற்பனை செய்யும் தொகையில் ரூபாய்க்கு 2 பை. கமிஷன் உண்டு. (i) ரூ. 4300 விற்பனை செய்த மாதத்தில் அவர் மொத்தமாகப் பெற்றது எவ்வளவு? (ii) அவர் கமிஷனும் சம்பளமுமாக மொத்தம் ரூ. 147 பெற்ற மாதத்தில் எவ்வளவு தொகைக்கு விற்பனை நடந்திருக்கும்?

6. ஒரு கம்பெனியின் ஏஜண்டுக்கு மாதச் சம்பளம் ரூ. 200. ஒவ்வொரு மாதமும் அவர் ரூ. 15,000க்கு மேற்பட்டு விற்றுக்கொடுக்கும் அதிகத் தொகைக்கு $2\frac{1}{2}\%$ கமிஷன் உண்டு. அவர் மூன்று மாதங்களில் செய்த விற்பனையின் அளவு பின்வருமாறு:

ஜனவரி: ரூ. 16,250. பிப்ரவரி ரூ. 14,800. மார்ச் ரூ. 17,500.

இம் மூன்று மாதங்களிலும் சேர்ந்து அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு?

மாதிரி: ஒரு நிலச் சொந்தக்காரர் தம் நிலங்களிலிருந்து குத்தகைத் தொகை வசூலிக்க ஓர் ஏஜண்டை நியமித்தார். வசூலிக்கும் தொகையில் $2\frac{1}{2}\%$ கமிஷன் ஏஜண்டுக்கு உண்டு. ஓராண்டில் நிலச் சொந்தக்காரர் கமிஷன் நீக்கிப் பெற்றது ரூ. 8775 எனில், வசூலான மொத்தக் குத்தகைத் தொகை எவ்வளவு? கமிஷன் எவ்வளவு?

ரூ. 100 குத்தகைத் தொகை எனில் கமிஷன் = ரூ. $2\frac{1}{2}$

∴ நிலச் சொந்தக்காரர் பெறுவது = ரூ. $97\frac{1}{2}$

ரூ. $97\frac{1}{2}$ நிலச் சொந்தக்காரர் பெற்றால் வசூலான குத்தகை } = ரூ. 100

∴ ரூ. 8775 நிலச் சொந்தக்காரர் பெற்றால் வசூலான குத்தகை } = ரூ. $\frac{100 \times 2 \times 8775}{195}$

= ரூ. 9000

∴ ஏஜண்டு பெறும் கமிஷன் = ரூ. 9000 − ரூ. 8775

= ரூ. 225

பயிற்சி 2 :

1. ஒருவருக்குத் தம் பொருள்களை விற்றுக் கொடுத்த ஏஜண்டுக்கு $3\frac{1}{2}\%$ கமிஷன் கொடுத்ததுபோகக் கிடைத்த தொகை ரூ. 3860 எனில், பொருள்களின் விற்பனை விலை என்ன ?

2. ஒரு கம்பெனி ஏஜண்டு விற்பனைத் தொகையில் $3\frac{3}{4}\%$ கமிஷன் பெறுகிறார். அவர் ரூ. 825 கமிஷன் பெற்ற போது தம் கம்பெனிக்குக் கமிஷன் நீக்கிச் செலுத்தும் தொகை எவ்வளவு ?

3. ஓர் ஏஜண்டுக்கு மாதச் சம்பளம் ரூ. 120. அதோடு அவர் விற்பனை செய்யும் தொகையின்மீது $4\frac{1}{2}\%$ கமிஷன் உண்டு. அவர் ஒரு மாதத்தில் மொத்தம் ரூ. 174 பெற்றால், அவர்மூலம் நடந்த விற்பனைத் தொகை எவ்வளவு ?

4. ஒருவர் வீடு ஒன்று வாங்கித்தர அதன் மதிப்பில் $2\frac{1}{4}\%$ தரகருக்குக் கொடுத்தார். தரகு உட்பட அவருக்கு ஏற்பட்ட செலவு ரூ. 5317 ஆனால், வீட்டின் விற்பனை மதிப்பு என்ன ?

5. ஒரு கம்பெனியின் ஏஜண்டுகளுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட தொகைவரை விற்பதற்குக் கமிஷன் கிடையாது. அதற்குமேல் விற்கும்போது அதிகத் தொகையில் நூற்றுக்கு இவ்வளவு என்று கமிஷன் உண்டு. ஒருவர் ரூ. 1300க்கு விற்பனை செய்த மாதத்தில் ரூ. 90வும், ரூ. 1625க்கு விற்பனை செய்த மாதத்தில் ரூ. 122·50வும் கமிஷன் பெற்றார் என்றால் எவ்வளவு ரூபாய் விற்பனைவரை கமிஷன் கிடையாது? அதற்கு மேற்கண்ட தொகைக்கு நூற்றுக்கு என்ன வீதம் கமிஷன் தரப்படுகிறது ?

(iv) வரிகள் (Taxes)

ஊராண்மைக் கழகங்கள், நகர்மன்றங்கள், கார்ப்பொரேஷன்கள் போன்றவை, கல்வி, சுகாதாரம், குடிநீர் வசதி முதலியவற்றைக் கவனித்து நிர்வகிக்க வரிகளை வசூலிக்கின்றன. தொழில்மூலம் ஒருவர் ஈட்டக்கூடிய தொகையின் பேரில் விதிப்பது தொழில் வரி ஆகும். வீட்டு வரி வீட்டின் மதிப்பை ஒட்டியோ அல்லது அதன்மூலம் கிடைக்கும் வாடகையை ஒட்டியோ விதிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்

காட்டாக, சில ஊராண்மைக் கழகங்கள் மாதம் ரூ. 50க்குக் குறைந்த ஊதியம் பெறுவோரிடம் தொழில் வரி வசூலிப்ப தில்லை. மாதம் ரூ. 50க்குமேல் 100வரை ஊதியம் பெறு வோரிடம் 6 மாதங்கட்கு ஒரு முறை 50 பைசேவும், மாதம் ரூ. 100க்கு மேற்பட்டு ஊதியம் பெறுவோரிடம் 6 மாதங் கட்கு ஒருமுறை ரூ. 1வும் தொழில் வரியாக வசூலிக்கின்றன. மற்றும் விளக்கு வரி, குடிநீர் வரி போன்ற பல வரிகளையும் இவை வசூலிக்கின்றன.

அரசாங்கமும் தனது நிர்வாகச் செலவிற்காகப் பலவித வரிகளை வசூலிக்கின்றது. நிலவரி, விற்பனை வரி போன்ற வற்றை நீங்கள் அறிந்திருப்பீர்கள். அதிக வருமானம் உள்ள வர்களிடம் அவர்களின் வருமானத்தையொட்டி வருமான வரியும் வசூலிக்கப்படுகின்றது. இன்ன விதத்தில் வரிகளை விதிப்பது என்பதை அவ்வப்போது சட்டசபைகளும், பாராளுமன்றமும் தீர்மானிக்கின்றன.

மொத்த வருமானத்தில் வரிபோக மீதியிருப்பது நிகர வருமானம் (Net income) ஆகும். 'பிராவிடெண்ட் பண்டு', 'இன்ஷூரன்சுப் பிரிமியம்' இவற்றிற்காகக் கட்டப்படும் தொகைகளுக்கு வரிச் சலுகை உண்டு.

கணக்குகள் :

1. ரூபாய்க்கு 6 பை. வீதம் கீழ்க்கண்ட தொகை களுக்கு வரி எவ்வளவு ?

(i) ரூ. 1600 (ii) ரூ. 4800 (iii) ரூ. 2400.

2. ரூபாய்க்கு 4 பை. வீதம் பின் உள்ள தொகை களுக்கு வரி எவ்வளவு ?

(i) ரூ. 3200 (ii) ரூ. 960 (iii) ரூ. 1920.

3. ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதம் கீழுள்ள தொகைகளுக்கு வரி எவ்வளவு ?

(i) ரூ. 800 (ii) ரூ. 1200 (iii) ரூ. 3840.

4. ரூபாய்க்கு 2 பை. வீதம் வரி செலுத்தும் ஒருவரது மொத்த வருமானம் ரூ. 2400 ஆனால், வரி நீக்கி அவரது வருமானம் எவ்வளவு ?

5. ஒருவரது மொத்த வருமானம் ரூ. 1600. ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு அவரது நிகர வருமானம் எவ்வளவு ?

6. ரூபாய்க்கு 4 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு ஒருவரது நிகர வருமானம் ரூ. 2400 ஆனால் அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு ?

7. ரூபாய்க்கு 5 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு ஒருவரது நிகர வருமானம் ரூ. 3800 ஆனால், அவர் செலுத்திய வரி எவ்வளவு ?

8. ரூ. 5000 வருமானமுடைய ஒருவருக்கு வரிபோக எஞ்சிய வருமானம் ரூ. 4900 ஆனால், வரி ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் ஆகும் ?

9. ரூபாய்க்கு 4 பை. ஆக இருந்த வரி 5 பை. ஆக உயர்ந்தது. ரூ. 3600 வருமானமுள்ள ஒருவர் வரி எவ்வளவு அதிகம் செலுத்த வேண்டியிருக்கும் ?

10. ஒருவரது மொத்த வருமானம் ரூ. 4800. அதில் பாதிக்கு ரூபாய்க்கு 2 பை. வீதமும், மற்ற பாதிக்கு ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதமும் செலுத்த வேண்டிய மொத்த வரி எவ்வளவு ?

11. ரூபாய்க்கு 1 பை. வரி உயர்வானது ஒருவரது நிகர வருமானத்தில் ரூ. 60ஐக் குறைத்தது என்றால் அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு ?

12. வருமான வரி ரூபாய்க்கு 4 பை. என்பது 3 பை. என மாறியதால் ஒருவரது நிகர வருமானம் ரூ. 10 மிகுந்தது. அவர் முன்பு செலுத்திய வரி எவ்வளவு ?

மாதிரி : ஒருவரது ஆண்டு மொத்த வருமானம் ரூ. 50,000. ரூபாய்க்கு 2 பை. விதம் வருமான வரி எவ்வளவு ? நிகர வருமானம் எவ்வளவு ?

$$\text{வரி} = \text{ரூ.}\ \frac{500\not{0}\not{0} \times 2}{1\not{0}\not{0}} = \text{ரூ.}\ 1000$$

$\therefore$ நிகர வருமானம் $=$ ரூ. 50,000 − ரூ. 1000

$=$ ரூ. 49,000

பயிற்சி 1 :

1. ரூ. 100 மதிப்புள்ள வீட்டுக்கு ஆண்டு வரி ரூ. 0·12 ஆக ரூ. 25,000 மதிப்புள்ள வீட்டுக்கு அரையாண்டு வரி எவ்வளவு ?

2. ரூ. 8000க்கு $4\frac{1}{2}$% வீதம் வரி எவ்வளவு ? நிகர வருமானம் எவ்வளவு ?

3. ஒருவர் தம் வருமானத்தில் ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதம் செலுத்தும் ஆண்டு வரி ரூ. 39·60 ஆனால், அவரது மாத வருமானம் எவ்வளவு ?

4. ஒருவர் ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு அவரது நிகர வருமானம் ரூ. 3453·20 ஆனால், அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு ?

5. ரூபாய்க்கு 5 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு ஒருவரது நிகர வருமானம் ரூ. 8550 ஆனால், அவர் செலுத்திய வரி எவ்வளவு ?

6. ரூபாய்க்கு 2 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு ஒருவரது நிகர வருமானம் ரூ. 1960. வரி ரூபாய்க்கு 3 பை. ஆக இருந்திருந்தால் அவர் இன்னும் எவ்வளவு அதிக வரி செலுத்தியிருக்க வேண்டும் ?

7. ரூ. 12,000 வருமானம் உள்ள ஒருவர் செலுத்தும் வரி ரூ. 300. அதே வீதத்தில் ரூ. 7200 வருமானமுள்ளவர் செலுத்த வேண்டிய வரி எவ்வளவு ? இது ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் ஆகும் ?

8. ரூ. 1300, ரூ. 1500 வருமானம் உள்ள இருவரில் ஒருவர் மற்றொருவரைவிட ரூ. 4 அதிக வரி செலுத்துகிறார். ஒவ்வொருவரின் வரியையும் தனித்தனியே கண்டுபிடி. அவர்கள் செலுத்தும் வரி ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் ஆகும் ?

9. ஒரு கிராமத்தில் இருக்கும் வரி செலுத்தப்படும் வீடுகளின் மொத்த மதிப்பு ரூ. 3,00,000. அங்கு வசூலாகும் மொத்த வீட்டு வரி ரூ. 390. ரூ. 100 மதிப்புக்கு என்ன வீதம் வரி வசூலிக்கப்படுகிறது. அங்கு ரூ. 5200 மதிப்புள்ள வீடு ஒன்றை வைத்திருப்பவர் எவ்வளவு வரி செலுத்த வேண்டியிருக்கும் ?

10. ஆண்டு வாடகை ரூ. 10 பெறும் ஒருவர் செலுத்த வேண்டிய வரி ரூ. 0·75. ஒருவர் ஓர் ஆண்டில் ரூ. 22·50 வாடகை வரி செலுத்தினால் அவர் மாதம் ஒன்றுக்கு எவ்வளவு வாடகை வசூலிப்பார்?

மாதிரி: ஒருவரது வருமானத்தில் $\frac{1}{5}$ பாகத்திற்கு வரி கிடையாது. மீதியில் ரூபாய்க்கு 3 பை. விதம் அவர் செலுத்திய வரி ரூ. 240 ஆனால், அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு?

3 பை. வரியானால் வரி செலுத்திய வருமானம் = ரூ. 1

ரூ. 240 வரியானால் ,, $= ரூ. \frac{240 \times 100}{3}$

= ரூ. 8000

அவர் வரிசெலுத்தியது மொத்த வருமானத்தில் $\frac{4}{5}$ பாகம்

∴ $\frac{4}{5}$ பாகம் = ரூ. 8000

∴ அவரது மொத்த வருமானம் $= ரூ. \frac{8000 \times 5}{4}$

= ரூ. 10,000

பயிற்சி 2:

1. ஒருவரது வருமானத்தில் $\frac{1}{5}$ பாகத்திற்கு வரி கிடையாது. மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 4 பை. விதம் அவர் செலுத்திய வரி ரூ. 320 ஆனால், அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு?

2. ஒருவரது வருமானத்தில் $\frac{1}{6}$ பாகத்திற்கும், மீதியில் இன்ஷூரன்சுப் பிரிமியமாகக் கட்டும் ரூ. 260க்கும் வரி கிடையாது. மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 4 பை. வீதம் அவர் செலுத்தும் வரி ரூ. 153·44 ஆனால், அவரது மொத்த வருமானம் எவ்வளவு?

3. ஒருவர் தம் வருமானத்தில் $\frac{4}{5}$பாகத்திற்கு ரூபாய்க்கு 5 பை. விதமும், மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதமும் வரி செலுத்துகிறார். மொத்தத்தில் அது ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் ஆகும்? அவர் மொத்தமாக ரூ. 420 வரி செலுத்தினால், அவரது மொத்த வருமானம் என்ன?

4. ஒருவர் தம் வருமானத்தில் பாதிக்கு ரூபாய்க்கு 6 பை. வீதமும், மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதமும் வரி செலுத்துகிருர். இது மொத்தத்தில் ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் ஆகும்? அவர் செலுத்தும் மொத்த வரி ரூ. 380 ஆனுல், 5 பை. வீதம் செலுத்திய வரி என்ன தொகை ஆகும்? அவரது மொத்த வருமானம் என்ன?

5. வரி வீதம் ரூபாய்க்கு 6 பை. என்பதற்குப் பதிலாக ரூபாய்க்கு 8 பை. என்றிருந்தால், ஒருவர் ரூ. 86·40 அதிக வரி செலுத்த வேண்டியிருக்கும். அவரது வருமானம் எவ்வளவு? 6 பை. வீதம் அவர் செலுத்தவேண்டிய வரி எவ்வளவு?

6. ஓர் ஆண்டில் ரூபாய்க்கு 5 பை. வீதம் வரி விதிக்கப்பட்டபோது ஒருவர் ரூ. 318·20 வரி செலுத்திளுர். அடுத்த ஆண்டு வரி வீதம் மாற்றப்பட்டது. இதனுல் அவரது வரி ரூ. 63·64 குறைந்தது. மாற்றப்பட்ட வரி வீதம் ரூபாய்க்கு எத்தனை பை. வீதம் என்று கண்டுபிடி.

7. வருமானத்தில் ஒரு பகுதிக்கு வரி கிடையாது. மீதிக்கு வரி உண்டு. முறையே ரூ. 5000, ரூ. 5650 வருமானமுள்ள இருவர் ரூ. 280, ரூ. 325·50 வரி செலுத்தினுல் வருமானத்தில் இவ்வளவு தொகைக்கு வரியில்லை என்று கண்டுபிடி. வரி ரூபாய்க்கு எத்தனை பை. வீதம் என்றும் கண்டுபிடி.

8. ஒருவரின் மொத்த வருமானம் ரூ. 2,60,000. இதை வசூலிப்பவர்களுக்கு அதில் 2% கொடுக்கப்படுகிறது. இதுபோக மீதியில் $\frac{1}{5}$ பாகத்திற்கு வரி கிடையாது. மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 3 பை. வீதம் வரி செலுத்திய பிறகு அவரது நிகர வருமானம் என்ன?

9. ஒருவருடைய மொத்த வருமானத்தில் $2\frac{1}{2}$% அதை வசூலிப்போருக்குக் கொடுக்கப்படுகிறது. மீதியில் $\frac{1}{5}$ பாகத்திற்கு வரி கிடையாது. மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 4 பை. வீதம் அவர் செலுத்தும் வரி ரூ.1872 ஆனுல் அவரது மொத்த வருமானம் என்ன?

10. ஒருவரது வருமானத்தில் $\frac{1}{6}$ பாகத்திற்கு வரி கிடையாது. அவர் இன்ஷூரன்சுப் பிரிமியம் அரையாண்டுக்கொருமுறை ரூ. 150 கட்டுகிருர். அதற்கும் வரி கிடை—

யாது. மீதிக்கு ரூபாய்க்கு 4 பை. வீதம் வரி உண்டு. அவரது மாத வருமானம் ரூ. 300 என்றால், அவர் செலுத்தும் ஆண்டு வரி எவ்வளவு? அது மொத்த வருமானத்தில் ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் ஆகும்?

வருமான வரி

இது மத்திய அரசாங்கத்தால் விதிக்கப்படுவது. என்ன வீதம் வரி விதிப்பது என்பதைப் பாராளுமன்றம் அவ்வப்போது முடிவு செய்து வருகிறது. தற்போது நடைமுறையிலிருந்து வரும் வரி வீதம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

ஒருவருடைய ஆண்டு வருமானத்தில் ரூ. 4000க்கு வரி கிடையாது.

1. வருமானம் ரூ. 4001க்கும் ரூ. 5000க்கு மிடையில் மொத்த வருமானத்தில் 5%

2. ,, ரூ. 5001க்கும் ரூ. 10,000க்கு மிடையில் ரூ. 5000க்கு மேலுள்ள தொகையின் 10% உடன் ரூ. 250ஐக் கூட்டியது.

3. ,, ரூ. 10,001க்கும் ரூ. 15,000க்கு மிடையில் ரூ. 10,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 15%உடன் ரூ. 750ஐக் கூட்டியது.

4. ,, ரூ. 15,001க்கும் ரூ. 20,000க்கு மிடையில் ரூ. 15,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 20%உடன் ரூ. 1500ஐக் கூட்டியது.

5. ,, ரூ. 20,001க்கும் ரூ. 25,000க்கு மிடையில் ரூ. 20,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 30%உடன் ரூ. 2500ஐக் கூட்டியது.

6. ,, ரூ. 25,001க்கும் ரூ. 30,000க்கு மிடையில் ரூ. 25,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 40%உடன் ரூ. 4000ஐக் கூட்டியது.

7. வருமானம் ரூ. 30,001க்கும் ரூ. 50,000க்கு மிடையில் ரூ. 30,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 50%உடன் ரூ. 6000ஐக் கூட்டியது.

8. ,, ரூ. 50,001க்கும் ரூ. 70,000க்கு மிடையில் ரூ. 50,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 60%உடன் ரூ. 16,000ஐக் கூட்டியது.

9. ,, ரூ. 70,000க்கு மேற்பட்டால், மேற்படும் தொகையின் 65%உடன் ரூ. 28,000ஐக் கூட்டியது.

இவ்வாறு கணக்கிட்டுக் கிடைக்கும் வரியிலிருந்து கீழ்க் கண்டவாறு தொகைகள் கழிக்கப்பட வேண்டும் :

(i) திருமணமாகாதவராயின் ரூ. 125

(ii) திருமணமாகிக் குழந்தையில்லாதிருந்தால் ரூ. 200

(iii) திருமணமாகி ஒரு குழந்தையுடனிருந்தால் ரூ. 220

(iv) திருமணமாகி ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட குழந்தைகளிருந்தால் ரூ. 240

இன்ஷூரன்சுப் பிரிமியம், பிராவிடென்ட் பண்டுக்குச் செலுத்தும் தொகை ஆகியவற்றின் மொத்தத்தில் 60% தொகை வரியிலிருந்து விலக்கப்படுகிறது.

மாதிரி: ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 350. அவர் (i) திருமணமாகாதவராக இருந்தால் (ii) திருமணமாகிக் குழந்தையின்றி யிருந்தால் (iii) திருமணமாகி ஒரு குழந்தையுடனிருந்தால் செலுத்தவேண்டிய வருமான வரி எவ்வளவு ?

ஆண்டு மொத்த வருமானம் = ரூ. $350 \times 12 =$ ரூ. 4200

[வருமானம் ரூ. 5000க்குக் குறைவாயிருப்பதால் மொத்த வருமானத்தில் 5% கணக்கிட்டு அதிலிருந்து உரிய தொகையைக் கழிக்க வேண்டும்.]

வருமானத்தில் 5% வீதம் கணக்கிடப்படும் தொகை = ரூ. $\frac{42\not{0}\not{0} \times 5}{1\not{0}\not{0}}$

= ரூ. 210

(i) திருமணமாகாதவராக இருந்தால் செலுத்த வேண்டிய வரி } = ரூ. 210 — ரூ. 125

= ரூ. 85

(ii) திருமணமாகிக் குழந்தையின்றி இருப்பவர் செலுத்தவேண்டிய வரி } = ரூ. 210 — ரூ. 200

= ரூ. 10

(iii) திருமணமாகி ஒரு குழந்தையுடன் இருப்பவருக்கு வரித்தொகையிலிருந்து ரூ. 220ஐக் கழிக்க வேண்டும். இங்குத் தொகையே ரூ. 210தான் உள்ளது. எனவே அவர் வரி செலுத்தவேண்டியதில்லை.

மாதிரி: ஒருவரது மாத வருமானம் ரூ. 1200. அவருக்குத் திருமணமாகி இரண்டு குழந்தைகள் உள்ளன. அவர் செலுத்தவேண்டிய ஓராண்டு வருமான வரி எவ்வளவு?

அவரது ஓராண்டு வருமானம் = ரூ. 1200 × 12

= ரூ. 14,400

[வருமானம் ரூ. 10,001க்கும் ரூ. 15,000க்கு மிடையில் இருப்பதால் வரி ரூ. 10,000க்கு மேற்பட்ட தொகையின் 15% உடன் ரூ. 750ஐக் கூட்டியது.]

வருமானத்தில் ரூ. 10,000க்கு மேலுள்ள தொகை = ரூ. 14,400 — ரூ. 10,000 = ரூ. 4400

ரூ. 4400இன் 15% = ரூ. $\frac{44\not{0}\not{0} \times 15}{1\not{0}\not{0}}$ = ரூ. 660

வரி = ரூ. 660 + ரூ. 750 = ரூ. 1410

இதிலிருந்து கழிக்கவேண்டிய தொகை = ரூ. 240

∴ அவர் செலுத்தவேண்டிய வரி = ரூ. 1410 — ரூ. 240 = ரூ. 1170

பயிற்சி 3:

1. மாத வருமானம் ரூ. 300 உள்ளவர்கள் வருமான வரி செலுத்த வேண்டுமா? காரணங் கூறுக.

2. ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 400. அவர் (i) திருமணமாகாதவராக இருந்தால் (ii) திருமணமாகி ஒரு குழந்தையுடனிருந்தால் (iii) திருமணமாகி ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட குழந்தைகளுடனிருந்தால் செலுத்த வேண்டிய வருமான வரி எவ்வளவு ?

3. ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 3000. அவர் திருமணமாகாதவராக இருந்தால் செலுத்த வேண்டிய வருமான வரி எவ்வளவு ?

4. ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 5000. அவர் மூன்று குழந்தைகளை உடையவராக இருந்தால் செலுத்த வேண்டிய வருமான வரி எவ்வளவு ?

5. ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 6000. அவர் ஒரு குழந்தையுடையவர். வருமான வரி நீக்கி அவரது நிகர ஆண்டு வருமானம் எவ்வளவு ?

6. ஒருவரின் மாத வருமானம் ரூ. 1500. அவர் இன்ஷூரன்சுப் பிரிமியம் மூன்று மாதத்திற்கொருமுறை ரூ. 600வும் பிராவிடென்ட் பண்டில் மாதம் ஒன்றுக்கு ரூ. 100வும் செலுத்துகிறார். அவர் செலுத்தவேண்டிய வருமான வரி எவ்வளவு ?

(v) கடன்மூழ்கி (திவாலா) [Bankrupt]

ஒருவரது கடன் தொகை, அவரது உடைமையைவிட அதிகமாகி, கடன்களைத் திருப்பித் தர முடியாத நிலையடைந்தவரைக் கடன்மூழ்கி என்று சொல்லுகிறோம். கடன் மூழ்கி ஒருவரது முழுச் சொத்தும் கடன் கொடுத்தவர்களுக்கு விகிதாச்சாரப்படி பிரித்துக் கொடுக்கப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக ஒருவரது கடன் ரூ. 1,00,000 எனவும், சொத்து ரூ. 75,000 எனவும் கொள்வோம். இப்போது ரூ. 75,000ஐயும் கடன் தொகையாகிய ரூ. 1,00,000க்கும் வீதித்துப் பிரித்துக் கொடுக்கவேண்டும். ஆகையால் அவருக்குக் கடன் கொடுத்தவர்கள் தாம் கொடுத்த கடனில் ஒவ்வொரு ரூபாய்க்கும் $\frac{75000}{100000}$ ரூபாய் வீதம் அதாவது 75 பைசே வீதம் திரும்பப் பெறுவர்.

அத் தொகை விகிதாச்சாரம் (Dividend) எனப் பெயர் பெறும்.

$$\text{விகிதாச்சாரம்} = \frac{\text{சொத்து மதிப்பு (Assets)}}{\text{கடன் மதிப்பு (Liabilities)}}$$

மனக்கணக்குகள் :

1. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்து மதிப்பு ரூ. 6500. அவரது கடன் ரூ. 10,000. கடன் கொடுத்தவர்கள் ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் திரும்பப் பெறுவர்?

2. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்து ரூ. 4500, கடன் ரூ. 6000. கடன் கொடுத்தவர் ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் திரும்பப் பெறுவர் ?

3. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்தைப்போல் கடன் $2\frac{1}{2}$ மடங்கு. கடன் கொடுத்தவர்களுக்கு ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் திரும்பக் கிடைக்கும்?

4. ஒரு கடன்மூழ்கியின் சொத்து மதிப்பு அவருடைய கடன் மதிப்பில் $\frac{3}{8}$ பங்கு. கடன் கொடுத்தவர் பெரும் விகிதாச்சாரமென்ன ?

5. கடன்மூழ்கி ஒருவர் ரூபாய்க்கு 20 பை. வீதம் திருப்பித் தருகிறார். அவருக்கு ரூ. 3000 கடன் கொடுத்த ஒருவர் எவ்வளவு தொகை திரும்பப் பெறுவார் ?

6. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்து மதிப்பு ரூ. 2000. அவரது கடன் ரூ. 8000. அவருக்கு ரூ. 1600 கடன் கொடுத்தவர் பெறும் தொகை என்ன ?

7. கடனில் மூழ்கிய ஒருவரது சொத்து ரூ. 6000. அவருக்குக் கடன் கொடுத்தவர்கள் ரூபாய்க்கு 30 பைசே திரும்பப் பெறுகின்றனர். கடன்மூழ்கியின் கடன் எவ்வளவு ?

8. ஒரு கடன்மூழ்கியின் சொத்து ரூ. 7500. அவருக்கு ரூ. 2000 கடன் கொடுத்தவர் ரூ. 1500 திரும்பப் பெற்றார் எனில் கடன்மூழ்கியின் கடன் எவ்வளவு ?

9. ஒரு கடன்மூழ்கி திருப்பித்தரும் விகிதாச்சாரம் ரூபாய்க்கு 25 பை. அவரது கடன் ரூ. 12,000 எனில், சொத்து மதிப்பு என்ன ?

10. கடன்மூழ்கி ஒருவருக்கு ரூ. 4000 கடன் கொடுத்தவர் ரூ. 3200 திரும்பப் பெற்றார். கடன்மூழ்கியின் கடன் ரூ. 10,000 எனில், அவரது சொத்து மதிப்பு எவ்வளவு ?

11. கடன்மூழ்கி ஒருவர் ரூபாய்க்கு 40 பை. விதம் திருப்பிச் செலுத்துகிறார். அவருக்குக் கடன் கொடுத்த ஒருவர் திரும்பப் பெறுவது ரூ. 1200 எனில், அவர் கொடுத்த கடன் எவ்வளவு ?

12. ஒரு கடன்மூழ்கியின் சொத்து ரூ. 3300. கடன் ரூ. 5500. அவருக்குக் கடன் கொடுத்த ஒருவர் திரும்பப் பெற்றது ரூ. 480 எனில், அவர் கொடுத்த கடன் எவ்வளவு ?

மாதிரி: கடன்மூழ்கி ஒருவரது கடன் ரூ. 2,50,000. அவரிடம் உள்ள சொத்து மதிப்பு ரூ. 1,57,500 எனில் :

(i) அவருக்குக் கடன் கொடுத்தவர்கள் பெறும் விகிதாச்சாரம் ரூபாய்க்கு எவ்வளவு ?

(ii) ரூ. 2700 கடன் கொடுத்தவர் திரும்பப் பெறுவது எவ்வளவு ?

(iii) ரூ. 2205 திரும்பிப் பெறுபவர் கொடுத்த கடன் எவ்வளவு ?

(i) கடன்மூழ்கியின் கடன் = ரூ. 2,50,000
சொத்து = ரூ. 1,57,500

∴ 1 ரூபாய்க்குத் திரும்பக் கிடைப்பது $= \text{ரூ.}\ \frac{157500}{250000}$

$= \text{ரூ.}\ \frac{63}{100} = 63$ பை.

(ii) ரூ. 2700 கொடுத்தவர் திரும்பப் பெறுவது $= \text{ரூ.}\ \frac{2700 \times 63}{100}$

= ரூ. 1701

(iii) ரூ. 2205 பெற்றவர் கொடுத்த கடன் $= \text{ரூ.}\ 2205 \times \frac{100}{63}$

= ரூ. 3500

பயிற்சி 1:

1. புள்ளியிட்டுள்ள இடங்களைத் தகுந்த விடைகளால் நிரப்புக :

வ. எண்	கடன்மூழ்கி யின் கடன்	அவரது சொத்து மதிப்பு	அவர் ஒரு ரூபாய்க்குத் திருப்பித்தரும் விகிதாச்சாரம்
(i)	ரூ. 60,000	ரூ. 32,400	....
(ii)	ரூ. 1,20,000	ரூ. 92,400	....
(iii)	ரூ. 75,000	....	62 பை.
(iv)	ரூ. 64,000	....	53 பை.
(v)	....	ரூ. 19,745	44 பை.
(vi)	....	ரூ. 21,580	65 பை.

2. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்தின் மதிப்பு ரூ. 52,500. அவரது கடன் ரூ. 78,750. அவருக்கு ரூ. 5400 கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவர் திரும்பப்பெறுவது எவ்வளவு?

3. கடன்மூழ்கி ஒருவரது கடன் ரூ. 50,100. அவரிடத்தில் இருக்கும் சொத்தின் மதிப்பு ரூ. 37,575. அவருக்குக் கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவர் ரூ. 4500 திரும்பப் பெற்றுக் கொண்டால், அவர் கொடுத்திருந்த கடன் எவ்வளவு?

4. கடனில் மூழ்கிய ஒருவரது சொத்துக்களின் மதிப்பு ரூ. 49,700. அவருக்கு ரூ. 5000 கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவருக்கு ரூ. 4375தான் திரும்பக் கிடைத்தது என்றால் அவர் வாங்கியிருந்த கடன் எவ்வளவு?

5. கடன்மூழ்கி ஒருவரது மொத்தக் கடன் ரூ. 27,300. அவருக்கு ரூ. 5200 கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவருக்கு ரூ. 1400தான் திரும்பக் கிடைத்ததெனில், கடன்மூழ்கியிடம் இருந்த சொத்தின் மதிப்பு எவ்வளவு?

6. கடன்மூழ்கி ஒருவரது கடன் ரூ. 9600. அவருக்கு ரூ. 1600 கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவருக்கு ஏற்பட்ட இழப்பு ரூ. 768 என்றால், கடன்மூழ்கி திருப்பித்தந்த விகிதாச்சாரம் ரூபாய்க்கு எவ்வளவு? அவருடைய சொத்தின் மதிப்பு எவ்வளவு?

7. கடன்மூழ்கி ஒருவருக்குக் கடன் கொடுத்திருந்தவர்களுக்குத் திரும்பப் பணம் கிடைக்கும்போது 15% இழப்பு ஏற்படுகிறது. ரூ. 4590 திரும்பப் பெற்றுக்கொண்ட ஒருவர் அவருக்கு எவ்வளவு கடன் கொடுத்திருப்பார்? ரூபாய்க்கு எவ்வளவு பை. திரும்பக் கிடைக்கிறது?

8. கடன்மூழ்கி ஒருவருக்கு A, B, C என்ற மூவர் முறையே ரூ. 3200, ரூ. 4800, ரூ. 8000 கடன் கொடுத்திருந்தனர். கடன்மூழ்கியின் சொத்தை இந்த மூன்று பேர்களுக்கும் வீதித்துக் கொடுக்கும்போது A, பெற்ற தொகை ரூ. 900 எனில், B, C ஒவ்வொருவரும் பெற்ற தொகை எவ்வளவு?

9. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்தின் மதிப்பு ரூ. 4000. இதில் 1% அதை வசூலிப்பதற்காகச் செலவழிந்துவிட்டது. மீதி, கடன்காரர்களுக்குப் பிரித்துக் கொடுக்கப்பட்டது. அவரது கடன் தொகை ரூ. 22,000 ஆனால் கடன்காரர்களுக்கு ரூபாய்க்கு எவ்வளவு வீதம் திரும்பக் கிடைக்கும்?

10. கடன்மூழ்கி ஒருவரது சொத்துக்களும், கடன்களும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

சொத்துக்கள்:			ரூபாய்
நிலச் சொத்து	...	...	42,000
கையிருப்பு ரொக்கம்	...	...	8,000
மரச் சாமான்கள் முதலியன		...	5,500
கடன்காரர்களிடமிருந்து வரவேண்டியது			15,000

கடன்கள்:			ரூபாய்
பாங்கு	...	...	1,05,000
இராமன்	...	...	52,000
வாடகை	...	...	23,000

கடன்காரர்களிடமிருந்து அவருக்குக் கிடைக்க வேண்டிய தொகையில் 20% வசூல் செய்ய முடியாதெனில் அவர் தம் கடனுக்கு ரூபாய்க்கு என்ன வீதம் திருப்பித் தர முடியும் என்று கண்டுபிடி. பாங்குக்கும் இராமனுக்கும் முறையே எவ்வளவு கிடைக்கும் என்று கண்டுபிடி.

[S. S. L. C.]

மாதிரி: கடன்மூழ்கி ஒருவர் தம் கடனில் ரூபாய்க்கு 60 பை. வீதம் திருப்பித் தருகிருர். சிறிது காலம் கழித்து அவருக்கு மேலும் கொஞ்சம் பணம் கிடைக்கவே மீதி நின்ற கடனில் ரூபாய்க்கு 50 பை. வீதம் திருப்பித் தருகிருர். மொத்தத்தில் அவர் 1 ரூபாய் கடனுக்கு எவ்வளவு திருப்பித் தருகிருர்? அவருக்கு ரூ. 6000 கடன் கொடுத்திருந்தவர் இரண்டு தவணைகளிலுமாகச் சேர்ந்து மொத்தம் எவ்வளவு திரும்பப் பெறுவார்?

கடன் கொடுத்த தொகை ரூ. 1 எனக் கொள்க.

முதல் முறையில் கொடுத்தது = 60 பை.

மீதி நிற்கும் கடன் = 40 பை.

அதில் ரூபாய்க்கு 50பை. வீதம் கொடுப்பது $\Big\} = \frac{50}{100} \times 40$ பை. = 20 பை.

∴ மொத்தம் திருப்பிக் கொடுத்தது = 60 பை. + 20 பை.

= 80 பை.

ரூ. 6000 கடன் கொடுத்தவர் திரும்பப் பெறுவது $\Big\} =$ ரூ. $\frac{6000 \times 80}{100}$ = ரூ. 4800

பயிற்சி 2:

1. கடன்மூழ்கி ஒருவர் தம் கடனில் ரூபாய்க்கு 56 பை. வீதம் திருப்பித் தருகிருர். பிறகு சிறிது காலம் கழித்து மீதி நின்ற கடனில் ரூபாய்க்கு 25 பை. வீதம் திருப்பித் தருகிருர். மொத்தத்தில் 1 ரூபாய் கடனுக்குத் திருப்பித் தருவது எவ்வளவு? அவருக்கு ரூ. 3200 கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவர் இருமுறைகளிலுமாக மொத்தம் எவ்வளவு தொகை திரும்பப் பெறுவார்?

2. கடன்மூழ்கி ஒருவர் முதலில் ரூபாய்க்கு 65 பை. வீதமும், பிறகு மீதி நின்ற கடனில் ரூபாய்க்கு 60 பை.

வீதமும் திருப்பித் தந்தார். இப்படியாக அவருக்குக் கடன் கொடுத்திருந்த ஒருவர் மொத்தம் ரூ. 4300 திரும்பப் பெற்றுக்கொண்டால் அவர் கடன் கொடுத்திருந்தது எவ்வளவு?

3. ஒருவர் ரூ. 8000ஐ 4% தனிவட்டி தரும் ஒரு பாங்கில் போட்டிருந்தார். 2 ஆண்டுகள் முடிவில் பாங்கு கடனில் மூழ்கியதால் அதில் பணம் போட்டிருந்தவர்களுக்குச் சேர வேண்டிய தொகையில் ரூபாய்க்கு 68 பை. வீதமே திரும்பக் கிடைத்தது. இதனால் அவருக்கு ஏற்பட்ட இழப்பு எவ்வளவு?

4. ஒருவர் சிறிது தொகையை 5% தனிவட்டி தரும் ஒரு பாங்கில் போட்டார். 4 ஆண்டுகள் முடிவில் பாங்க் கடனில் மூழ்கி அதில் பணம் போட்டிருந்தவர்களுக்கு ரூபாய்க்கு 62 பை. வீதம் திரும்பக் கிடைக்கிறது. இதனால் அவருக்கு ஏற்பட்ட இழப்பு ரூ. 912 என்றால், அவர் பாங்கில் போட்ட தொகை எவ்வளவு?

5. பாங்கு ஒன்று கடனில் மூழ்கி அதில் பணம் போட்டிருந்தவர்களுக்கு ரூபாய்க்கு 32 பை. வீதம் திரும்பக் கிடைக்கிறது. அதில் ஒருவர் ரூ. 5000 போட்டிருந்தார். அவரிடம் கையில் ரூ. 840 இருந்தது. அவர் கொடுக்க வேண்டிய கடன் ரூ. 4000. அவரும் கடனில் மூழ்கிவிட்டால் கடன் கொடுத்திருந்தவர்களுக்கு ரூபாய்க்கு எவ்வளவு வீதம் திருப்பித்தர முடியும்?

3. தோராயம் (Approximation)

வாழ்க்கையின் பல துறைகளிலும் பல வினுக்களுக்கு நாம் தேவையான அளவு பொருத்தமுள்ள தோராய விடைகளையே பயன்படுத்துகின்றோம். ஒருவருடைய உயரம் பொதுவாகச் செ. மீ. திருத்தமாகவே குறிப்பிடப்படுகிறது. ஒருவரது உயரம் 160 செ. மீ. 2 மி. மீ. என்றால் அதை நாம் 160 செ. மீ. என்றே கூறுகின்றோம். இரண்டு இடங்களுக்கு இடையில் உள்ள தொலைவு 2 கிலோ மீட்டர் 15 மீட்டர் ஆனால் அதைக் குறிப்பிடும்போது 2 கிலோ மீட்டர் என்று மட்டுமே குறிப்பிடுகின்றோம். சென்னைக்கும் டில்லிக்குமுள்ள தொலைவைக் கி. மீ. திருத்தமாக மட்டுமே குறிப்பிடுவோம். ஒருவர் நம்மைப் பார்த்து ''மணி என்ன?'' என்று கேட்டால், ''10 மணி 5 நிமிடங்கள் 21 செகண்டுகள்'' என்று பதில் கூறுவதுண்டா? இல்லை. 10 மணி 5 நிமிடங்கள் என்ற விடையே போதுமானதாக உள்ளது. ''இந்த ஊரில் எவ்வளவு பேர்கள் வாழ்கின்றனர்?'' என்ற வினுவிற்குப் பெரும்பாலும், ''சுமார் 6000 பேர்கள் வாழ்கின்றனர்'' என்பது போன்ற விடை கிடைக்குமே தவிர ''6009 பேர்கள் வாழ்கின்றனர்'' என்பது போன்ற விடை கிடைக்காது. அதாவது பல துறைகளிலும் பெரும்பாலான வேலைகளில் தேவையான அளவுக்குத் திருத்தப்பட்ட மதிப்பே நமக்குப் போதுமானதாக உள்ளது.

ஓர் ஊரில் 4928 பேர்கள் இருந்தால் அதன் மக்கள் தொகையை ஏறத்தாழ 5000 என்று கூறுவார்களே ஒழிய 4000 என்று கூறமாட்டார்களல்லவா? ஏன்? 4928 என்பது 4000ஐவிட 5000 என்பதற்கு அண்மையில் உள்ளது. ஆதலின் ஒன்றின் தோராய மதிப்பு அதற்கு மிக அண்மையில் உள்ளதாகவும், நமக்குப் போதுமான விவரத்தை அளிக்கக்கூடியதாகவும் இருக்கவேண்டும்.

எல்லா வேலைகளிலும் தோராய மதிப்பையே பயன்படுத்துகின்றோம் என்றும் கூறிவிட முடியாது. ஒருவர் நம்மை மணி கேட்கும்போது நிமிடம் திருத்தமாகக் கூறினால் போதும் என்பதற்காக ஓட்டப் பந்தயங்களிலும் இதையே கையாள முடிகிறதா? பந்தயத்தில் காலம் செகண்டின் பத்தில் ஒரு பங்குக்குத் திருத்தமாகக்கூடக் குறிக்கப்படுவதுண்டு. ஆகவே, இடத்திற்கேற்ப எந்தெந்த அளவுக்குத் தோராய மதிப்பு தேவைப்படுகின்றதோ அந்தந்த அளவைப் பயன்படுத்துகின்றோம்.

ஏற்கனவே தசம பின்னங்களில் தேவையான தசம இடத் திருத்தமாக விடை எழுதக் கற்றுக் கொண்டுள்ளீர்கள். 0·232, 0·237 என்ற தசம பின்னங்களைக் கவனி. 0·232, 0·237 என்ற இரண்டும் 0·230, 0·240 என்பவற்றிற்கு இடையிலுள்ளவையே. ஆயினும் 0·232 என்பது 0·230 என்பதற்கு அண்மையிலும், 0·237 என்பது 0·240 என்பதற்கு அண்மையிலுமாக அமைந்துள்ளன. ஆகவே, இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாக,

0·232 என்பது 0·23 எனவும்,

0·237 என்பது 0·24 எனவும் குறிக்கப்படும்.

0·23 என்பது இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் குறிக்கப்பட்ட ஓர் எண் ஆனல் அதன் உண்மை மதிப்பு 0·225இலிருந்து 0·235 வரை உள்ள எல்லைக்குள் அடங்கியிருக்கும்.

மனக்கணக்குகள் (1):

கீழ்க் காணுபவை எந்த அலகின் தோராயமாக மதிப்பிடப்படுகின்றன?

(i) புத்தகத்தின் நீளம்
(ii) வகுப்பறையின் அகலம்
(iii) ஒருவரது உயரம்
(iv) வீட்டின் உயரம்
(v) ஒரு சிறுவனின் எடை
(vi) ஒரு கப்பலில் ஏற்றப்படும் பொருள்களின் எடை
(vii) ஒருவரின் மாதச் சம்பளம்
(viii) நம் அரசியலாரின் ஆண்டு மொத்த வருமானம்.

2. பத்துக்குத் திருத்தமாகக் கூறுக:

(i) 24	(iv) 99	(vii) 603
(ii) 52	(v) 123	(viii) 858
(iii) 76	(vi) 546	(ix) 4607
(x) 9993		

3. பத்தாயிரம் திருத்தமாகக் கூறுக :

(i) 54,321 (iv) 58,324 (vii) 4,05,824
(ii) 27,683 (v) 2,54,185 (viii) 51,06,329
(iii) 91,685 (vi) 3,26,342

4. கீழுள்ளவை ஒவ்வொன்றையும் (a) பத்து (b) நூறு (c) ஆயிரம் திருத்தமாகக் கூறு !

(i) 4,237 (v) 86,454 (ix) 1,35,707
(ii) 5,378 (vi) 76,543 (x) 8,64,203
(iii) 7,852 (vii) 22,406 (xi) 3,57,123
(iv) 9,999 (viii) 98,765 (xii) 6,15,577

5. கீழுள்ளவற்றை முழு எண் திருத்தமாகக் கூறுக :

(i) 66·24 (iv) 536·71 (vii) 87·465
(ii) 72·63 (v) 69·8 (viii) 99·085
(iii) 112·49 (vi) 120·912

6. கீழ்க்கண்டவை ஒவ்வொன்றையும் (a) இரண்டு (b) மூன்று தசம இடங்கட்குத் திருத்தமாக்கி விடை தருக :

(i) 9·87654 (vii) 8·50276 (xiii) $0 \cdot 5\dot{2}$
(ii) 0·25213 (viii) 13·96042 (xiv) $46 \cdot \dot{3}$
(iii) 12·46524 (ix) 0·80076 (xv) $51 \cdot \dot{5}$
(iv) 0·31258 (x) 0·70985 (xvi) $0 \cdot 1\dot{9}$
(v) 4·20513 (xi) 6·07029
(vi) 10·02082 (xii) 10·0998

பயிற்சி 1 :

1. மதிப்பை இரண்டு தசம இடங்கள் திருத்தமாகத் தருக :

(i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{5}{8}$ (v) $\frac{10}{18}$
(vi) $\frac{16}{11}$ (vii) $\frac{112}{9}$ (viii) $\frac{1}{12}$ (ix) $\frac{2}{15}$ (x) $\frac{170}{16}$

2. ஒவ்வொன்றின் மதிப்பினையும் மூன்று தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் காணுக :

(i) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5^2}$, $\frac{1}{5^3}$, $\frac{1}{5^4}$.

(ii) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6^2}$, $\frac{1}{6^3}$, $\frac{1}{6^4}$.

3. பின் உள்ளவை ஒவ்வொன்றையும் அடைப்பில் குறிப்பிட்டுள்ள அளவுக்குத் திருத்தமாக விடை எழுதுக :

(i) 507, 412, 649, 828 (பத்துத் திருத்தமாக)
(ii) 643, 857, 1042, 541 (நூறு திருத்தமாக)
(iii) 5412, 830, 9019, 12,457 (ஆயிரம் திருத்தமாக)
(iv) 0·0268, 4·8302, 12·0075, 7·4632 (இரண்டு தசம இடங்கள் திருத்தமாக)
(v) 12·46853, 0·5956, $0{\cdot}56\dot{7}$, $0{\cdot}0\dot{8}$ (மூன்று தசம இடங்கள் திருத்தமாக)
(vi) இலங்கைத் தீவின் பரப்பு 63,849 சதுர கிலோ மீட்டர். (நூறு ச.கி.மீ. திருத்தமாக)
(vii) ஓர் ஏரியின் நீளம் 1514 மீட்டர். (பத்து, நூறு, ஆயிரம் மீட்டர்த் திருத்தமாக)

4. கழித்துக் கேட்டுள்ளபடி விடை எழுதுக :

(i) 10,47,865இலிருந்து 8,60,429ஐ (பத்தாயிரம் திருத்தமாக)
(ii) 1,20,75,680 ,, 29,36,860ஐ (இலட்சம் திருத்தமாக)
(iii) 15·2476256 ,, 4·5632765ஐ (நான்கு தசம இடங்கள் திருத்தமாக)
(iv) 5·23 ,, $4{\cdot}\dot{6}$ஐ (மூன்று தசம இடங்கள் திருத்தமாக)

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை அடைப்புக் குறிக்குள் உள்ள அளவுக்குத் திருத்தி எழுதப்பட்டவை.

அவற்றின் உண்மை மதிப்பு எந்த எல்லைக்குள் அடங்கி யிருக்கும்?

(i) 40, 80, 370, 560 (பத்துத் திருத்தமாக)

(ii) 6, 9, 17, 112 (ஒன்று திருத்தமாக)

(iii) 100; 500; 1300; 27,200 (நூறு திருத்தமாக)

(iv) 50,000; 3,30,000 (பத்தாயிரம் திருத்தமாக)

(v) 2·6, 13·3, 125·5, 12·0 (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக)

(vi) 11·52, 126·48, 60·60, 82·09 (இரண்டு தசம இடங்கள் திருத்தமாக)

பொருளுடைய இலக்கங்கள் (Significant Figures)

பூமியின் சுற்றளவை ஆயிரம் கி. மீ. திருத்தமாகச் சொல்லும்போது அது 41,000 கி. மீ. ஆகும். சுற்றளவை அளக்க எடுத்துக்கொண்ட அலகு (unit) 1000 கி. மீ. பூமியின் சுற்றளவு அதைப்போல் 41 அலகுகள் கொண்டது ஆகும். 41,000 என்பதில் உள்ள பூச்சியங்கள் மூன்றும் எடுத்துக்கொண்ட அலகின் அளவைக் குறிக்கின்றன. 4, 1 என்ற இலக்கங்களால் அமைந்த 41, எடுத்துக்கொண்ட அலகைப் போல் 41 மடங்குகள் எனச் சுட்டிக் காட்டப் பயன்படுவதால் அவை பொருளுடைய இலக்கங்கள் ஆகும். 4 முதலாவது பொருளுடைய இலக்கம். 1 இரண்டாவது பொருளுடைய இலக்கம். 2599 என்பதைப் பத்துக்குத் திருத்தமாகக் கூறினல் அது 2600 ஆகும். அதாவது, 260 பத்துகள் ஆகும். இங்கு எடுத்துக்கொண்ட அலகைப்போல் 260 மடங்குகள் எனச் சுட்டிக் காட்டப் பயன்படும் 2,6,0 ஆகிய மூன்றும் பொருளுடைய இலக்கங்கள் ஆகும். இரண்டு இடங்களுக்கு இடையேயுள்ள தூரம் 99 கி. மீ., 7 ஹெ. மீ. என்ருல், அதைக் கி. மீ. திருத்தமாகச் சொல்லும்போது 100 கி.மீ. ஆகும். இங்கு எடுத்துக்கொண்ட அலகு 1 கி.மீ. இதைப்போல் 100 மடங்குகள் எனச் சுட்டிக்காட்டப் பயன்படும் 1,0,0 ஆகிய மூன்றும் பொருளுடைய இலக்கங்களாகும்.

0·042 என்ற தசம பின்னம் 'ஆயிரத்தில் 42 பங்குகள்' என்பதைக் குறிக்கின்றது. ஆயிரத்தில் 42 என்பதைச் சுட்டிக்காட்டப் பயன்படும் 4, 2 ஆகிய இரண்டும் பொருளுடைய இலக்கங்கள். 0·300 என்பது ஆயிரம் பங்குகளில் முந்நூறு பங்குகளைக் குறிக்கின்றது. இங்கு முந்நூறைச்

சுட்டிக் காட்டும் 3, 0, 0 ஆகிய மூன்றும் பொருளுடைய இலக்கங்களே.

இப் பொருளுடைய இலக்கங்களால் மிகப் பெரிய எண்ணின் மதிப்பைச் சில இலக்கங்களைக்கொண்டே தோராயமாக அறிந்து கொள்கின்றோம். 2683427 என்பதை இலட்சம் திருத்தமாக 27 இலட்சம் என்போம். 2683427 என்பதைவிட 27 இலட்சம் என்பது நமக்குத் தொகையை விரைவில் உணர்த்துகின்றது அல்லவா?

அறிக: முழு எண்களைக் குறிப்பிட்ட அளவுக்குத் திருத்தமாகக் கூறும்பொழுது, எடுத்துக்கொண்ட அலகைப்போல் எத்தனை மடங்குகள் என்பதைச் சுட்டிக் காட்டப் பயன்படும் இலக்கங்கள் பொருளுடைய இலக்கங்கள் ஆகும். எண்ணின் இறுதியில் எடுத்துக்கொண்ட அலகின் பரிமாணத்தைக் குறிக்க அமைந்துள்ள பூச்சியங்கள் பொருளுடைய இலக்கங்கள் அல்ல.

தூய தசம பின்னத்தின் தொடக்கத்தில் புள்ளியை அடுத்து வலப்புறம் அலகைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப் பட்டிருக்கும் பூச்சியங்கள் பொருளுடைய இலக்கங்கள் அல்ல.

மாதிரி:

(i) ஓர் எண்ணை நூற்றுக்குத் திருத்தமாக எழுதும்போது 2600 ஆனல், அப்போது 2, 6 ஆகிய இரண்டும் பொருளுடைய இலக்கங்கள்.

(ii) ஓர் எண்ணைப் பத்துக்குத் திருத்தமாக எழுதும்போது 2600 ஆனல், அப்போது 2, 6, 0 ஆகிய மூன்றும் பொருளுடைய இலக்கங்கள்.

(iii) ஓர் எண்ணை ஒன்றுக்குத் திருத்தமாகக் கூறும்போது 2600 ஆனல் அப்போது 2, 6, 0, 0 ஆகிய நான்கும் பொருளுடைய இலக்கங்கள்.

(iv) 0·00230 என்பதில் புள்ளியை அடுத்து வலப்புறமுள்ள 0·00 பொருளுடைய இலக்கங்கள் அல்ல. அவற்றையடுத்து உள்ள 2, 3, 0 ஆகிய மூன்றும் பொருளுடைய இலக்கங்கள்.

பயிற்சி 2:

1. பின் உள்ளவற்றில் அடைப்புக்குள் ஒவ்வொன்றும் எந்த அலகின் திருத்தமாக எழுதப்பட்டுள்ளது என்பதைக் குறித்திருக்கிறது. பொருளுடைய இலக்கங்களைக் கூறுக:

(i) பூமிக்கும் சூரியனுக்கும் இடையில் உள்ள தூரம் 149,000,000 கி. மீ. (பத்து இலட்சம் கி. மீ. திருத்தமாக)

(ii) பூமியின் விட்டம் 13,000 கி. மீ. (ஆயிரம் கி. மீ. திருத்தமாக)

(iii) பசிபிக் பெருங்கடலின் ஆழம் 11,800 மீட்டர் (நூறு மீட்டர் திருத்தமாக)

(iv) ஒளி ஒரு நொடியில் செல்லும் தூரம் 2,96,000 கி. மீ. (ஆயிரம் கி. மீ. திருத்தமாக)

(v) ஒரு தீவின் பரப்பு 1,42,600 ஏர் (பத்து ஏர் திருத் மாக)

(vi) இரு நகரங்கட்கு இடையில் உள்ள தொலைவு 600 கிலோ மீட்டர் (ஒரு கி. மீ. திருத்தமாக)

(vii) ஓர் அட்டையின் நீளம் 2·54 சென்டி மீட்டர் (செ. மீ. இன் நூறில் ஒரு பங்குத் திருத்தமாக)

(viii) ஒரு பொருளின் எடை 35·362 கிலோ கிராம். (கி. கி. இன் ஆயிரத்தில் ஒரு பங்குத் திருத்தமாக)

(ix) சிறிது தண்ணீரின் எடை 0·037 கிலோ கிராம் (கிராம் திருத்தமாக)

(x) ஒரு கோலின் நீளம் ·040 மீட்டர் (மில்லி மீட்டர் திருத்தமாக).

2. மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக எழுது:

(i) 1,234	(vii) 90,845	(xiii) 0·0257
(ii) 5,678	(viii) 70,092	(xiv) 0·00347
(iii) 5,208	(ix) 4,268	(xv) 0·07368
(iv) 4,604	(x) 22·75	(xvi) 0·0087654
(v) 98,765	(xi) 516·682	
(vi) 60,605	(xii) 907·463	

3. பின் உள்ளவற்றை ஆயிரம் திருத்தமாக எழுதி அதிலுள்ள பொருளுடைய இலக்கங்களைக் கூறுக :

(i) 8,516	(v) 22,617	(ix) 4,64,870
(ii) 9,437	(vi) 40,509	(x) 2,39,821
(iii) 6,931	(vii) 70,992	(xi) 2,08,026
(iv) 1,438	(viii) 13,784	(xii) 20,08,628

4. மூன்று தசம இடங்கள் திருத்தமாக எழுதி அதிலுள்ள பொருளுடைய இலக்கங்களைக் கூறுக :

(i) 0·2374	(v) 0·03049	(ix) 3·56418
(ii) 0·5287	(vi) 0·002682	(x) 5·4092
(iii) 0·02344	(vii) 0·012638	(xi) 1·20075
(iv) 0·03456	(viii) 0·026982	(xii) $5{\cdot}4\dot{7}\dot{1}$

5. கூட்டி ஐந்து பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக விடை கொடு :

(i) $51{\cdot}0825+0{\cdot}000327+1{\cdot}5\dot{2}+3{\cdot}\dot{5}\dot{7}$

(ii) $7{\cdot}96853+11{\cdot}32791+125{\cdot}268+1012{\cdot}027$

6. கழித்து மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக விடை தருக :

(i) 35இலிருந்து 19·087ஐ

(ii) 368·52472இலிருந்து 40·062ஐ

7. பின் உள்ளவை நான்கு பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக எழுதப்பட்டவை என்றால் அவற்றின் உண்மையான மதிப்பு எந்த எல்லைக்குள் அடங்கும் ?

(i) ரூ. 2015	(iv) ரூ. 20·15	(vii) ரூ. 521·3
(ii) ரூ. 2·015	(v) ரூ. 5·213	(viii) ரூ. 5213
(iii) ரூ. 201·5	(vi) ரூ. 52·13	

பெருக்கல், வகுத்தல் பலன்களின் சுமார் மதிப்பு (Rough estimate of results in multiplication and division)

தசம பின்னத்தில் பத்தின் எந்த அடுக்கால் பெருக்கு கின்றேமோ, அத்தனை இலக்கங்கள் புள்ளி வலப்புறம் நகரும் எனவும், பத்தின் எந்த அடுக்கால் வகுக்கின்றேமோ அத்தனை இலக்கங்கள் புள்ளி இடப்புறம் நகரும் எனவும் ஏற்கனவே அறிந்தோம்.

ஒரு தசம பின்னத்தின் முழு எண் பாகத்தில் ஒரே ஓர் இலக்கம் இருக்குமாயின் அது நியம உருவத்தில் (Standard form) இருப்பதாகக் கூறப்படும்.

நியம உருவம்: 2·032 ; 5·763 ; 8·303.

நியம உருவத்தைப் பயன்படுத்திப் பெருக்கலிலும் வகுத்தலிலும் சுமார் மதிப்பு கண்டுகொள்ளலாம்.

மாதிரி: 1968×525இன் சுமார் மதிப்பைக் காணுக.

[பெருக்கும் எண்ணை நியம உருவத்திற்குக் கொண்டு வர அதை 100ஆல் வகுக்கவேண்டியிருக்கிறது. $\frac{525}{100} = 5 \cdot 25$.

5·25ஆல் பெருக்கினுல் 525ஆல் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் விடையில் நூறில் ஒரு பங்குதான் கிடைக்கும். ஆகவே விடை மாருதிருக்கப் பெருக்கப்படும் எண்ணை 100ஆல் பெருக்கிக்கொண்டால் போதுமல்லவா?]

$$1968 \times 525 = 196800 \times 5 \cdot 25$$

∴ சுமார் மதிப்பு = 2 இலட்சம் × 5 = 10 இலட்சம்

சரியான மதிப்பு:

```
 1968×
  525
-------
  9840
 3936
9840
-------
1033200
-------
```

மாதிரி: $12 \cdot 82 \times 19 \cdot 64$இன் சுமார் மதிப்பைக் காணுக. $12 \cdot 82 \times 19 \cdot 64 = 128 \cdot 2 \times 1 \cdot 964$ (பெருக்கும் எண்ணை நியம உருவத்தில் எழுத)

∴ சுமார் மதிப்பு $= 128 \times 2 = 256$

மாதிரி: $0 \cdot 0298 \times 0 \cdot 0326$இன் சுமார் மதிப்பைக் கண்டுபிடி. அதைச் சரியான விடையோடு ஒப்பிடு.

$0 \cdot 0298 \times 0 \cdot 0326$
$= 0 \cdot 000298 \times 3 \cdot 26$
∴ சுமார் மதிப்பு
$= 0 \cdot 0003 \times 3$
$= 0 \cdot 0009$

சரியான மதிப்பு:

```
   0·0298
   0·0326
   ------
     1788
     596
    894
   ------
    97148
```

∴ விடை $= 0 \cdot 00097148$

வகுத்தல்: வகுத்தலிலும் அதேபோன்று வகுக்கும் எண்ணை நியம உருவத்திற்கு மாற்றி அமைத்துக்கொண்டு ஈவின் சுமார் மதிப்பைக் காண முடியும்.

மாதிரி: $17842 \div 284$இன் சுமார் மதிப்பைக் காண்க.

$$\frac{17842}{284} = \frac{178 \cdot 42}{2 \cdot 84} \text{ (நியம உருவத்தில் எழுத)}$$

$$\therefore \text{ சுமார் மதிப்பு} = \frac{180}{3} = 60.$$

மாதிரி: $1636 \cdot 42 \div 0 \cdot 03872$இன் மதிப்பை முழு எண் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி. விடையைச் சுமார் மதிப்போடு ஒத்திட்டுப் பார்.

$$\frac{1636 \cdot 42}{0 \cdot 03872} = \frac{163642000}{3872} \left\{ \text{பகுதியை முழு எண் ஆக்க} \right\}$$

$= 42263$

சரியான மதிப்பு
42262·9

```
3872 | 163642000
       15488
       -----
        8762
        7744
        -----
        10180
         7744
         -----
         24360
         23232
         -----
          11280
           7744
          -----
          35360
```

சுமார் மதிப்பு:

$$\frac{1636 \cdot 42}{0 \cdot 03872} = \frac{163642}{3 \cdot 872} \text{ (நியம உருவத்தில் எழுத)}$$

$$\therefore \text{ சுமார் மதிப்பு} = \frac{160000}{4} = 40000$$

மனக்கணக்குகள் (2) :

1. நியம உருவம் கூறுக :

(i) 47 (ii) 538 (iii) 6421

(iv) 90326 (v) 47·5 (vi) 540·02

(vii) 1320·861 (viii) 5832·644 (ix) 0·237

(x) 0·0325 (xi) 0·00267 (xii) 0·03075

2. பெருக்கலின் மதிப்பு மாறாது, பெருக்கும் எண்ணை நியம உருவத்தில் மாற்றி எழுதுக :

(i) 423×112 (ii) $6 \cdot 312 \times 74$

(iii) $12 \cdot 54 \times 16 \cdot 7$ (iv) $246 \cdot 32 \times 0 \cdot 33$

(v) $1 \cdot 64 \times 0 \cdot 0789$ (vi) $82 \cdot 5 \times 0 \cdot 0635$

(vii) $2 \cdot 64 \times 0 \cdot 325$ (viii) $1 \cdot 31 \times 0 \cdot 034$

(ix) $0 \cdot 234 \times 45$ (x) $0 \cdot 087 \times 452$

(xi) $0 \cdot 6482 \times 0 \cdot 24$ (xii) $0 \cdot 325 \times 0 \cdot 0047$

3. வகுத்தலின் மதிப்பு மாறாது, வகுக்கும் எண் நியம உருவத்தில் இருக்குமாறு எழுதுக :

(i) $\frac{4123}{168}$ (ii) $\frac{22 \cdot 55}{57}$ (iii) $\frac{432 \cdot 98}{76}$

(iv) $\frac{0 \cdot 4628}{14}$ (v) $\frac{4 \cdot 321}{254}$ (vi) $\frac{53}{0 \cdot 64}$

(vii) $\frac{68}{0 \cdot 032}$ (viii) $\frac{5 \cdot 2}{0 \cdot 28}$ (ix) $\frac{5 \cdot 26}{0 \cdot 031}$

(x) $\frac{0 \cdot 231}{0 \cdot 43}$ (xi) $\frac{0 \cdot 057}{0 \cdot 56}$ (xii) $\frac{0 \cdot 7632}{0 \cdot 0027}$

பயிற்சி 3 :

1. கீழ்வரும் பெருக்கல்களைச் செய்க. விடையைச் சுமார் மதிப்புக்கொண்டு சோதித்துப் பார் :

(i) $261 \cdot 23 \times 125$
(ii) $5431 \times 24 \cdot 3$
(iii) $86 \cdot 27 \times 32 \cdot 9$
(iv) $56 \cdot 01 \times 0 \cdot 999$
(v) $3 \cdot 254 \times 4 \cdot 321$
(vi) $8 \cdot 08 \times 0 \cdot 0203$
(vii) $0 \cdot 325 \times 0 \cdot 706$
(viii) $0 \cdot 0023 \times 0 \cdot 571$
(ix) $0 \cdot 00534 \times 504 \cdot 2$
(x) $0 \cdot 073 \times 0 \cdot 021$
(xi) $0 \cdot 0043 \times 0 \cdot 037$
(xii) $4 \cdot 12 \times 2 \cdot 08 \times 0 \cdot 001$

2. கீழ்க்காணும் வகுத்தல்களைச் செய்து நான்கு தசம இடங்கள் திருத்தமாக விடைகொடு. விடையைச் சுமார் மதிப்புக்கொண்டு சோதித்துப் பார் :

(i) $432 \cdot 64 \div 61$
(ii) $5 \cdot 705 \div 32$
(iii) $24 \cdot 538 \div 125$
(iv) $56 \div 18 \cdot 07$
(v) $110 \div 225 \cdot 5$
(vi) $16 \cdot 32 \div 8 \cdot 13$
(vii) $224 \cdot 4 \div 62 \cdot 51$
(viii) $3 \cdot 564 \div 0 \cdot 179$
(ix) $0 \cdot 9703 \div 0 \cdot 302$
(x) $0 \cdot 08706 \div 0 \cdot 0027$
(xi) $313 \cdot 3 \div 0 \cdot 0652$
(xii) $0 \cdot 00732 \div 48 \cdot 43$

3. (i) $2 \cdot 36 \times 3 \cdot 54 \div 5 \cdot 76$ (இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாக விடை கொடு)

(ii) $88 \cdot 77 \times 0 \cdot 099 \div 1 \cdot 11$ (மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக விடை கொடு)

(iii) $\dfrac{7 \cdot 4}{0 \cdot 03 \times 0 \cdot 01}$ (நான்கு தசம இடங்கள் திருத்தமாக விடை கொடு)

(iv) $\dfrac{0 \cdot 333}{12 \cdot 6 \times 11 \cdot 1}$ (இரண்டு பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக விடை கொடு)

4. கீழே கொடுத்திருப்பவை தவறானவை. கணக்கைச் செய்து பார்க்காமலேயே காரணம் கூறுக :

(i) $0 \cdot 325 \times 0 \cdot 433 = 1 \cdot 40725$
(ii) $2 \cdot 163 \times 0 \cdot 001 = 0 \cdot 02163$

$0{\cdot}283 \times 0{\cdot}431 = 0{\cdot}20562 3$

(iv) $3{\cdot}476 \div 0{\cdot}945 = 32{\cdot}84$

(v) $2{\cdot}65 \div 0{\cdot}15 = 2{\cdot}532$

(vi) $652{\cdot}02 \div 661{\cdot}2 = 0{\cdot}237$

5. (i) $0{\cdot}2573 : 5{\cdot}206 = 0{\cdot}57266 : x$ ஆனல் xஇன் மதிப்பை மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

(ii) $\dfrac{x}{5{\cdot}328} = \dfrac{0{\cdot}00207}{0{\cdot}08424}$ ஆனல் x இன் மதிப்பை மூன்று தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

(iii) $\mathrm{A} = \dfrac{2\mathrm{d}}{\mathrm{a}+\mathrm{b}}$ என்பதில் $\mathrm{d} = 26{\cdot}032$; $\mathrm{a} = 2{\cdot}03$; $\mathrm{b} = 5{\cdot}7$ ஆனல் Aஇன் மதிப்பை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

பிழைகள் (Errors)

அளவுகளை மதிப்பிடும்பொழுது உண்மையான மதிப்பை விடக் குறைத்தோ மிகுதிப்படுத்தியோ மதிப்பிட்டு விடுகின்ரேம். அப்போது பிழை ஏற்படுகின்றது. எடுத்துக்காட்டாக ஒருவர் 10 செ. மீ. நீளமுள்ள நேர்கோட்டை $10{\cdot}1$ செ. மீ. என்று அளப்பதாகக் கொண்டால் $\cdot 1$ செ. மீ. பிழை ஏற்படுகின்றது. இது **தனிப்பிழை** (absolute error) எனப்படும். மற்ருெருவர் 20 செ. மீ. நீளமுள்ள நேர்கோட்டை $19{\cdot}9$ செ. மீ. என அளப்பதாகக் கொண்டால் அப்போது ஏற்படும் தனிப்பிழை $\cdot 1$ செ. மீ. ஆகும். இருவருடைய தனிப்பிழைகளும் $\cdot 1$ தான். ஒருவருடைய பிழை 10க்கு $\cdot 1$; மற்ருெருவருடைய பிழை 20க்கு $\cdot 1$. 20க்கு $\cdot 1$ என்ற பிழையானது 10க்கு $\cdot 1$ என்ற பிழையைவிடக் குறைவு.

$\dfrac{\cdot 1}{10}, \dfrac{\cdot 1}{20}$ என்பவை சார்புப் பிழைகள் எனப்படும். அதாவது ஏற்படும் பிழைக்கும் உண்மையான மதிப்பிற்கு உள்ள விகிதம் சார்புப் பிழை (relative error) எனப்படும்.

இருவருடைய சார்புப் பிழைகள் முறையே $\frac{\cdot 2}{24}$, $\frac{\cdot 17}{20}$ எனக் கொள்வோம். இருவரில் யாருடைய பிழை அதிகம் என உடனடியாகக் கூற முடியவில்லை. அதற்காக ஒவ்வொரு வருடைய பிழையும் நூற்றுக்கு எவ்வளவாகிறது என்று கண்டுபிடிக்கிறோம்.

$$\frac{\cdot 2}{24} \text{ என்பது } \frac{\cdot 2}{24} \times 100\% = \cdot 83\%$$

$$\frac{\cdot 17}{20} \text{ என்பது } \frac{\cdot 17}{20} \times 100\% = \cdot 85\%$$

இதைக்கொண்டு இரண்டாமவருடைய பிழை மிகுதி எனக் கூறுகிறோம். சார்புப் பிழையை நூற்றுக்கு இவ்வளவு என மாற்றியது சதவீதப் பிழை (per cent error) ஆகும்.

24·5 என்பது ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக எழுதப் பட்ட ஓர் எண் எனக் கொண்டால் அதன் உண்மை மதிப்பு 24·45 முதல் 24·55 வரை எந்த எண்ணுக வேண்டுமானாலும் இருக்கலாம். ஆகவே, இதில் ஏற்படக்கூடிய மிக அதிகமான (உத்தம) பிழை ·05. இங்கு உத்தமச் சார்புப் பிழை $\frac{\cdot 05}{24\cdot 45}$ ஆகிறது.

பிழைகள் மூவகைப்படும். அவையாவன :

(i) தனிப் பிழை : உண்மையான மதிப்புக்கும், எடுத்துக்கொண்ட மதிப்புக்கும் உள்ள வேறுபாடு.

(ii) சார்புப் பிழை : ஏற்படும் பிழைக்கும், உண்மையான மதிப்பிற்கும் உள்ள விகிதம்.

(iii) சதவீதப் பிழை : சார்புப் பிழையை நூறுல் பெருக்கியது.

மாதிரி : ஒரு தேர்வில் ஒரு மாணவன் 39 எண்கள் வாங்கினன். இதை 40 என எடுத்துக்கொண்டால் ஏற்படும் தனிப் பிழை, சார்புப் பிழை, சதவீதப் பிழைகளைக் கண்டுபிடி.

தனிப்பிழை $= 40 - 39 \quad = 1$

சார்புப் பிழை $= \frac{1}{39}$

சதவீதப் பிழை $= \frac{1}{39} \times 100\% = 2 \cdot 6\%$ (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக)

பயிற்சி 4 :

1. ஏற்படும் தனிப் பிழை, சார்புப் பிழைகளைக் கூறுக :

(i) $\frac{15}{16}$ என்பதை 1 என எடுத்துக் கொள்வதால்

(ii) 9·9 என்பதை 10 எனக் கொள்வதால்

(iii) 2 ரூ. 95 பை. என்பதை ரூ. 3 என்று கொண்டால்

(iv) 12·01 என்பதை முழு எண் திருத்தமாக எடுத்துக் கொள்வதால்

(v) 0·0015 என்பதை 1 பொருளுடைய இலக்கம் திருத்தமாகக் கொள்ளும்போது

(vi) 2·5 செ. மீ. பக்கமுள்ள சதுரத்தின் பரப்பை 6 ச. செ. மீ. எனக் கொள்வதால்

(vii) 39 மில்லி மீட்டர் என்பதை 4 செ. மீ. என்பதால்

(viii) ஒரு முக்கோணத்தின் கோணங்கள் மூன்றையும் கூட்ட $178\frac{1}{2}°$ கிடைத்தால்

(ix) $2 : 3 = x : 5$ என்பதில் $x = 3$ என விடை எழுதினுல்

(x) 92°இன் மிகைநிரப்புக் கோணம் 90° எனக் கொண்டால்.

2. ஓர் ஆண்டுக்கு 365·2564 நாட்கள். இதை 365 நாட்கள் எனக் கொள்வதால் ஏற்படும் சதவீதப் பிழையைக் கண்டுபிடி. (விடை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாக)

3. மணிக்கு 75 கி. மீ. வேகம் என்பதை ஒருவர் நொடிக்கு 20 மீட்டர் வேகத்திற்குச் சமம் எனக்கொண்டார். இதனுல் ஏற்படும் பிழையின் சதவீதத்தைக் காணுக.

மாதிரி : 0·025 என்பது இரண்டு பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக எழுதப்பட்டது என்றால், அதில் ஏற்படும் உத்தமப் பிழையின் சதவீதத்தைக் கண்டுபிடி.

(0·025 என்பது இரண்டு பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக எழுதப்பட்டது என்றால், அதன் எல்லை 0·0245 இலிருந்து 0·0255க்குள் இருக்கும்.

உத்தமத் தனிப் பிழை $= 0\cdot0005$

உத்தமச் சார்புப் பிழை $= \dfrac{0\cdot0005}{0\cdot025}$

$\therefore$ உத்தமச் சதவிதப் பிழை$= \dfrac{0\cdot0005}{0\cdot025} \times 100\%$

$$= \frac{\cdot05}{\cdot025}\% = \frac{50}{25}\% = 2\%$$

4. ஒரு சாலையின் நீளம் 6 கிலோ மீட்டர் எனக் கிலோ மீட்டர் திருத்தமாகக் குறிப்பிடப்படுகிறது. இதில் ஏற்படும் உத்தமத் தனிப்பிழை, உத்தமச் சார்புப் பிழை, உத்தமச் சதவீதப் பிழை இவற்றைக் கண்டுபிடி.

5. ஒரு தீவின் பரப்பு 2000 ஹெக்டேர் எனக் குறிப்பிடப்படுகிறது. இது 10 ஹெக்டேர் திருத்தமாகக் கொண்டது என்றால் ஏற்படும் உத்தமச் சதவிதப் பிழையைக் கண்டுபிடி.

6. 4·206 என்பது நான்கு பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாக எழுதப்பட்ட எண். இதில் ஏற்படக்கூடிய உத்தமச் சதவீதப் பிழை எவ்வளவு?

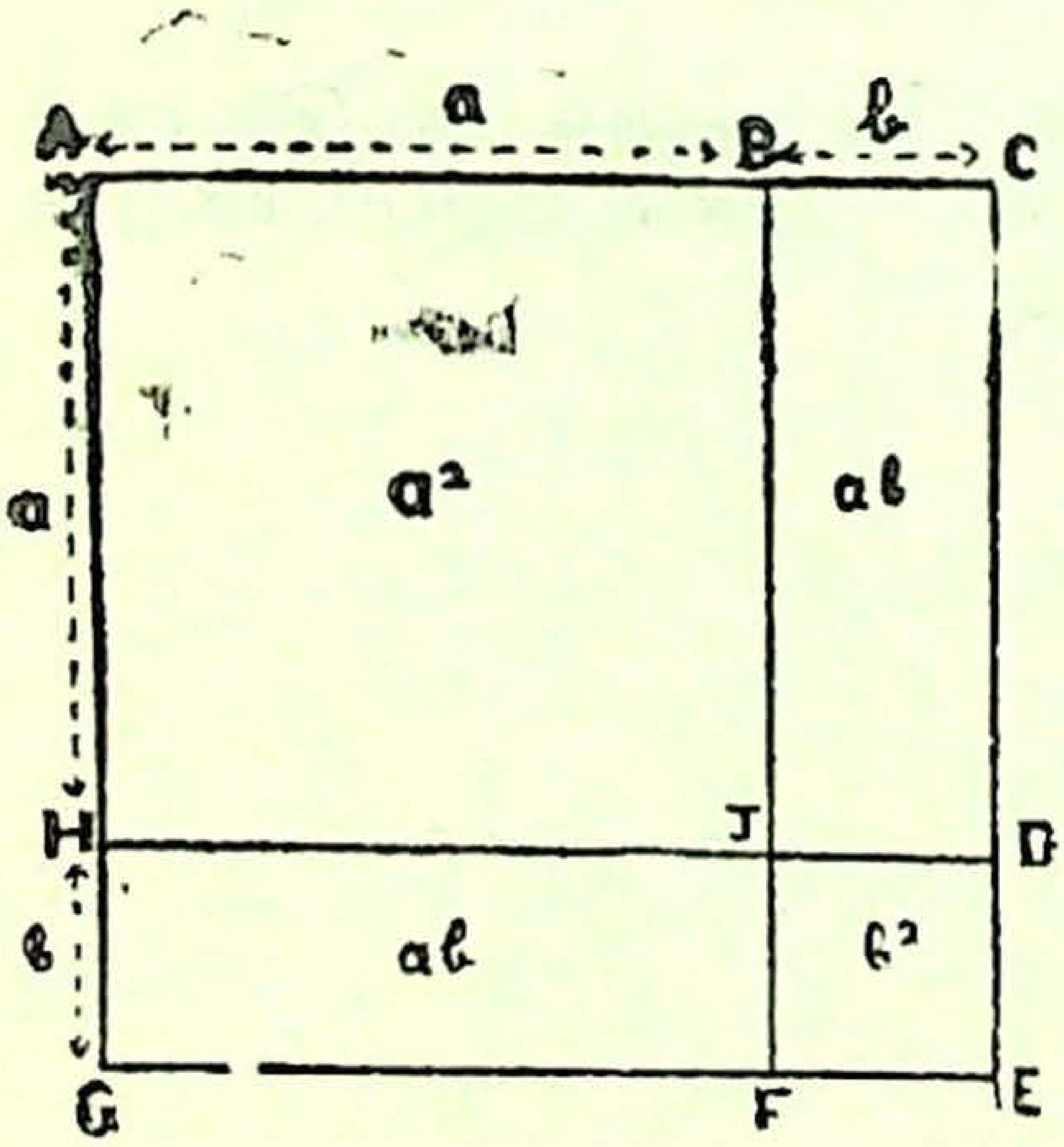
———

4. முற்றொருமைகள் (Identities)

சென்ற ஆண்டில் சமன்பாடுகள் என்றால் என்ன என்பது பற்றி அறிந்திருக்கிறீர்கள். உறுப்புக்களோ கோவைகளோ சமக்குறியால் இணைக்கப்பட்டிருக்குமாயின் அஃது ஒரு சமன்பாடாகும். $2x+3=x+5$ என்பது ஒரு சமன்பாடு. xஇன் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு மட்டுமே அதன் இரு பக்கங்களும் பொருந்திவரும். xஇன் அந்தக் குறிப்பிட்ட மதிப்பைக் காணுவதற்குச் சமன்பாட்டைத் தீர்த்தல் என்று பெயர். மேலுள்ள சமன்பாட்டில் xஇன் மதிப்பு 2. xக்கு 2ஐத் தவிர வேறு எந்த மதிப்பைத் தந்தாலும் சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலும் மதிப்பு ஒத்துவருவதில்லை. இங்ஙனமின்றி ஒரு சமன்பாட்டில் அதிலுள்ள எழுத்துக்களுக்கு எவ்வித மதிப்புக் கொடுத்தாலும் அதன் இரு புறங்களும் மதிப்பில் ஒத்து வருமாயின் அது முற்றொருமை (Identity) எனப்படும். $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ என்பது முற்றொருமையாகும். இதில் a, bக்கு எந்த மதிப்பைத் தந்தாலும் இரு புறங்களும் மதிப்பில் ஒத்து வருவதைக் காணலாம். இவ்வித முற்றொருமைகளில் முக்கியமான மூன்றினை இங்குக் காண்போம்.

முற்றொருமை 1 : $(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b)$
$= a^2 + 2ab + b^2$

பட விளக்கம் :



$AB = a;\ BC = b$
$AH = a;\ HG = b$

சதுரம் ACEGஇன் பரப்பு
$= (a+b)\ (a+b)$

= சதுரம் ABJH + செவ்வகம் HJFG + செவ்வகம் BCDJ + சதுரம் DJFE

$=a^2 + ab+ab+b^2$

$=a^2 + 2ab+b^2$

$\therefore\ (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

பெருக்கல் முறை :

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \qquad \\ +ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \\ \hline \end{array}$$

மனக்கணக்குகள் (1) :

விரிவு கூறுக :

1. $(x+y)^2$
2. $(l+m)^2$
3. $(p+q)^2$
4. $(c+d)^2$
5. $(r+s)^2$
6. $(t+u)^2$
7. $(e+f)^2$
8. $(q+r)^2$
9. $(2a+b)^2$
10. $(3x+y)^2$
11. $(4l+m)^2$
12. $(7p+q)^2$
13. $(10a+b)^2$
14. $(12x+y)^2$
15. $(9p+q)^2$
16. $(6m+n)^2$
17. $(a+2b)^2$
18. $(x+5y)^2$
19. $(m+8n)^2$
20. $(p+6q)^2$
21. $(c+3d)^2$
22. $(l+7m)^2$
23. $(r+13s)^2$
24. $(x+16y)^2$
25. $(2a+3b)^2$
26. $(5x+2y)^2$
27. $(4m+2n)^2$
28. $(2p+6q)^2$
29. $(3a+5b)^2$
30. $(3x+4y)^2$
31. $(4m+6n)^2$
32. $(5p+7q)^2$
33. $(a+1)^2$
34. $(b+2)^2$
35. $(c+3)^2$
36. $(m+4)^2$
37. $(2a+3)^2$
38. $(5x+4)^2$
39. $(3m+8)^2$
40. $(4p+7)^2$
41. $(1+x)^2$
42. $(3+y)^2$
43. $(2+4a)^2$
44. $(5+3b)^2$
45. $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$

46. $\left(m+\frac{1}{m}\right)^2$ 47. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ 48. $\left(p+\frac{1}{p}\right)^2$

49. $\left(a+\frac{1}{b}\right)^2$ 50. $\left(x+\frac{1}{y}\right)^2$ 51. $\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2$

52. $\left(3m+\frac{1}{2m}\right)^2$ 53. $(a^2+b^2)^2$ 54. $(x^3+y^3)^2$

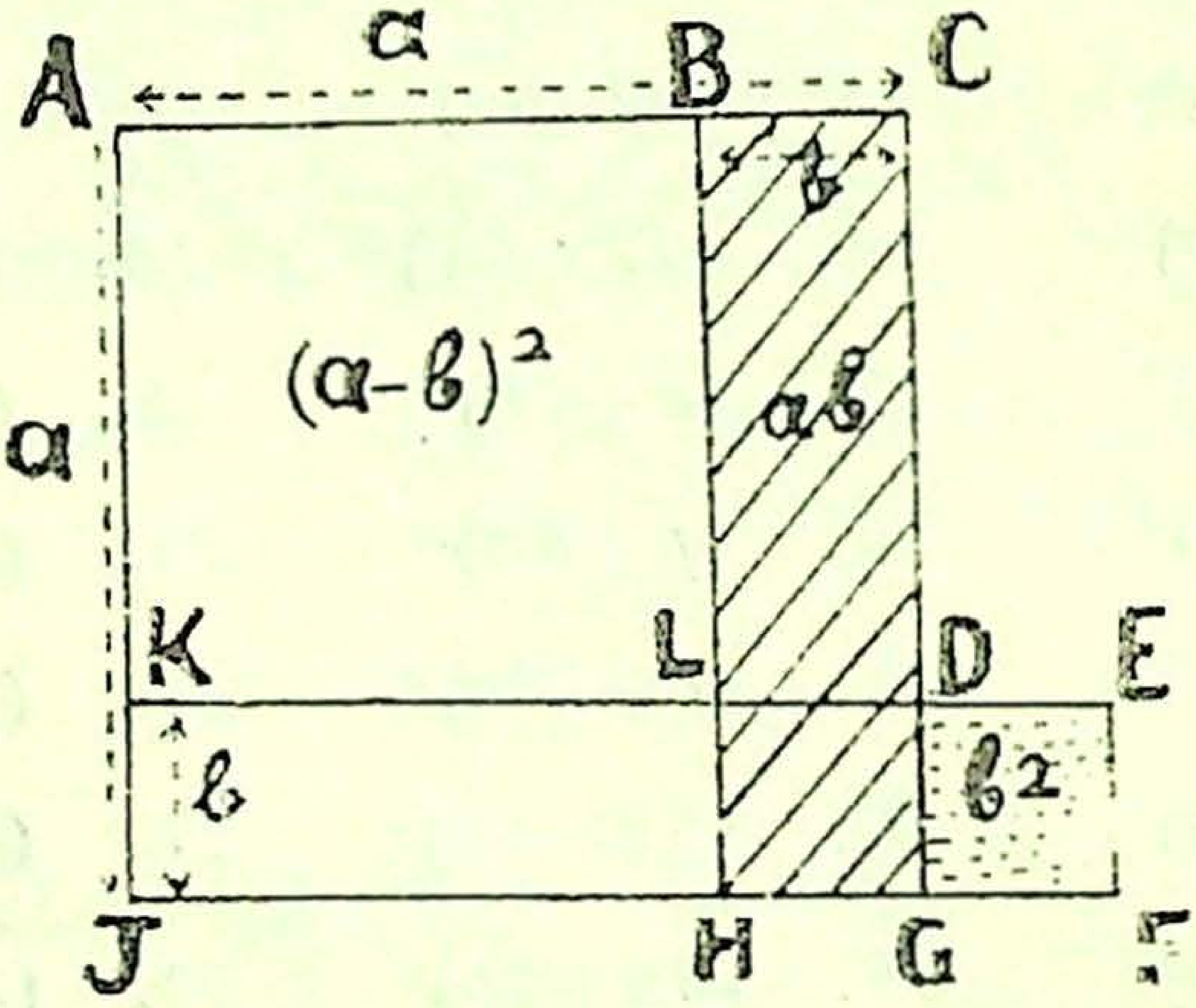
55. $(2m^2+3n^2)^2$ 56. $(5p^2+8q^2)^2$ 57. $(ab+c)^2$

58. $(pq+1)^2$ 59. $(xy+yz)^2$ 60. $(lm+nl)^2$

முற்றொருமை 2: $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2-2ab+b^2$

பட விளக்கம் :

$AC = a, \quad BC = b, \quad AJ = a, \quad KJ = b$



$(a-b)^2$ = சதுரம் ABLK

= சதுரம் ACGJ − செவ்வகம் BCGH − செவ்வகம் KDGJ + சதுரம் DEFG

(சதுரம் LDGH இருமுறை கழிக்கப்பட்டுள்ளதால் அதே அளவு பரப்புள்ள சதுரம் DEFG சேர்க்கப் பட்டுள்ளது.)

$=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$

பெருக்கல் முறை :

$$\begin{array}{l} a-b \\ a-b \\ \hline a^2-ab \\ \quad -ab+b^2 \\ \hline a^2-2ab+b^2 \\ \hline \end{array}$$

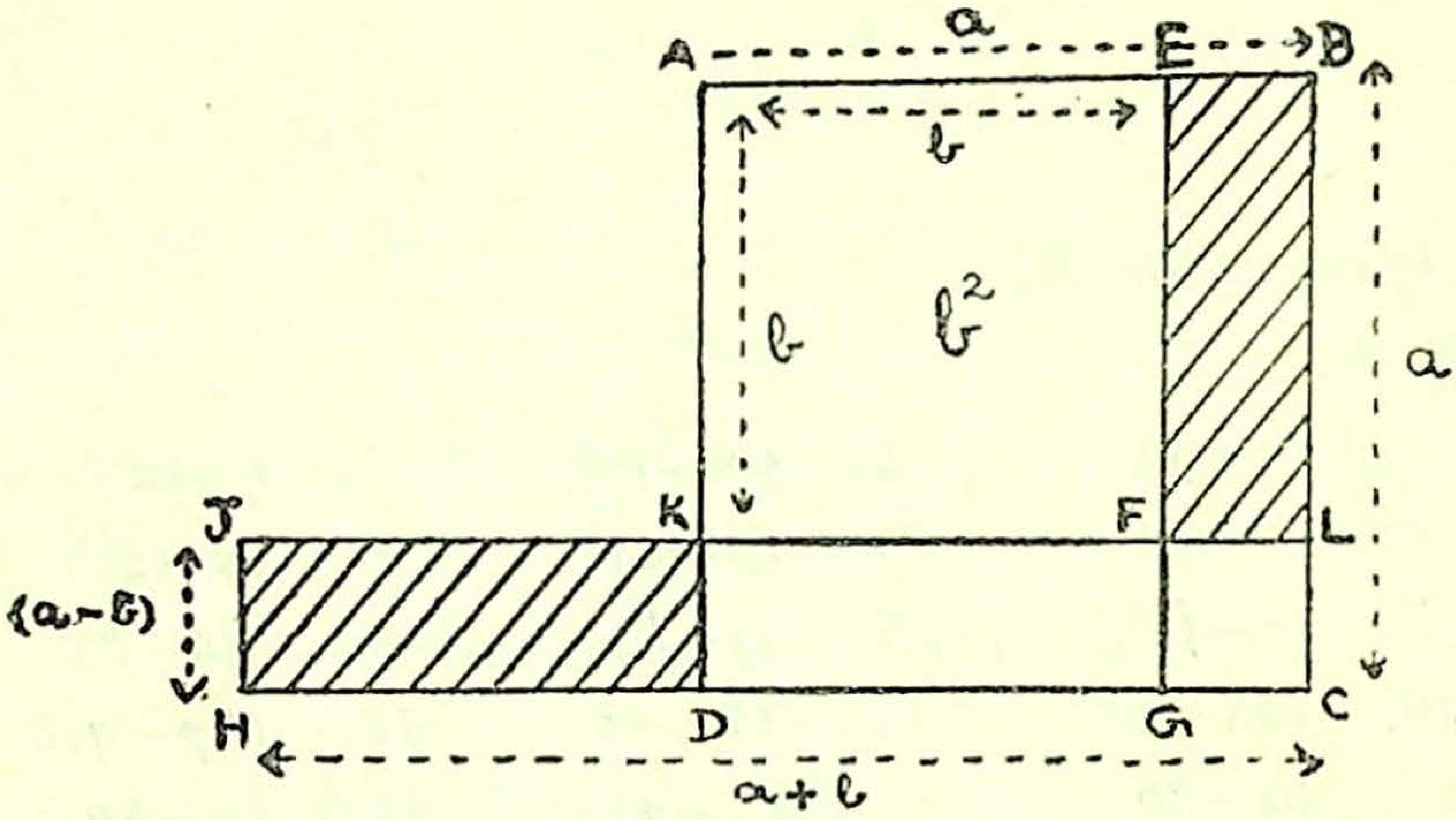
மனக்கணக்குகள் (2) :

விரிவு கூறுக :

1. $(x-y)^2$	2. $(m-n)^2$	3. $(c-d)^2$
4. $(l-m)^2$	5. $(p-q)^2$	6. $(y-z)^2$
7. $(e-f)^2$	8. $(j-k)^2$	9. $(3a-b)^2$
10. $(5x-y)^2$	11. $(7y-z)^2$	12. $(9p-q)2$
13. $(a-2b)^2$	14. $(x-4y)^2$	15. $(p-6q)^2$
16. $(m-8n)^2$	17. $(2a-3b)^2$	18. $(3x-5y)^2$
19. $(7p-2q)^2$	20. $(6m-3n)^2$	21. $(a-1)^2$
22. $(x-3)^2$	23. $(p-5)^2$	24. $(m-7)^2$
25. $(2a-2)^2$	26. $(3x-4)^2$	27. $(11p-6q)2$
28. $(7m-8)^2$	29. $(1-a)^2$	30. $(5-x)^2$
31. $(3-2p)^2$	32. $(4-3n)^2$	33. $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$
34. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$	35. $\left(2p-\frac{1}{2p}\right)^2$	36. $\left(5m-\frac{1}{5m}\right)^2$
37. $\left(a-\frac{1}{b}\right)^2$	38. $\left(x-\frac{1}{y}\right)^2$	39. $\left(4p-\frac{1}{2q}\right)^2$
40. $\left(3m-\frac{1}{4n}\right)^2$	41. $(a^2-b^2)^2$	42. $(x^2-y^2)^2$
43. $(2p^2-5q^2)^2$	44. $(4m^2-n^2)^2$	45. $(ab-c)^2$
46. $(xy-z)^2$	47. $(pq-q)^2$	48. $(lm-mn)^2$

முற்றொருமை 3 : $(a+b)\ (a-b)=a^2-b^2$

பட விளக்கம் :



$AB=a$ $\quad\therefore$ சதுரம் $ABCD=a^2$

$AE=b$ $\quad\therefore$ சதுரம் $AEFK=b^2$

சதுரம் ABCD − சதுரம் AEFK

= செவ்வகம் KLCD + செவ்வகம் EBLF

= செவ்வகம் KLCD + செவ்வகம் KJHD

(EBLFக்குப் பதில் KJHD சேர்க்கப்பட்டுள்ளது)

= செவ்வகம் JLCH

$=(a+b)\ (a-b)$ [நீளம் $HC=(a+b)$

அகலம் $JH=(a-b)$]

$\therefore \quad a^2-b^2=(a+b)\ (a-b)$

பெருக்கல் முறை :

$$\begin{array}{l} a+b \\ a-b \\ \hline a^2+ab \\ \quad\ -ab-b^2 \\ \hline a^2 \qquad -b^2 \\ \hline \end{array}$$

மனக்கணக்குகள் (3) :

பெருக்கற்பலன் கூறுக :

1. $(p+q)(p-q)$
2. $(x+y)(x-y)$
3. $(m+n)(m-n)$
4. $(c+d)(c-d)$
5. $(l+m)(l-m)$
6. $(y+z)(y-z)$
7. $(x+1)(x-1)$
8. $(a+2)(a-2)$
9. $(m+3)(m-3)$
10. $(l+7)(l-7)$
11. $(p+9)(p-9)$
12. $(r+11)(r-11)$
13. $(3+x)(3-x)$
14. $(4+m)(4-m)$
15. $(5+l)(5-l)$
16. $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$
17. $(x^2+y^2)(x^2-y^2)$
18. $(p^3+q^3)(p^3-q^3)$
19. $(2a+b)(2a-b)$
20. $(6x+y)(6x-y)$
21. $(4l+m)(4l-m)$
22. $(a+3b)(a-3b)$
23. $(x+5y)(x-5y)$
24. $(l+7m)(l-7m)$
25. $(3a+8b)(3a-8b)$
26. $(4x+6y)(4x-6y)$
27. $(2l+5m)(2l-5m)$
28. $(ab+c)(ab-c)$
29. $(pq+1)(pq-1)$
30. $(ln+10)(ln-10)$
31. $\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(a-\frac{1}{a}\right)$
32. $\left(p+\frac{1}{p}\right)\left(p-\frac{1}{p}\right)$
33. $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$
34. $\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a^2-\frac{1}{a^2}\right)$
35. $\left(ab+\frac{1}{a}\right)\left(ab-\frac{1}{a}\right)$
36. $\left(a^3+\frac{1}{a^3}\right)\left(a^3-\frac{1}{a^3}\right)$
37. $(5a-8b)(5a+8b)$
38. $(9x-13y)(9x+13y)$
39. $(15l-7m)(15l+7m)$
40. $(15a-16b)(15a+16b)$
41. $(2x-14y)(2x+14y)$
42. $(x+3)(3-x)$
43. $(p+5)(5-p)$
44. $(2x+y)(y-2x)$
45. $(3m+2n)(2n-3m)$

முற்றொருமைகளை ஒட்டிய கணக்குகள்

மாதிரி : சூத்திரம்கொண்டு சுருக்குக :

$(a+b)^2-(a+b)(a-b)+(a-b)^2$

$=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-b^2)+a^3-2ab+b^2)$

$=a^2+2ab+b^2-a^2+b^2+a^2-2ab+b^2$

$=a^2+3b^2$ விடை.

பயிற்சி 1 :

சூத்திரம்கொண்டு சுருக்குக :

1. $(a+b^2)+(a-b)^2$
2. $(a+b)^2-(a-b)^2$
3. $(a+b)^2+(a+b)\ (a-b)$
4. $(a+b)^2-(a+b)\ (a-b)$
5. $(a-b)^2+(a+b)\ (a-b)$
6. $(a-b)^2-(a-b)\ (a+b)$
7. $(p+q)^2+(p+q)\ (p-q)+(p-q)^2$
8. $(p+q)^2-(p+q)\ (p-q)+(p-q)^2$
9. $(p+q)^2+(p+q)\ (p-q)-(p-q)^2$
10. $(p+q)^2-(p+q)\ (p-q)-(p-q)^2$
11. $(x+y)^2-4xy=(x-y)^2$ என்று நிரூபி.
12. $(x-y)^2+4xy=(x+y)^2$ என்று காட்டு.

$(a+b)$இன் வர்க்கம் (a^2+b^2+2ab) }
$(a-b)$இன் வர்க்கம் (a^2+b^2-2ab) } என அறிவீர்கள்.

இதிலிருந்து a^2+b^2 என்பது முழு வர்க்கம் ஆக வேண்டுமானால் அதனுடன் $+2ab$ அல்லது $-2ab$ சேர்க்கப்பட வேண்டும் எனத் தெரிகிறது.

மாதிரி: $4a^2+9b^2$ என்பதோடு எதைச் சேர்க்க அது முழு வர்க்கம் ஆகும்?

$$4a^2+9b^2=(2a)^2+(3b)^2$$

∴ சேர்க்கப்படவேண்டியது $= +2(2a)(3b)$ அல்லது $-2(2a)(3b) = +12ab$ அல்லது $-12ab$

பயிற்சி 2:

கீழ்க்கண்டவை முழு வர்க்கங்களாக அவற்றுடன் எவற்றைச் சேர்க்கவேண்டும்?

1. x^2+y^2	2. p^2+q^2	3. m^2+n^2
4. $4a^2+b^2$	5. $25x^2+y^2$	6. $9m^2+n^2$
7. x^2+16y^2	8. p^2+64q^2	9. m^2+100n^2
10. a^2+1	11. x^2+16	12. p^2+81
13. $a^2+\frac{1}{a^2}$	14. $p^2+\frac{1}{p^2}$	15. $a^2b^2+4c^2$

மாதிரி: $4a^2+20ab$உடன் எதைச் சேர்க்க முழு வர்க்கம் கிடைக்கும்?

$$4a^2+20ab=(2a)^2+2(2a)(5b)$$

∴ சேர்க்கப்பட வேண்டியது $=+(5b)^2=+25b^2$

மாதிரி: $9a^2-6ab$உடன் எதைச் சேர்க்க அது முழு வர்க்கமாகும்?

$$9a^2-6ab=(3a)^2-2(3a)(b)$$

∴ சேர்க்க வேண்டியது $=+(b)^2=+b^2$

பயிற்சி 3:

கீழ் உள்ளவற்றுடன் எவற்றைச் சேர்க்க முழு வர்க்கங்கள் கிடைக்கும்?

1. x^2+2xy	2. p^2+2pq	3. a^2+4ab
4. l^2+8lm	5. $4x^2+4xy$	6. $25a^2+10ab$
7. $9m^2+12mn$	8. $36a^2+36ab$	9. a^2+2a

10.	p^2+10p	11.	$64x^2+48x$	12.	$16m^2+32m$
13.	a^2+2	14.	x^2+2	15.	a^2b^2+2ab
16.	a^2-2ab	17.	x^2-2xy	18.	m^2-6mn
19.	$9a^2-24ab$	20.	$25x^2-10xy$	21.	m^2-14m
22.	$81a^2-18a$	23.	x^2-2	24.	$4m^2n^2-8mn$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ என்பது சூத்திரம்

$\therefore \quad a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

அதே போன்று $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$\therefore \quad a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

இவற்ருல் அறிவது : $\mathbf{a^2+b^2=(a+b)^2-2ab}$ அல்லது
$\mathbf{=(a-b)^2+2ab}$

மாதிரி: $a+b=4$; $ab=3$ ஆனல் a^2+b^2இன் மதிப்பைக் காணுக.

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$
$$=(4)^2-2(3)=16-6=10 \text{ விடை.}$$

மாதிரி: $a-b=3$; $ab=10$ ஆனல் a^2+b^2இன் மதிப்பு என்ன ?

$$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$$
$$=(3)^2+2(10)=9+20=29 \text{ விடை.}$$

மாதிரி : $a+\frac{1}{a}=5$ ஆனல் $a^2+\frac{1}{a^2}$இன் மதிப்பு என்ன ?

$$a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$$

$$=(5)^2-2=23 \text{ விடை.}$$

மாதிரி : $a-b=l$; $ab=m$ ஆனல் a^2+b^2ஐ l, m மூலம் கூறுக.

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
$=l^2+2m$

பயிற்சி 4 :

1. $a+b=5$; $ab=6$ ஆனல் a^2+b^2இன் மதிப்பு யாது ?
2. $p+q=7$; $pq=10$ ஆனல் p^2+q^2இன் மதிப்பு யாது ?
3. $a-b=2$; $ab=8$ ஆனல் a^2+b^2இன் மதிப்பு யாது ?
4. $x-y=5$; $xy=14$ ஆனல் x^2+y^2இன் மதிப்பு யாது ?
5. $p+q=a$; $pq=b$ ஆனல் p^2+q^2ஐ a, b மூலம் கூறு.
6. $l-m=x$; $lm=y$ ஆனல் l^2+m^2ஐ x, y மூலம் காணுக.
7. $m+\frac{1}{m}=8$ ஆனல் $m^2+\frac{1}{m^2}$இன் மதிப்பு யாது ?
8. $x-\frac{1}{x}=3$ ஆனல் $x^2+\frac{1}{x^2}$இன் மதிப்பு யாது ?
9. சூத்திரம் உபயோகித்துச் சுருக்குக :

(i) 101^2	(ii) 505^2	(iii) 208^2
(iv) 199^2	(v) 998^2	(vi) 296^2
(vii) 105×95	(viii) 502×498	(ix) 809×791
(x) 99^2-1^2	(xi) 996^2-4^2	(xii) 59^2-41^2

5. சராசரி (Average)

வாழ்க்கையின் பல துறைகளிலும் நாம் நாள்தோறும் சராசரியைப் பயன்படுத்துகின்றோம். ஒரு வகுப்பில் இருக்கும் அவ்வளவு மாணவர்களும் ஒரே உயரத்தோடு இருக்க முடியாது. அவர்கள் அவ்வளவு பேரும் ஒரே உயரமாக இருப்பதாகக் கொண்டால் ஓர் உயரம் நமக்குக் கிடைக்கும். அதுவே வகுப்பின் சராசரி உயரமாம். வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் எல்லாரது உயரத்தையும் கூட்டி, உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்க, அச் சராசரி உயரம் கிடைக்கும் என்பதை நாம் அறிவோம்.

ஒருவரது சராசரி வேகம் 3 கிலோ மீட்டர் என்ருல், ஒவ்வொரு நொடியிலும் அதே 3 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் அவர் நடந்தார் என்பது அதன் பொருளன்று. ஏற்றத்தில் வேகம் குறைவாகவும், இறக்கத்தில் வேகம் அதிகமாகவும் இருக்கவே செய்யும். அவர் நடந்த மொத்த தூரத்தை, எடுத்துக்கொண்ட காலத்தால் வகுக்கக் கிடைக்கும் வேகத்தையே அவரது சராசரி வேகம் எனக் கூறுகிறோம்.

மூன்று மாணவர்கள் முறையே 40, 50, 60 எண்கள் பெற்றதாகக் கொள்வோம். மூவரும் சேர்ந்து மொத்தம் 150 எண்கள் பெற்றுள்ளனர். மூவரும் சமமான எண்கள் பெற்றிருப்பதாக எடுத்துக்கொண்டால் ஒவ்வொருவருக்கும் 50 எண்கள் கிடைக்கும். இந்த 50 என்பதையே அம் மூவரின் இடைநிலை அல்லது சராசரி எனக் கூறுகின்றோம்.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{உள்ள எண்களின் மொத்தக் கூடுதல்}}{\text{எண்களின் எண்ணிக்கை}}$$

சராசரி $\times$ எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = மொத்தக் கூடுதல்.

இரு வகுப்புக்களின் தராதரத்தை அறிவதிலிருந்து, இரு வேறு நாடுகளின் வளத்தை ஒப்பிடுவது போன்ற பல்வேறு துறைகளில் சராசரி பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

மனக்கணக்குகள் :

1. 5, 6, 8, 1, 0—இவற்றின் சராசரி என்ன?

2. 6 மி. மீ., 8 மி. மீ., 1 செ. மீ.—இவற்றின் சராசரி யாது?

3. 5 எண்களின் சராசரி 8; அவற்றின் மொத்தம் என்ன ?

4. சில எண்களின் மொத்தம் 42. அவற்றின் சராசரி 6 ஆனால் எண்கள் எத்தனை ?

5. 2, 6, 0, 5, x இவற்றின் சராசரி 4 ஆனால், x இன் மதிப்பு யாது ?

6. 3 நூல்களின் சராசரி விலை ரு. 2·50. மற்றும் இரண்டு நூல்களின் சராசரி விலை ரு. 3 ஆனால் அவ் வைந்து நூல்களின் சராசரி விலை யாது ?

7. ஓரிடத்தில் ஓராண்டில் பெய்த மாத சராசரி மழை 4 செ. மீ. முதல் 4 மாதங்களில் சராசரி மாத மழையளவு 6 செ. மீ. மற்ற 8 மாதங்களில் மாத சராசரி மழையளவு யாது ?

8. ஒருவருக்கு மலையொன்றின்மேல் 7 கி. மீ. ஏறிச் செல்ல 5 மணி நேரமும் அதே தூரத்தை இறங்கி வர 2 மணி நேரமும் ஆயிற்று. முழுப்பயணத்திற்கும் அவருடைய சராசரி வேகம் யாது ?

9. a, b, c இவற்றின் சராசரி 8 ஆனால் 4a, 4b, 4c இன் சராசரி என்ன ?

10. x, y, z இவற்றின் சராசரி 7 என்றால் x+3, y+3, z+3 இன் சராசரி கூறுக.

பயிற்சி 1 (மீள் பார்வை):

1. செப்டம்பர் மாதத்தில் 10 நாட்களின் மழையளவு பின்வருமாறு: 1·6, 2·4, 3·2, 6·6, 5·4, 4·5, 2·5, 3·6, 1·9, 4·3 செ. மீ. மற்ற நாட்களில் மழை கிடையாது என்றால் (a) மாத மொத்த மழையளவு என்ன ? (b) மாத சராசரி மழையளவு என்ன ? (c) மழை பெய்த நாட்களுக்கு மட்டும் நாட் சராசரி அளவு என்ன ?

2. ஒரு விண்ணூர்தி முதல் 2 மணி நேரம் மணிக்கு 350 கி. மீ. வேகத்திலும், அடுத்த 3 மணி நேரம் மணிக்கு 400 கி. மீ. வேகத்திலும், கடைசி 1 மணியில் 260 கி.மீ.உம் சென்றது என்றால், முழுப் பயணத்திற்கும் அதன் சராசரி வேகம் எத்தனை கி. மீ.?

3. ஒரு நூல் நிலையத்திற்கு ஒவ்வொன்றும் ரூ. 2·10 விலையுள்ள 40 நூல்களும், ஒவ்வொன்றும் ரூ. 3 விலையுள்ள 20 நூல்களும் வாங்கப்பட்டன என்றால், மொத்தத்தில் ஒரு நூலின் சராசரி விலை என்ன ?

4. 40 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பின் சராசரி வயது 15 வருடங்கள் 3 மாதங்கள். சராசரி வயது 17 உள்ள ஐவர் வகுப்பை விட்டு நீங்கினர் என்றால், மீதியுள்ளவர்களின் சராசரி வயது எவ்வளவு ?

5. ஆறு சிற்றூர்களுள் ஐந்தின் மக்கள் தொகை முறையே 1212, 576, 883, 2414, 995 ஆகும். அந்த ஆறு ஊர்களின் சராசரி மக்கள் தொகை 1243 ஆனால், ஆறாவது ஊரில் வாழ்வோர் எத்தனை பேர்கள் ?

6. ஒரு Foot-ball teamஇல் உள்ள 11 பேர்களின் சராசரி எடை 45 கிலோ கிராம். 5 forwardsஇன் சராசரி நிறை 43·8 கிலோ கிராம். 2 full-backsஇன் சராசரி நிறை 45·5 கிலோ கிராம். 3 half-backsஇன் சராசரி நிறை 46 கிலோ கிராம் என்றால், goal-keeperஇன் நிறை எவ்வளவு ?

7. ஒருவர் முதல் நான்கு வாரங்களில் வாரம் சராசரி ரூ. $8\frac{3}{4}$ வீதமும், அடுத்த மூன்று வாரங்களில் வாரம் சராசரி ரூ. $8\frac{2}{3}$ வீதமும் சம்பாதித்தார். அடுத்த ஐந்து வாரங்களில் சராசரி எவ்வளவு சம்பாதித்தால், மொத்தத்தில் வாரச் சராசரி வருமானம் ரூ. $8\frac{1}{2}$ இருக்கும் ?

8. ஒரு வகுப்பிலுள்ள 30 மாணவர்களின் சராசரி வயது 15·5 வருடங்கள். இரு மாணவர்கள் புதிதாகச் சேர்ந்ததில் வகுப்பின் சராசரி 15·25 ஆயிற்று. சேர்ந்தவர்களில் ஒருவன் வயது 11 வருடங்கள் ஆனால், மற்றவனின் வயது என்ன ?

9. ஒருவரிடத்தில் 72 ஆடுகள் உள்ளன. அவற்றில் $\frac{1}{2}$ பாகம் ஆடொன்று ரூ. 75 வீதமும், $\frac{1}{8}$ பாகம் ஆடொன்று ரூ. 70 வீதமும், மீதியை ஆடொன்று ரூ. 72 வீதமும் விற்றார் என்றால் மொத்தத்தில் ஓர் ஆடு சராசரி என்ன விலையாகிறது? (விடையை ரூபாய்த் திருத்தமாகத் தருக.)

10. ஓர் இரயில் வண்டி காலை 7 மணிக்கு Aஇலிருந்து புறப்பட்டு மணிக்கு 40 கி. மீ. வீதம் சென்று Bஐ 8-15 A.M.க்கு அடைந்தது. அங்கு 25 நிமிடங்கள் தங்கிப் பின் மணிக்கு 60 கி. மீ. வீதம் சென்று Cஐ 9-20

A.M.க்கு அடைந்தது என்ருல், முழுப் பயணத்திற்கும் (தங்கிய நேரத்தையும் சேர்த்து) அதன் சராசரி வேகம் என்ன ?

மாதிரி: 1950ஆம் ஆண்டு முதல் 1964ஆம் ஆண்டு முடிய ஒருவரது ஆண்டுச் சராசரி வருமானம் ரூ. 3000. 1950ஆம் ஆண்டில் அவரது வருமானம் ரூ. 1800. 1965இல் அவரது வருமானம் ரூ. 5400 என்ருல் 1951 முதல் 1965 முடிய அவரது ஆண்டுச் சராசரி வருமானம் எவ்வளவு ரூபாய் ?

1950 முதல் 1964 முடிய 15 ஆண்டுகளின் மொத்த வருமானம் = ரூ. 3000 × 15

= ரூ. 45,000

1950இல் அவரது வருமானம் = ரூ. 1800

∴ 1951 முதல் 1964 முடிய மொத்த வருமானம் = ரூ. 45,000 − ரூ. 1800

= ரூ. 43,200

1965இல் வருமானம் = ரூ. 5400

∴ 1951 முதல் 1965 முடிய 15 ஆண்டுகளின் மொத்த வருமானம் = ரூ. 43,200 + ரூ. 5400

= ரூ. 48,600

∴ 1951 முதல் 1965 முடியச் சராசரி வருமானம் = ரூ. $\frac{48600}{15}$

= ரூ. 3240

பயிற்சி 2 :

1. ஒரு வணிகருக்கு முதல் பத்து ஆண்டுகளின் சராசரி இலாபம் ரூ. 1950. முதலாம் ஆண்டின் இலாபம் ரூ. 1500. பதினென்ரும் ஆண்டின் இலாபம் ரூ. 2000 ஆனுல், இரண்டாம் ஆண்டு முதல் பதினென்ரும் ஆண்டு முடியச் சராசரி இலாபமென்ன ?

2. ஓரிடத்தில் ஒரு மாதத்தில் முதல் தேதி முதல் 6ஆம் தேதி முடிய ஆறு நாட்களின் சராசரி வெப்ப நிலை 32·5°.

இரண்டாம் தேதிமுதல் ஏழாம் தேதி முடியச் சராசரி வெப்ப நிலை 32·7°. முதல் தேதியில் வெப்ப நிலை 32° என்றால், ஏழாம் தேதியின் வெப்ப நிலையைக் காண்க.

3. திங்கள் முதல் புதன் முடிய 3 நாட்களில் பள்ளி வந்த மாணவர்களின் சராசரி எண்ணிக்கை 460. செவ்வாய் முதல் வியாழன் முடிய வந்த மாணவர்களின் சராசரி எண்ணிக்கை 470. வியாழனன்று வந்த மாணவர்கள் 455 பேர்கள் ஆனால் திங்களன்று வந்தவர்கள் எத்தனை பேர்கள்?

மாதிரி: ஒருவர் ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தை மணிக்கு 3 கி. மீ. வீதம் சென்று, உடனே மணிக்கு 4 கி. மீ. வீதம் திரும்பி, புறப்பட்ட இடத்திற்கே வந்து சேர்ந்தார் என்றால், முழுப் பயணத்திற்கும் அவரது சராசரி வேகம் என்ன?

அவர் 12 கி. மீ. (3,4இன் அ. பொ. ம.) சென்றதாகக் கொள்வோம்.

செல்ல நேரம்	$= \frac{12}{3}$ மணி $= 4$ மணி
திரும்ப நேரம்	$= \frac{12}{4}$ மணி $= 3$ மணி
மொத்தப் பயண நேரம்	$= (4+3)$ மணி $= 7$ மணி
மொத்தப் பயண தூரம்	$= (12+12)$ கி.மீ. $= 24$ கி.மீ.
$\therefore$ சராசரி வேகம் மணிக்கு	$= \frac{24}{7}$ கி.மீ. $= 3\frac{3}{7}$ கி. மீ.

4. ஒருவருக்கு மலை ஏற்றத்தில் வேகம் மணிக்கு 3 கி.மீ.; இறக்கத்தில் மணிக்கு 5 கி.மீ. அவர் மலைமேல் 5 கி.மீ. ஏறி உடனே இறங்கினார். அப் பயணங்களில் அவரது சராசரி வேகம் யாது?

5. ஒரு வண்டி ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்திற்கு மணிக்கு 20 கிலோ மீட்டர் வீதம் சென்று, உடனே மணிக்கு 30 கிலோ மீட்டர் வீதம் திரும்பி, புறப்பட்ட இடத்தை அடைகிறது. முழுப் பயணத்திற்கும் அதனுடைய சராசரி வேகம் என்ன?

6. ஒரு படகு ஆற்றுடன் சிறிது தூரம் சென்று உடனே திரும்பி, புறப்பட்ட இடத்தை அடைகின்றது. அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் மணிக்கு 12 கி.மீ. ஆற்றின் வேகம் மணிக்கு 4 கி.மீ. படகின் சராசரி வேகத்தைக் கணக்கிடு.

பயிற்சி 3 (பலவகை):

1. ஓர் இடத்தில் ஓராண்டு மாத சராசரி மழையளவு 16 செ. மீ. அந்த ஆண்டு ஜனவரி மாதம் முதல் ஜூன் மாதம் முடியச் சராசரி மாத மழையளவு 4 செ. மீ. ஜூலை முதல் நவம்பர் முடிய மாத சராசரி மழை 32 செ. மீ. டிசம்பர் மாத மழையளவைக் கண்டுபிடி. (S. S. L. C.)

2. ஒரு வகுப்பிலிருந்த 40 மாணவர்களின் சராசரி வயது 13 வரு. 3 மா. முறையே 10 வரு., 10 வரு. 6 மா., 11 வரு. வயதுள்ள மூன்று மாணவர்கள் அவ் வகுப்பில் புதிதாகச் சேர்ந்தனர். ஒரு மாணவன் வகுப்பிலிருந்து விலகினான். இம் மாறுதல்களுக்குப் பிறகு வகுப்பின் சராசரி வயது 13 வரு. ஆனால் வகுப்பைவிட்டு விலகிய மாணவனின் வயதென்ன? (S. S. L. C.)

3. ஒரு தேர்வு எழுதிய 12,000 மாணவர்களின் வயது கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவர்களின் சராசரி வயதை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் காணுக.

வயது (ஆண்டுகளில்)	மாணவர் எண்ணிக்கை
14·5	500
15	1000
15·5	2000
16	4100
16·5	3000
17	1400

(S. S. L. C.)

4. ஒரு கடைக்காரரின் தினசரி (daily) சராசரி வருமானம் 1962ஆம் ஆண்டில் முதல் நான்கு மாதங்கட்குக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவருடைய மாதாந்திர சராசரி வருமானத்தைக் கணக்கிடு:

மாதம்	தினசரி சராசரி வருமானம்
ஜனவரி	ரூ. 45
பிப்ரவரி	ரூ. 50
மார்ச்	ரூ. 55
ஏப்ரல்	ரூ. 51

(S. S. L. C.)

5. ஒரு பள்ளியின் 11ஆம் வகுப்பில் உள்ள A, B, C பிரிவுகள் முறையே 40, 36, 44 மாணவர்களைக் கொண்டவை. ஒரு தேர்வில் A வகுப்பு சராசரி 45 எண்களும், B வகுப்பு சராசரி 40 எண்களும் பெற்றன. மூன்று பிரிவுகட்குமான மொத்தச் சராசரி 38 ஆனால் C வகுப்பின் சராசரியைக் கண்டுபிடி. (S. S. L. C.)

6. ஒருவர் மணிக்கு 24 கி. மீ. வேகத்தில் 5 நிமிடங்களும், மணிக்கு 30 கி. மீ. வேகத்தில் 10 நிமிடங்களும், மணிக்கு 40 கி. மீ. வேகத்தில் 15 நிமிடங்களும் பயணம் செய்தார். முழுப் பயணத்திற்கும் அவரது சராசரி வேகத்தைக் கண்டுபிடி.

7. ஒருவர் மொத்தம் 90 கி. மீ. பயணம் செய்தார். மணிக்கு 30 கி. மீ. வேகத்தில் 50 கி. மீ. தூரத்தையும் மணிக்கு 24 கி. மீ. வேகத்தில் அடுத்த 20 கி. மீ. தூரத்தையும் பயணம் செய்தார். மொத்தம் 90 கி. மீ. பயணத்திற்கும் அவரது சராசரி வேகம் மணிக்கு 20 கி. மீ. என்றால் கடைசி 20 கி. மீ. பயணத்திற்கு அவரது வேகம் யாது?

8. ஓர் இரயிலின் கால அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

(i) நின்ற நேரத்தை நீக்கி (ii) நின்ற நேரத்தையும் சேர்த்து அதனுடைய சராசரி வேகத்தைக் கண்டுபிடி.

நிற்பிடம் (Station) Aஇலிருந்து தூரம் கி. மீ.	நிற்பிடம் (Station)	சேரும் நேரம் ம. நிமி.	புறப்படும் நேரம் ம. நிமி.
0	A	—	8 10
15	B	8 30	8 36
25	C	9 06	9 10
45	D	9 50	9 55
60	E	10 25	—

9. ஒருவர் ஒரு மலையின்மேல் மணிக்கு 2 கி. மீ. வேகத்தில் ஏறி உடனே மணிக்கு 7 கி. மீ. வேகத்தில் இறங்குகிறார். முழுப் பயணத்திற்கும் அவரது சராசரி வேகம் யாது?

6. நிகழ் மதிப்பும் உண்மைத் தள்ளுபடியும்
(Present worth and True discount)

ஓர் ஏற்பாட்டின்படி அருள் என்பவர் அரசு என்பவருக்கு 8 மாதங்களுக்குப் பிறகு ரூ. 510 கொடுக்க வேண்டியுள்ளது எனக் கொள்வோம். 2 மாதங்கள் கழிந்ததும் அருள் பணத்தைக் கொடுத்து உடனே கடனைத் தீர்த்துவிட எண்ணுகிறார். கடனுக்கு 4% தனிவட்டி எனில், அக் கடனைத் தீர்க்கச் சரியான ஏற்பாடு என்ன ?

6 மாதங்களுக்குப் பிறகு தீர்க்கப்படவேண்டிய கடனை உடனே தீர்க்க முன் வருவதால் அருள் ரூ. 510இலிருந்து சிறிது தொகையைக் குறைத்துக் கொடுப்பதில் நியாயமுண்டு.

அதே நேரத்தில் அரசு அப்போது பெறும் தொகையை 4% வீதம் வட்டிக்கு விட்டால், 6 மாதங்களில் அது ரூ. 510 ஆகவேண்டும். இதுவே தகுந்த ஏற்பாடாகும்.

எனவே, அருள், அரசுக்குக் கொடுக்கும் தொகை 4% தனிவட்டி வீதம் 6 மாதங்களில் ரூ. 510 ஆகவேண்டும். அத் தொகை யாது ?

ரூ. 100 ஆனது 4% வட்டி வீதம் 6 மாதங்களில் ரூ. 102 கூடுதல் ஆகிறது.

∴ 6 மாதங்களுக்குப் பிறகு ரூ. 102 கொடுப்பதற்குப் பதிலாக உடனே கொடுக்க வேண்டிய தொகை } = ரூ. 100

6 மாதங்களுக்குப் பிறகு ரூ. 510 கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகையாயின் உடனே கொடுக்க வேண்டிய தொகை } = ரூ. $\frac{100}{102} \times 510$

= ரூ. 500

∴ அருள், ரூ. 10ஐக் குறைத்து ரூபாய் 500ஐ அரசுக்குக் கொடுக்கவேண்டும்.

இந்த ரூபாய் 10 கடனின் உண்மைத் தள்ளுபடியாகும்.

ரூ. 500 என்பது கடனின் நிகழ் மதிப்பு ஆகும்.

நிகழ் மதிப்பு : எத் தொகையுடன் அதனுடைய வட்டியைக் குறித்த காலத்திற்குக் கூட்டினால் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகை கிடைக்குமோ அஃது அக் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகையின் நிகழ் மதிப்பு ஆகும்.

உண்மைத் தள்ளுபடி : நிகழ் மதிப்பின்மீது கொடுத்த காலத்திற்குக் கணக்கிடப்பட்ட தனிவட்டி.

அறிவது : நிகழ் மதிப்பு + உண்மைத் தள்ளுபடி = கொடுக்கவேண்டிய தொகை.

உண்மைத் தள்ளுபடி = நிகழ் மதிப்பிற்கான வட்டி.

மாதிரி : இன்னும் 9 மாதங்களுக்குப் பிறகு ரூ. 415 செலுத்த வேண்டிய கடனின் நிகழ் மதிப்பு என்ன? அதைத் தற்போதே தீர்ப்பதால் ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி எவ்வளவு? வட்டி விதம் 5% எனக் கொள்க.

ரூ. 100க்கு 5% விதம் 9 மாதங்களின் வட்டி } $= \text{ரூ.}\ \frac{100 \times 5 \times 9}{12 \times 100} = \text{ரூ.}\ 3\frac{3}{4}$

ரூ. $103\frac{3}{4}$இன் நிகழ் மதிப்பு $= \text{ரூ.}\ 100$

$\therefore$ ரூ. 415இன் நிகழ் மதிப்பு $= \text{ரூ.}\ \frac{100}{103\frac{3}{4}} \times 415$

$= \text{ரூ.}\ 400$

$\therefore$ ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி $= \text{ரூ.}\ 415 - \text{ரூ.}\ 400$

$= \text{ரூ.}\ 15$

பயிற்சி 1 :

நிகழ் மதிப்பைக் காணுக :

1. (i) 6% விதம் இரண்டாண்டுகள் முடிவில் ரூ. 2240 தொகை உண்டாவதனுடைய

   (ii) 4% விதம் 4 ஆண்டுகள் முடிவில் ரூ. 1160 ஆவதின்

   (iii) 8% விதம் 3 மாதங்கள் முடிவில் ரூ. 714 தொகை உண்டாவதனுடைய

(iv) $6\frac{1}{4}\%$ விதம் 6 மாதங்கள் முடிவில் ரூ. 1650 தொகை உண்டாவதனுடைய

(v) 5% விதம் 9 மாதங்கள் முடிவில் ரூ. 2905 தொகை உண்டாவதனுடைய

(vi) $3\frac{1}{2}\%$ விதம் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டில் ரூ. 2105 தொகை உண்டாவதனுடைய.

2. பின் உள்ள கணக்குகளில் தற்போது கடனைத் தீர்ப்பதால் ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடியைக் கணக்கிடுக :

(i) 3 ஆண்டுகள் முடிவில் கொடுக்கவேண்டிய தொகை ரூ. 588; வட்டி விதம் 4%

(ii) $1\frac{3}{4}$ ஆண்டு இறுதியில் கொடுக்கவேண்டிய தொகை ரூ. 1065; வட்டி விதம் $6\frac{1}{4}\%$

(iii) 1 ஆண்டு 73 நாட்கள் முடிவில் கொடுக்க வேண்டிய தொகை ரூ. 1590; வட்டி விதம் 5%

(iv) 3 மாதங்கள் முடிவில் கொடுக்கவேண்டிய தொகை ரூ. 609; வட்டி விதம் 6%

(v) 4 மாதங்கள் முடிவில் கொடுக்கவேண்டிய தொகை ரூ. 1230; வட்டி விதம் $7\frac{1}{2}\%$.

3. இன்றிலிருந்து 9 மாதங்கள் முடிவில் ஒரு நிலத்தின் மதிப்பு ரூ. 2650 ஆகும். 8% தனிவட்டி கணக்கிடப் பட்டால் அதன் நிகழ் மதிப்பு என்னவாகும் ?

4. ஒருவர் தம் வயல்களில் அறுவடையான நெல்லை இன்னும் 4 மாதங்களில் ரூ. 2436க்கு விற்க முடியுமென மதிப்பிடுகிறார். அதைத் தற்போது என்ன விலைக்கு விற்று உடனே அத் தொகையை $4\frac{1}{2}\%$ தனிவட்டி தரும் பாங்கில் போட்டால் நான்கு மாதங்கள் முடிவில் ரூ. 2436 திரும்பப் பெறமுடியும் ?

5. ஒருவர் தம்மிடமுள்ள பருத்திப் பொதிகளின் மதிப்பு இன்னும் 8 மாதங்கள் முடிவில் ரூ. 8060 ஆகுமென மதிப்பிடுகிறார். தனிவட்டி 6% கணக்கிடப்பட்டால் அதன் நிகழ் மதிப்பு யாது ?

6. இன்னும் மூன்று மாதங்களில் ரூ. 867 மதிப்பைப் பெறும் மரச்சாமான்களை இன்று விற்கவேண்டுமாயின் 8% தனிவட்டி விதம் கணக்கிடப்படவேண்டிய உண்மைத் தள்ளுபடி எவ்வளவு ?

7. ஒருவருக்கு ரூ. 2163வும், ரூ. 3135வும் முறையே 6 மாதங்கள், 9 மாதங்களுக்குப் பிறகு கிடைக்கவேண்டும். ஆண்டுக்கு 6% வீதம் தனிவட்டி கணக்கிட்டால் அவருடைய இரண்டு தொகைகளின் தற்கால மதிப்புக்களின் (present worth) மொத்தம் எவ்வளவு? [S. S. L. C. 1962 M. (Div. Cour.)]

8. 4 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு கிடைக்கும் ரூ. 3125இன் தற்கால மதிப்பு, 20 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு கிடைக்கும் ரூ. 5625இன் தற்கால மதிப்பு—இவற்றில் எது அதிகம்? தனிவட்டி வீதம் ஆண்டுக்கு $6\frac{1}{4}$%. [S. S. L. C. 1962 Oct. (Div. Cour.)]

மாதிரி: 3 ஆண்டுகள் முடிவில் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகைக்குத் தற்போதைய உண்மைத் தள்ளுபடி ரூ. 42. வட்டி வீதம் $3\frac{1}{2}$% எனக்கொண்டு கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகையையும் அதன் நிகழ் மதிப்பையும் கண்டுபிடி.

நிகழ் மதிப்பு ரூ. 100 எனக்கொள்வோம்.

∴ வட்டி வீதம் $3\frac{1}{2}$% எனில் உண்மைத் தள்ளுபடி $\Big\}$ = ரூ. $\frac{100 \times 7 \times 3}{2 \times 100}$

= ரூ. $10\frac{1}{2}$

∴ கொடுக்கப்பட வேண்டிய தொகை $\Big\}$ = ரூ. $110\frac{1}{2}$

∴ ரூ. $10\frac{1}{2}$ உண்மைத் தள்ளுபடி எனில் கொடுக்கப்பட வேண்டிய தொகை $\Big\}$ = ரூ. $110\frac{1}{2}$

∴ ரூ. 42 உண்மைத் தள்ளுபடி எனில் கொடுக்கப்பட வேண்டிய தொகை $\Big\}$ = ரூ. $\frac{110\frac{1}{2}}{10\frac{1}{2}} \times 42$

= ரூ. 442

∴ நிகழ் மதிப்பு = ரூ. 442 − ரூ. 42 = ரூ. 400

பயிற்சி 2:

1. ஒருவர் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு கொடுக்க வேண்டிய தொகையின்மீது தற்போது ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி ரூ. 70. வட்டி வீதம் 4% எனக்கொண்டு அத் தொகையைக் கண்டுபிடி.

2. ஒருவர் 9 மாதங்களுக்குப் பிறகு கொடுக்க வேண்டிய தொகைக்கு 8% தனிவட்டி வீதம் தற்போது ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி ரூ. 129. அத் தொகையையும் அதன் நிகழ் மதிப்பையும் காணுக.

3. 6 மாதங்களுக்குப் பிறகு கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகைக்கு 4% வீதம் தற்போது ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி ரூ. 37. அத் தொகையின் நிகழ் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

மாதிரி: $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் முடிவில் கொடுக்கவேண்டிய தொகை ரூ. 430. அதன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 400 எனில், வட்டி வீதம் என்ன?

உண்மைத் தள்ளுபடி = ரூ. 430 − ரூ. 400

= ரூ. 30

∴ ரூ. 400க்கு $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் வட்டி } = ரூ. 30

∴ வட்டி வீதம் $= \frac{100 \times 30 \times 2}{400 \times 5}\% = 3\%$

4. $1\frac{1}{2}$ ஆண்டு முடிவில் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகை ரூ. 530; அதன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 500 எனில், வட்டி வீதமென்ன?

5. 8 மாதங்கள் முடிவில் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகை ரூ. 988. அதன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 950 என்றால், வட்டி வீதமென்ன?

6. 5 மாதங்கள் முடிவில் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகை ரூ. 1956. அதன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 1920 என்றால், கணக்கிடப்பட்ட வட்டி வீதமென்ன?

மாதிரி: 4% வட்டி வீதம் கணக்கிடப்பட்ட ஒரு தொகையின் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 500. அத் தொகை ரூ. 550 எனில், எவ்வளவு காலத்தில் கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகை அது?

நிகழ் மதிப்பு $= $ ரூ. 500

தொகை $= $ ரூ. 550

$\therefore$ உண்மைத் தள்ளுபடி $= $ ரூ. 50

$\therefore$ ரூ. 500க்கு 4% விதம் வட்டி $= $ ரூ. 50

$\therefore$ காலம் $= \frac{100 \times 50}{500 \times 4}$ ஆண்டுகள் $= 2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள்

$\therefore$ அத் தொகை $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகள் முடிவில் கொடுக்கப் பட வேண்டியதாகும்.

7. $4\frac{1}{4}$% வட்டி விதம் சிறிது காலம் கழித்து ரூ. 8595 கொடுக்கப்படவேண்டியதன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 8000 ஆனல், அக் காலம் யாது ?

8. எவ்வளவு காலத்தில் $5\frac{1}{2}$% தனிவட்டி விதத்தில் கொடுக்கப்படவேண்டிய ரூ. 2477இன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 2400 ஆகும் ?

9. $6\frac{1}{4}$% தனிவட்டி விதம் எவ்வளவு காலத்திற்குப் பிறகு கொடுக்கப்படவேண்டிய ரூ. 975இன் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 960 ஆகும் ?

வணிகத் தள்ளுபடி (Trade Discount)

வணிகத் தள்ளுபடி என்பது உண்மைத் தள்ளுபடியி லிருந்து சிறிது வேறுபட்டதாகும்.

உண்மைத் தள்ளுபடி நிகழ் மதிப்பின்மீது கணக்கிடப்படும் வட்டி.

வணிகத் தள்ளுபடி, கொடுக்கப்படவேண்டிய தொகையின் மீது கணக்கிடப்படும் வட்டி.

எனவே வணிகத் தள்ளுபடி, உண்மைத் தள்ளுபடியை விடச் சிறிது மிகுதியாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 8% வட்டியில் 6 மாதங்களுக்குப் பிறகு ரூ. 650 கொடுக்கப்படவேண்டுமெனில்,

உண்மைத் தள்ளுபடி என்பது :

ரூ. 650இன் நிகழ் மதிப்பாகிய ரூ. 625க்குக் கணக்கிடப் பட்ட வட்டியாகும் (ரூ. 25·00).

வணிகத் தள்ளுபடி என்பது :

ரூ. 650க்குக் கணக்கிடப்பட்ட வட்டியாகும் (ரூ. 26·00).

மாதிரி: 6% வீதம் 8 மாதங்கள் முடிவில் கொடுக்கப் பட வேண்டிய ரூ. 325ஐத் தற்போது கொடுப்பதால் ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி, வணிகத் தள்ளுபடிக்குள்ள வேறுபாடு எவ்வளவு ரூபாய்?

நிகழ் மதிப்பு = ரூ. 100

∴ 6% வீதம் 8 மாதங்கள் வட்டி $= \text{ரூ. } \frac{100 \times 8 \times 6}{12 \times 100} = \text{ரூ. } 4$

∴ ரூ. 100 நிகழ் மதிப்பானல் தொகை = ரூ. 104

∴ ரூ. 104க்குக் கிடைக்கும் உண்மைத் தள்ளுபடி = ரூ. 4

∴ ரூ. 325க்குக் கிடைக்கும் உண்மைத் தள்ளுபடி $= \text{ரூ. } \frac{4}{104} \times 325$

= ரூ. 12·50

ரூ. 325க்குக் கிடைக்கும் வணிகத் தள்ளுபடி $= \text{ரூ. } \frac{325 \times 8 \times 6}{12 \times 100}$

= ரூ. 13

∴ வணிகத் தள்ளுபடிக்கும் உண்மைத் தள்ளுபடிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் $= \text{ரூ. } 13 - \text{ரூ. } 12\frac{1}{2}$

= ரூ. 0·50

பயிற்சி 3 :

1. 6% தனிவட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகள் முடிவில் ரூ. 5600 கொடுக்கவேண்டியதை இப்போது கொடுப்பதால் ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடிக்கும், வணிகத் தள்ளுபடிக்குமுள்ள வேறுபாடு எவ்வளவு ரூபாய் ?

2. 5% தனிவட்டி வீதம் 6 மாதங்கள் முடிவில் கொடுக்கப் படவேண்டிய ரூ. 8200ஐத் தற்போது கொடுத்துத் தீர்ப்பதால் ஏற்படும் வணிகத் தள்ளுபடிக்கும் உண்மைத் தள்ளுபடிக்குமுள்ள வேறுபாடு எவ்வளவு ?

3. $3\frac{1}{2}$% வீதம் 2 ஆண்டுகள் முடிவில் கொடுக்க வேண்டிய தொகையைத் தற்போது கொடுப்பதால் ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி ரூ. 210. அதே தொகைக்கு அதே காலத்தில் ஏற்படும் வணிகத் தள்ளுபடி எவ்வளவு ?

4. 4% வீதம் 4 ஆண்டுகள் முடிவில் செலுத்தப்பட வேண்டிய தொகையைத் தற்போது கொடுத்துத் தீர்ப்பதால் ஏற்படும் வணிகத் தள்ளுபடி ரூ. 55·68. அதே தொகைக்கு அதே காலத்தில் ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடி எவ்வளவு ?

5. 10% வட்டி வீதம் 3 மாதங்களுக்குப் பின்னர் கொடுக்கவேண்டிய தொகையின் நிகழ் மதிப்பு ரூ. 2400. அதே தொகைக்கு அதே காலத்திற்கு அதே வீதத்தில் ஏற்படும் வணிகத் தள்ளுபடி எவ்வளவு ?

6. 8% வீதம் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர்க் கொடுக்க வேண்டிய தொகையின்மீது ஏற்படும் உண்மைத் தள்ளுபடிக்கும் வணிகத் தள்ளுபடிக்கும் உள்ள வேறுபாடு ரூ. 28 எனில், அத் தொகை எவ்வளவு ?

வெளிநாட்டு உண்டியல் — பாங்கர் தள்ளுபடி

வெளிநாட்டு வணிகத்தில் பொருள்களை வாங்குபவர்கள் பெரும்பாலும் உடனே பணம் கொடுப்பதில்லை. மாற்று உண்டியல் (Bill of exchange) ஒன்று தயாரித்துக் கொடுக்கிறார். உண்டியல் என்பது வணிகத்தில் வாங்கிய பொருள்களுக்கு ஒரு குறித்த காலம் கழித்து இவ்வளவு பணம் கொடுப்பது என்ற ஒப்பந்தம் ஆகும். மாற்று உண்டியலின் மாதிரி ஒன்று கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது :

மாற்று உண்டியல் : ரூ. 1025. கெடு நாள் : 6—12—1966		
	ஏத்துக் கொள்ளப்பட்டது. சேலம் நகரில் உள்ள சேலம் பாங்கில் பணம் செலுத்தப் படும். அருள்	நாமக்கல், 3—9—1966
மூன்று மாதங்கள் முடி தரவுக்காவது நான் தற்கு ஈடான ரூ. 1025		வில் எனக்காவது உத் பெற்றுக் கொண்ட கொடுக்கவும்.
திரு. அருள் அவர்		களுக்கு
மலேசியா		அன்புக்கரசு

அருள் அவர்கள், அன்புக்கரசிடமிருந்து பொருள்கள் வாங்கியுள்ளார். மூன்று மாதங்கள் முடிவில் பணம் தருவ தாகக் கூறுகிறுர். உடனே மேற்கண்டவாறு ஓர் உண்டியல் தயாரித்து அன்புக்கரசு அருளுக்கு அனுப்பிவைக்கிறுர். அருளும் ரூ. 1025ஐச் செலுத்த ஒப்புக்கொண்டு, உண்டிய லின் குறுக்காக ஒப்புக்கொள்ளப்பட்டது என்று எழுதிக் கையொப்பமிட்டுத் திருப்பி அனுப்புகிறுர்.

சலுகை நாட்கள் (Days of grace) : உண்டியல் எழுதப் பட்ட நாள் 3-9-66; கொடுத்துள்ள தவணை 3 மாதங்கள். ஆகவே ஒப்பந்தப்படி தொகை கொடுக்கப்படவேண்டிய நாள் 3-12-1966. ஆனுல் சட்டப்படி கெடு நாள் 6-12-1966தான். அன்றுதான் சட்டப்படி உண்டியல் ‘நிறைவு’ பெறுகிறது. இடைப்பட்ட இம் மூன்று நாட்களும் ‘சலுகை நாட்க ளாகும்’. உண்டியல்களின் கெடு தேதியானது தவணையுடன் மூன்று சலுகை நாட்களையும் சேர்த்துக் கொண்டதாகும்.

இப்போது அன்புக்கரசு, (i) 6-12-1966 வரை உண்டி யலை வைத்திருந்து, சேலம் பாங்கிலிருந்து ரூ. 1025ஐப் பெற்றுக்கொள்ளலாம். அல்லது (ii) உண்டியலை ஒரு பாங்கருக்கோ அல்லது உண்டியல் தரகருக்கோ விற்று விடலாம்.

பாங்கர் தள்ளுபடி (Banker’s discount) : உண்டியலானது 6-12-66 அன்றுதான் ரூ. 1025 மதிப்புடையதாகிறது. ஆக,

கெடு தேதிக்கு முன்பு, அன்புக்கரசு உண்டியல் தொகையாகிய ரூ. 1025 முழுவதையும் எதிர்பார்க்க முடியாது. கெடு தேதிக்கு முன்பு பணம் தேவைப்பட்டால், உண்டியலை ஒரு பாங்கரிடம் கொடுத்தால், அப் பாங்கர் சிறிது தொகையைக் குறைத்துக் கொடுக்கிறார். அவர் குறைத்துக்கொள்ளும் தொகை பாங்கர் தள்ளுபடி எனப்படும்.

நடைமுறையில், பாங்கர் தள்ளுபடி என்பது உண்டியல் தொகையின் கெடு தேதிக்கும், உண்டியலை மாற்றும் தேதிக்கும் இடைப்பட்ட காலத்திற்கு ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டி வீதம் கணக்கிடப்பட்ட வட்டியாகும்.

மாதிரி: 3-4-1966 அன்று மூன்று மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 1025க்கு எழுதப்பட்ட உண்டியல் 24-4-1966இல் மாற்றப்படுகிறது. தள்ளுபடி வீதம் 5% எனில் அந்த உண்டியலுக்குக் கிடைக்கும் தொகை யாது?

	உண்டியல் தொகை	= ரூ. 1025
	தள்ளுபடி வீதம்	= 5%
	உண்டியல் தேதி	= 3-4-1966
	தவணை	= 3 மாதங்கள்
∴	கெடு தேதி	= 6-7-1966 (சலுகை நாட்கள் உட்பட)
∴	உண்டியல் மாற்றும் தேதி	= 24-4-1966
∴	தள்ளுபடி நாட்கள்	= 24-4-1966 இலிருந்து 6-7-66 வரை = 6 + 31 + 30 + 6
		= 73 நாட்கள்
∴	பாங்கர் தள்ளுபடி	= ரூ. 1025க்கு 5% வீதம் 73 நாட்கள் வட்டி
		= ரூ. $\frac{1025 \times 73 \times 5}{365 \times 100}$
		= ரூ. 10·25
∴	திரும்பப் பெறும் தொகை	= ரூ. 1025 — ரூ. 10·25
		= ரூ. 1014·75

பயிற்சி 1 :

1. 10-5-66ஆம் தேதியன்று 6 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 2190க்குத் தயாரித்த உண்டியல் 5-8-66ஆம் தேதியன்று ஒரு பாங்கரிடம் 6% வீதம் தள்ளுபடியில் மாற்றப்பட்டது. பாங்கரின் தள்ளுபடி எவ்வளவு? கிடைக்கும் தொகை எவ்வளவு?

2. 3 மாதங்கள் தவணையில் ஜூலை 12ஆம் தேதி ரூ. 3500க்கு வாங்கப்பட்ட உண்டியல் ஒன்று ஆகஸ்டு 3ஆம் தேதியன்று $4\frac{1}{2}$% தள்ளுபடிக்கு ஒரு பாங்கரிடம் விற்கப்படுகிறது. பாங்கரின் தள்ளுபடி எவ்வளவு? கிடைக்கும் தொகை எவ்வளவு?

3. ஓர் உண்டியல் 20-9-1966 அன்று 6 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 2250க்கு வாங்கப்பட்டது. 5% தள்ளுபடியில் 28-10-1966ஆம் தேதி ஒரு பாங்கரிடம் அதை மாற்றினால், கிடைக்கும் தொகை எவ்வளவு?

4. மார்ச்சு மாதம் 5ஆம் தேதியன்று 4 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 2555க்கு ஓர் உண்டியல் வாங்கப்பட்டது. ஏப்ரல் மாதம் 24ஆம் தேதி உண்டியலைத் தரகர் ஒருவருக்கு 4% தள்ளுபடியில் விற்றால் கிடைக்கும் தொகை எவ்வளவு?

மாதிரி: 6-6-1958இல் 9 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 4500க்கு உண்டியல் ஒன்று எழுதப்பட்டது. அதை 2-8-1958 அன்று ஒரு பாங்கரிடம் மாற்றியதில் ஏற்பட்ட பாங்குத் தள்ளுபடி ரூ. 108 என்றால், தள்ளுபடியின் சதவீதமென்ன?

	உண்டியல் தேதி	= 6-6-1958
	தவணை	= 9 மாதங்கள்
∴	கெடு தேதி	= 9-3-1959
	மாற்றிய தேதி	= 2-8-1958
∴	தள்ளுபடி நாட்கள்	$= \begin{cases} 29+30+31+30+31 \\ +31+28+9=219 \end{cases}$
		= 219
	பாங்குத் தள்ளுபடி	= ரூ. 108

	உண்டியல் தொகை	= ரூ. 4500
∴	தள்ளுபடி சதவீதம்	$= \frac{100 \times 108 \times 365}{4500 \times 219}\,\%$
		= 4%

பயிற்சி 2 :

1. 1-4-1966 அன்று 5 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 2500க்கு எழுதப்பட்ட உண்டியல் 23-6-1966ஆம் தேதி ஒரு பாங்கரிடம் மாற்றப்பட்டதில் ஏற்பட்ட பாங்கர் தள்ளுபடி ரூ. 27·50 என்றால், தள்ளுபடி வீதம் என்ன?

2. நவம்பர் மாதம் 24ஆம் தேதி 2 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 3504க்கு ஓர் உண்டியல் தயார் செய்யப்பட்டது. அதை டிசம்பர் 8ஆம் தேதி ஓர் உண்டியல் தரகருக்கு விற்றதில் ஏற்பட்ட பாங்குத் தள்ளுபடி ரூ. 18 எனில், தள்ளுபடியின் சதவீதம் என்ன?

3. 6 மாதங்கள் தவணையில் மார்ச்சு 20ஆம் தேதி ரூ. 3125க்கு எழுதப்பட்ட உண்டியலை ஏப்ரல் 30ஆம் தேதி ஒரு பாங்கரிடம் விற்றதில் கிடைத்த தொகை ரூ. 3075 எனில் தள்ளுபடி சதவீதமென்ன?

4. ஓர் உண்டியல் நவம்பர் 7ஆம் தேதி 3 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 3650க்கு வாங்கப்பட்டது. அதை நவம்பர் 22ஆம் தேதி ஒரு பாங்கரிடம் மாற்றியதில் ரூ. 3602 கிடைத்தது எனில் தள்ளுபடி சதவீதம் என்ன?

மாதிரி : 6 மாதங்கள் தவணையில் ஜூன் 17ஆம் தேதி ஓர் உண்டியல் எழுதப்பட்டது. அது செப்டம்பர் 11ஆம் தேதி ஒரு பாங்கில் 8% தள்ளுபடிக்கு மாற்றப்பட்டபோது ஏற்பட்ட பாங்குத் தள்ளுபடி ரூ. 64 எனில், உண்டியல் தொகை எவ்வளவு?

	உண்டியல் தேதி	= ஜூன் 17
	தவணை	= 6 மாதங்கள்
∴	கெடு தேதி	= டிசம்பர் 20
	மாற்றிய தேதி	= செப்டம்பர் 11
∴	தள்ளுபடி நாட்கள்	= 19+31+30+20=100
		= 100 நாட்கள்

பாங்குத் தள்ளுபடி = ரூ. 64

∴ உண்டியல் தொகை $= \text{ரூ.}\ \frac{100 \times 64 \times 365}{100 \times 8}$

= ரூ. 2920

பயிற்சி 3 :

1. 10-1-1964இல் 5 மாதங்கள் தவணையில் ஓர் உண்டியல் வாங்கப்பட்டது. அதை 14-2-1964ஆம் தேதி 6% தள்ளுபடியில் கொடுத்ததில் ஏற்பட்ட பாங்குத் தள்ளுபடி ரூ. 72 எனில், உண்டியல் தொகை எவ்வளவு?

2. ஓர் உண்டியல் ஆகஸ்டு 16ஆம் தேதி 6 மாதங்கள் தவணையில் எழுதப்பட்டது. ஒரு பாங்கில் அது செப்டம்பர் 26ஆம் தேதி 5% தள்ளுபடியில் மாற்றப்பட்டது. பாங்குத் தள்ளுபடி ரூ. 65 என்றால், திரும்பக் கிடைத்த தொகை எவ்வளவு?

3. 3 மாதங்கள் தவணையில் ஜூன் 15ஆம் தேதி ஓர் உண்டியல் எழுதப்பட்டது. அதை ஜூலை 7ஆம் தேதி ஓர் உண்டியல் தரகருக்கு $7\frac{1}{2}\%$ தள்ளுபடிக்கு விற்றதில் கிடைத்த தொகை ரூ. 2167 எனில், உண்டியல் தொகை எவ்வளவு?

4. ஏப்ரல் மாதம் 20ஆம் தேதி 2 மாதங்கள் தவணையில் ஓர் உண்டியல் தயாரிக்கப்பட்டது. அதை மே மாதம் 9ஆம் தேதி ஒரு பாங்கரிடம் 4% தள்ளுபடி வீதத்தில் மாற்றியபோது கிடைத்த தொகை ரூ. 1816 எனில், உண்டியல் தொகை எவ்வளவு? பாங்கர் தள்ளுபடி எவ்வளவு?

மாதிரி: 5-7-1966ஆம் தேதி 5 மாதங்கள் தவணையில் எழுதப்பட்ட ரூ. 4000க்கான உண்டியல், கெடு தேதிக்கு முன்பே 5% பாங்கர் தள்ளுபடியில் ரூ. 3960க்கு மாற்றப்பட்டது. உண்டியல் எத் தேதியில் மாற்றப்பட்டது?

உண்டியல் தொகை = ரூ. 4000

திரும்பப் பெற்ற தொகை = ரூ. 3960

∴ பாங்கர் தள்ளுபடி = ரூ. 40

தள்ளுபடி வீதம் = 5%

∴ தள்ளுபடி நாட்கள் $= \frac{100 \times 40 \times 365}{4000 \times 5} = 73$

= 73 நாட்கள்

∴ உண்டியல் தேதி = 5-7-66

தவணை = 5 மாதங்கள்

கெடு தேதி = 8-12-66

∴ மாற்றிய தேதி = 26-9-66

பயிற்சி 4 :

1. ரூ. 3650க்கு 25-12-66இல் 3 மாதங்கள் தவணையில் ஓர் உண்டியல் தயாரிக்கப்பட்டது. கெடு நாட்களுக்கு முன்பே ஒரு பாங்கரிடம் 4% தள்ளுபடியில் மாற்றியதில் கிடைத்த தொகை ரூ. 3626 எனில், உண்டியல் எத் தேதியில் மாற்றப்பட்டது ?

2. ஓர் உண்டியல் மே மாதம் 5ஆம் தேதி 6 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 4250க்குத் தயாரிக்கப்பட்டது. அதை ஓர் உண்டியல் தரகரிடம் 5% தள்ளுபடியில் விற்றதில் ரூ. 4165 கிடைத்தது என்றால், உண்டியல் எத் தேதியில் தரகருக்கு விற்கப்பட்டது ?

3. 3 மாதங்கள் தவணையில் ரூ. 1750க்கு ஜூலை 15ஆம் தேதி ஓர் உண்டியல் எழுதப்பட்டது. அதை ஒரு பாங்கரிடம் 6% வீதம் தள்ளுபடி செய்து ரூ. 1729க்கு மாற்றப்பட்டது எனில் எத் தேதியில் உண்டியல் மாற்றப்பட்டது ?

4. மார்ச்சு மாதம் 20ஆம் தேதி ரூ. 1800க்கு 9 மாதங்கள் தவணையில் ஓர் உண்டியல் தயார் செய்யப்பட்டது. அதை ஒரு பாங்கரிடம் $7\frac{1}{2}\%$ தள்ளுபடிக்கு மாற்றியதில் ஏற்பட்ட பாங்கர் தள்ளுபடி ரூ. 81 எனில், எத் தேதியில் உண்டியில் மாற்றப்பட்டது ?

பட்டியல் (Invoice)

பட்டியல் என்பது பொருள்களை விற்பவர்கள் வாங்குபவர்களுக்குக் கொடுக்கும் ஓர் அறிக்கை ஆகும். இதில் வாங்கிய பொருள்களின் பெயர், ஒவ்வொன்றின் விலை, மொத்த

விலை ஆகியவை குறிக்கப்பட்டிருக்கும். ஒரு பட்டியலின் மாதிரி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது :

பட்டியல் எண் : 12048

எழில் பொருளகம் தேதி :
சென்னை. 29—12—66

திரு..அவர்களுக்கு,

எண்ணிக்கை	விவரம்	விலை வீதம் ரூ.	மொத்தம் ரூ.	பை.
$4\frac{1}{4}$ கிலோ	சர்க்கரை	கிலோ 1·21	5	14
$1\frac{1}{2}$ கிலோ	காப்பித்தூள்	கிலோ 5·50	8	25
80 லிட்டர்	பருப்பு	லிட்டர் 0·81	64	80
$2\frac{1}{2}$ கிலோ	நெய்	கிலோ 12·05	30	13
		கூடுதல்	108	32

ஒவ்வொரு வகையிலும் மொத்த விலை குறிக்கும்போது பின்னமின்றிப் பை. திருத்தமாகப் போடவேண்டும். மேலே மாதிரியில் சர்க்கரை, நெய் ஆகியவற்றின் விலைகள் கணக்கிடப்பட்டிருப்பதைக் கவனி. விலை வீதம் என்ற வரிசையில், ஒன்று அல்லது டஜன் அல்லது குரோசு போன்ற மூல அலகுகளின் விலைகள் குறிக்கப்படும்.

ஒருவர் வெவ்வேறு நாட்களில் வாங்கிய பொருள் களுக்கு அன்றன்றே பட்டியல் அனுப்பப்பட்டிருக்கும்; கடைக் காரர், பணம் தேவைப்படும்போது இப் பட்டியல் தொகைகள் அனைத்தையும் தேதி வரிசையில் எழுதிக் கொடுக்க வேண்டிய மொத்தத் தொகையைக் கணக்கிட்டு அனுப்புவார். இதன் மாதிரி அடுத்த பக்கத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது :

பட்டியல் விவரக் கணக்கு

தேதி	பட்டியல்	தொகை ரூ.	பை.
ஜனவரி 21	பட்டியல் எண் 1208இன் படி	83	04
பிப்ரவரி 22	,, 2401 ,,	125	91
மார்ச்சு 23	,, 3517 ,,	30	02
	மொத்தத் தொகை	238	97

பட்டியலில் சில சமயங்களில் தள்ளுபடி இருக்குமானுல் அது மொத்தத்திலிருந்து கழிக்கப்படும். விற்பனே வரி கணக்கிட இத் தள்ளுபடி நீக்கிய தொகையே எடுத்துக் கொள்ளப்படவேண்டும். பொருள்களே அனுப்ப ஏற்படும் தபால், வண்டிச் செலவுகளும் பட்டியல் தொகையுடன் கூட்டிக் கொள்ளப்படும். முதலில் பட்டியல் தொகையைக் கூட்டி அதிலிருந்து தள்ளுபடி இருக்குமாயின் கழிக்க வேண்டும். இவ்வாறு கழித்து வரும் தொகையுடன் வரி இருக்குமானுல் சேர்க்கப்படுகிறது. பிறகு இதனுடன் பொருள்களே அனுப்ப நேரிட்ட செலவும் கூட்டப்படுகிறது. பொருள்களே வாங்குவோர்க்கு, பட்டியலின் மாதிரி அனுப்பப்படுமாயின் அதற்கு மாதிரிப் பட்டியல் (Pro-forma Bill) என்று பெயர். இதனுல் பொருள்களே வாங்குவோர் மாதிரிப் பட்டியலில் கண்ட தொகையை அனுப்பிப் பொருள்களேயும் அதற்குரிய பட்டியலேயும் (Trade Bill) பெற்றுக் கொள்ள முடிகிறது.

பயிற்சி 5 :

பின் கண்டவற்றிற்குத் தேதி, கடைப் பெயர் முதலியன கொடுத்துப் பட்டியல் தயார் செய்க :

1. மீட்டர் ரூ. 1·42 வீதம் 24 மீட்டர் 'மேட்டூர் மல்' துணி ; மீட்டர் ரூ. 2·50 வீதம் $5\frac{2}{8}$ மீட்டர் 'நியூஷராக் மில்' துணி ; மீட்டர் ரூ. 3·12 வீதம் 11 மீட்டர் 'பி. & சி. மில்' துணி; மீட்டர் ரூ. 4·07 வீதம் $3\frac{3}{4}$ மீட்டர் 'ஆர்கண்டி' துணி.

மொத்தப் பட்டியல் தொகையுடன் ரூபாய்க்கு $2\frac{1}{2}$ பை. விற்பனை வரி சேர்த்தால் தொகை என்ன ஆகும்?

2. கிலோ விலை ரூ. 1·20 ஆக 13 கிலோ சர்க்கரை, லிட்டர் விலை ரூ. 0·75 ஆக $8\frac{1}{4}$ லிட்டர் பருப்பு, கிலோ விலை ரூ. 0·84 ஆக 15 கிலோ ரவை, கிலோ ரூ. 6·15 ஆக $9\frac{1}{2}$ கிலோ காப்பித்தூள்.

3. டஜன் ரூ. 8·27 வீதம் 15 'டிவைடர்'கள், குரோசு ரூ. 16·80 வீதம் 9 டஜன் பென்சில்கள், ஒவ்வொன்று ரூ. 0·50 வீதம் 20 மணிச் சட்டங்கள், ஸ்கோர் ரூ. 64·88 வீதம் 115 மட்டி அட்டைகள், டஜன் ரூ. 6·12 வீதம் 32 கோணமானிகள். 5% கழிவு நீக்கிப் பட்டியல் தொகையைக் கண்டுபிடி.

4. கட்டிடம் கட்டுவோர் ஒருவர் வாங்கிய கீழ்க்கண்ட பொருள்களுக்குப் பட்டியல் தயார் செய்:

1000 செங்கற்கள் ரூ. 26·00 வீதம் 32,300 செங்கற்கள்; பொதி ரூ. 16·25 வீதம் $37\frac{1}{2}$ பொதிகள் சுண்ணும்பு; கூடை ரூ. 0·88 வீதம் 2400 கூடைகள் கருங்கல் சல்லி; மூட்டை ரூ. 9·25 வீதம் 112 மூட்டைகள் சிமென்டு; சதுர மீட்டர் ரூ. 4·30 ஆக 65 சதுர மீட்டர் பலகை. 4% தள்ளுபடி. பொருள்களை அனுப்பிவைக்க வண்டிச் செலவு ரூ. 27·25.

5. ஒரு பதிப்பகத்தார் தங்கள் பதிப்பக நூல்களுக்கு 20% கழிவும், மற்றவர்களிடமிருந்து வாங்கித் தரும் நூல்களுக்கு $12\frac{1}{2}$% கழிவும் தருகின்றனர். ஒரு கடைக்குத் தங்கள் பதிப்பக நூல்களையும், மற்றவற்றையும் கீழ்க்கண்டவாறு அனுப்புகின்றனர்:

அவர்கள் வெளியீடு:

ஒன்று ரூ. 7·00 வீதம் 25 " பொன்னியின் செல்வன் "
ஒன்று ரூ. 2·25 வீதம் 40 " வள்ளியின் கணவன் "
ஒன்று ரூ. 3·12 வீதம் 32 " கொல்லியின் வளப்பம் "
ஒன்று ரூ. 0·88 வீதம் 45 " நள்ளியின் தியாகம் "

மற்றவர்கள் வெளியீடு:

ஒன்று ரூ. 1·50 வீதம் 60 " நான் கண்ட மலேயா "
ஒன்று ரூ. 2·00 வீதம் 24 " புயலும் படகும் "
ஒன்று ரூ. 5·00 வீதம் 18 " கங்கைமுதல் காவிரிவரை "

அனுப்பிவைக்க ஏற்பட்ட செலவு ரூ. 5·80ஐயும் பட்டியல் தொகையுடன் சேர்.

7. கூட்டு வட்டி (Compound Interest)

ஒருவர் மற்ருெருவருக்கு ரூ. 5000ஐ 5% வட்டிக்குக் கடன் கொடுத்திருப்பதாகக் கொள்வோம். ஆண்டு முடிவில் அதற்கு ரூ. 250 வட்டி கிடைக்கும். கடன் கொடுத்தவர் அவ் வட்டித் தொகையை வாங்கி அதை வேருெருவருக்குக் கடன் கொடுக்கலாமல்லவா? கடன் வாங்கியவர் வட்டியை ஒவ்வோர் ஆண்டு முடிவிலும் கொடுக்கமுடியாவிட்டால் அவ் வட்டித் தொகைக்கும் சேர்த்து அடுத்த ஆண்டு வட்டி கொடுப்பதாக ஒத்துக்கொள்வதுண்டு. ரூ. 5000க்கு முதல் ஆண்டில் ஏற்படும் வட்டி ரூ. 250. கடன் வாங்கியவர் அடுத்த ஆண்டில் ரூ. 5250க்கு வட்டி செலுத்தவேண்டும். இப்படியாக வட்டிக்கு வட்டி கணக்கிடப்படுவது கூட்டு வட்டியாகும். ஒவ்வோர் ஆண்டிலும் கிடைக்கும் வட்டி அந்த ஆண்டு அசலோடு கூட்டப்பட்டு ஏற்படும் கூடுதல் அடுத்த ஆண்டின் அசலாகும். கூட்டு வட்டியில் அசல் ஆண்டுதோறும் வெவ்வேறு அளவாகும். ரூ. 100ஐ 5% கூட்டி வட்டிக்கிட்டால் முதல் ஆண்டில் அசல் ரூ. 100. இரண்டாம் ஆண்டு அசல் = ரூ. (100+5) = ரூ. 105.

மாதிரி: ரூ. 4000 ஆனது 5% கூட்டு வட்டி வீதத்தில் இரண்டு ஆண்டுகள் முடிவில் என்ன கூடுதலாகும்? கூட்டு வட்டி என்ன?

முதலாண்டு அசல் = ரூ. 4000·00
முதலாண்டு வட்டி = ரூ. 200·00

(வட்டி வீதம் 5% $= \frac{5}{100}$ பாகம் $= \cdot 05$ பாகம்)

∴ 2ஆம் ஆண்டு அசல் = ரூ. 4200·00

∴ 2ஆம் ஆண்டு வட்டி = ரூ. 210·00

∴ 2ஆம் ஆண்டு முடிவில் கூடுதல் = ரூ. 4410·00

∴ கூட்டு வட்டி = ரூ. 410·00

பயிற்சி 1:

பின் உள்ளவற்றில் கூடுதலையும் கூட்டு வட்டியையும் காணுக:

I.	அசல்	கூட்டு வட்டி வீதம்	காலம்
1.	ரூ. 2000	5%	2 ஆண்டுகள்
2.	ரூ. 5000	4%	2 ,,
3.	ரூ. 1250	6%	2 ,,
4.	ரூ. 2400	2%	2 ,,
5.	ரூ. 1,00,000	3%	2 ,,

மாதிரி: ரூ. 32,000க்கு $6\frac{1}{4}\%$ கூட்டு வட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டுகள் முடிவில் கூடுதல் என்ன? கூட்டு வட்டி எவ்வளவு?

முதலாண்டு அசல் = ரூ. 32,000·00
வட்டி = ரூ. 1,600·00 + 400·00

வட்டி வீதம் $= 6\frac{1}{4}\% = 5\% + 1\frac{1}{4}\% = \frac{5}{100} + \frac{5}{400}$

2ஆம் ஆண்டு அசல் = ரூ. 34,000·00
வட்டி = ரூ. 1,700·00 +
ரூ. 425·00

∴ 2ஆண்டுகளில்கூடுதல் = ரூ. 36,125·00
கூட்டு வட்டி = ரூ. (36125 − 32000)
= ரூ. 4125

II.	அசல்	கூட்டு வட்டி வீதம்	காலம்
1.	ரூ. 8,000	$2\frac{1}{2}\%$	2 ஆண்டுகள்
2.	ரூ. 6,400	$6\frac{1}{4}\%$	2 ,,
3.	ரூ. 6,400	$6\frac{1}{2}\%$	2 ,,
4.	ரூ. 12,800	$3\frac{3}{4}\%$	2 ,,
5.	ரூ. 8,000	$4\frac{1}{4}\%$	2 ,,
6.	ரூ. 4,000	$4\frac{1}{2}\%$	2 ,,
7.	ரூ. 1,800	$2\frac{1}{3}\%$	2 ,,
8.	ரூ. 2,400	$5\frac{1}{2}\%$	2 ,,

மாதிரி: ரூ. 5000க்கு 4% கூட்டு வட்டி வீதம் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டில் கூடுதல் என்ன?

முதலாண்டு அசல் = ரூ. 5000·00 ⎫ வட்டி வீதம் 4%
வட்டி = ரூ. 200·00 ⎭ = $\frac{4}{100}$ பாகம்

2ஆம் ஆண்டு அசல் = ரூ. 5200·00 ⎫ $\frac{1}{2}$ ஆண்டு வட்டி வீதம் 2%
$\frac{1}{2}$ ஆண்டு வட்டி = ரூ. 104·00 ⎭ = $\frac{2}{100}$ பாகம்

∴ $1\frac{1}{2}$ ஆண்டு முடிவில் கூடுதல் } = ரூ. 5304·00

III.	அசல்	கூட்டு வட்டி வீதம்	காலம்
1.	ரூ. 12,000	5%	$1\frac{1}{2}$ ஆண்டு
2.	ரூ. 10,000	4%	$1\frac{1}{4}$,,
3.	ரூ. 6,000	8%	$1\frac{3}{4}$,,
4.	ரூ. 4,500	4%	$1\frac{1}{2}$,,
5.	ரூ. 32,000	$6\frac{1}{4}$%	$1\frac{3}{4}$,,
6.	ரூ. 12,800	$3\frac{1}{8}$%	$1\frac{1}{2}$,,

பாங்குமுறை: பாங்குகளில் நாம் போடும் பணத்திற்கு வட்டியை 6 மாதங்கட்கு ஒரு முறை கணக்கிட்டு அசலுடன் சேர்த்துக் கொள்ளுகின்றனர்.

மாதிரி: ரூ. 5000க்கு 4% வீதம் கூட்டு வட்டி தரும் பாங்கில் பணம் போடும் ஒருவர் ஓராண்டு முடிவில் பெறும் தொகை எவ்வளவு?

(வட்டி 6 மாதங்களுக்கொருமுறை அசலுடன் கூட்டப்படுகிறது)

ஆரம்ப அசல் = ரூ. 5000·00 ⎫ வட்டி வீதம் 4% = $\frac{4}{100}$ பாகம்
$\frac{1}{2}$ ஆண்டு வட்டி = ரூ. 100·00 ⎭ ∴ அரையாண்டு வட்டி வீதம் = 2% = $\frac{2}{100}$ பா.

2ஆம் ஆறுமாத அசல் = ரூ. 5100·00
$\frac{1}{2}$ ஆண்டு வட்டி = ரூ. 102·00

∴ ஓராண்டு இறுதியில் கூடுதல் } = ரூ. 5202·00

பயிற்சி 2:

கூடுதலையும் கூட்டு வட்டியையும் காணுக :

[வட்டி 6 மாதங்களுக்கொருமுறை கூட்டப்படுகிறது]

	அசல்		வட்டி வீதம்		காலம்
1.	ரூ. 10,000	...	5%	...	1 ஆண்டு
2. ✓	ரூ. 2,500	...	4%	...	1 ,,
3. ✓	ரூ. 16,000	...	6%	...	1 ,,
4. ✓	ரூ. 20,000	...	2%	...	9 மாதங்கள்
5.	ரூ. 6,400	...	$6\frac{1}{4}$%	...	1 ஆண்டு
6. ✓	ரூ. 2,400	...	4%	...	9 மாதங்கள்
7.	ரூ. 3,200	...	$5\frac{1}{2}$%	...	1 ஆண்டு
8.	ரூ. 9,000	...	$6\frac{2}{3}$%	...	1 ஆண்டு

மாதிரி: ஒருவர் ரூ. 5000ஐ 4% கூட்டு வட்டிக்குக் கடன் வாங்கினார். முதல் ஆண்டு முடிவில் வட்டிக்காகவும் அசலுக்காகவும் ரூ.2000 செலுத்தினார். இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில் கடனைத் தீர்க்க அவர் எவ்வளவு செலுத்த வேண்டும் ?

வாங்கிய கடன் = ரூ. 5000·00 { வட்டி வீதம் 4% $= \frac{4}{100}$ பாகம்

முதலாண்டு வட்டி = ரூ. 200·00

முதலாண்டு முடிவில் கூடுதல் } = ரூ. 5200·00

திருப்பித் தந்த தொகை = ரூ. 2000·00

∴ 2ஆம் ஆண்டு அசல் = ரூ. 3200·00

2ஆம் ஆண்டு வட்டி = ரூ. 128·00

2ஆம் ஆண்டு முடிவில் செலுத்தவேண்டிய தொகை } = ரூ. 3328·00

பயிற்சி 3 :

1. ஒருவர் 4% கூட்டு வட்டி வீதம் ரூ. 1000 கடன் வாங்கினார். முதல் ஆண்டு முடிவில் அவர் அசல், வட்டிக்காக

ரூ. 540 செலுத்தினர். கடன் முழுவதையும் தீர்க்க அவர் இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில் எவ்வளவு தொகை செலுத்த வேண்டும்?

2. ஒரு வணிகர், ஒருவரிடமிருந்து $6\frac{1}{4}\%$ கூட்டு வட்டி வீதம் ரூ. 6400 கடன் வாங்கினர். முதலாண்டு முடிவில் ரூ. 2000 செலுத்திவிட்டார். இரண்டாம் ஆண்டு இறுதியில் என்ன தொகை செலுத்தினல் கடன் முழுவதும் அடைபடும்?

3. ஒருவர் 5% கூட்டு வட்டி தரும் பாங்கியில் ஒவ்வோர் ஆண்டுத் தொடக்கத்திலும் ரூ. 500 போடுகிருர். 2 ஆண்டுகள் முடிவில் அவர் கணக்கில் என்ன தொகை இருக்கும்?

4. 3% கூட்டு வட்டி தரும் நிதியில் ஒருவர் ரூ. 1200 போட்டார். முதலாண்டு முடிவில் நிதியிலிருந்து ரூ. 336வும், 2ஆம் ஆண்டு முடிவில் ரூ. 500வும் திரும்பப் பெற்றுக் கொண்ட பிறகு அவரது கணக்கில் எவ்வளவு தொகை மீதி இருக்கும்?

5. ஆறு மாதங்கட்கு ஒருமுறை வட்டி கணக்கிட்டுத் தருவதாக ரூ. 2500ஐ 2% கூட்டு வட்டிக்கு ஒரு சங்கம் கடன் வாங்கியது. அசல், வட்டிக்காக முதல் ஆறுமாத முடிவில் ரூ. 425வும் அடுத்த ஆறுமாத முடிவில் ரூ. 1000வும் செலுத்திய பிறகு கடன் தொகையில் எவ்வளவு மீதி இருக்கும்?

6. ரூ. 820ஐ 5% வீதம் கூட்டு வட்டிக்குக் கடன் வாங்கும் ஒருவர் ஒவ்வோர் ஆண்டு முடிவிலும் ரூ. 441 செலுத்தினல் இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில் அவரது கடன் தீர்ந்து விடும் எனக் காண்பி.

7. ஒருவரிடம் ரூ. 3000ஐ 5% கூட்டு வட்டிக்குக் கடன் வாங்கினேன். முதல் ஆண்டு முடிவில் ரூ. 1150 செலுத்தி விட்டு வட்டி சதவீதத்தைச் சிறிது குறைக்குமாறு கேட்டுக் கொண்டேன். அவரும் வட்டி சதவீதத்தை $4\frac{1}{2}\%$ ஆக்கினர். கடன் முழுவதையும் தீர்க்க இரண்டாம் ஆண்டு முடிவில் நான் என்ன தொகை செலுத்தவேண்டும்?

மாதிரி: ஓர் இயந்திரத்தின் மதிப்பு ஆண்டுதோறும் அதன் மதிப்பில் 8% குறைகிறது. இப்போது அதன் மதிப்பு ரூ. 6250. இரண்டு ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அதன் மதிப்பு என்னவாகும்?

இப்போது இயந்திரத்தின் மதிப்பு } = ரூ. 6250·00. குறைவு = 8% = $\frac{8}{100}$

குறைவது = ரூ. 500·00

ஓராண்டுக்குப் பிறகு மதிப்பு } = ரூ. 5750·00

குறைவது = ரூ. 460·00

∴ 2 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு இயந்திரத்தின் மதிப்பு } = ரூ. 5290·00

பயிற்சி 4 :

1. ஒருவர் ரூ. 10,000க்கு ஒரு மோட்டார் வண்டியை வாங்கினார். அதன் விலை ஒவ்வொர் ஆண்டும் முந்தைய மதிப்பில் 12% குறைகிறது. இரண்டு ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அதன் மதிப்பு என்ன ஆகும் ?

2. ஓர் இயந்திரத்தின் மதிப்பு ஒவ்வொரு 6 மாதங்கள் முடிவிலும் அதன் முந்தைய மதிப்பில் 10% குறைகிறது. இப்போது ரூ. 8000 மதிப்புள்ள அந்த இயந்திரம் ஓராண்டு கழித்து என்ன விலை மதிப்பாகும் ?

3. ஓர் இயந்திரத்தின் மதிப்பு ஒவ்வோர் ஆண்டு முடிவிலும் தொடக்கத்திலிருப்பதைவிட $6\frac{1}{4}$% கூடுதலாகிறது. இப்போது ரூ. 16,000 மதிப்புள்ள இயந்திரம் இன்னும் இரண்டாண்டுகளுக்குப்பின் எவ்வளவு மதிப்புடையதாகும் ?

4. ஒரு பந்து தரையில்பட்டு மேலெழும்பும் ஒவ்வொரு முறையும் அதன் முந்தைய உயரத்தில் 10% குறைகிறது. இப்போது தரைக்குமேல் 50 டெசி மீட்டர் உயரத்திலிருக்கிற பந்து இரண்டாம் முறை தரையில் பட்டபின் எவ்வளவு உயரம் மேலெழும்பும் ?

5. ஒரு பட்டணத்தின் மக்கள் தொகை 10 ஆண்டுகட்கு ஒருமுறை கணக்கெடுக்கப்பட்டதில் ஒவ்வொரு முறையும் முன்பிருந்ததைவிட 12% அதிகரிப்பதாகக் கணக்கிட்டார்கள். 1941ஆம் ஆண்டுக் கணக்கெடுப்பின்படி அப் பட்டணத்தின் மக்கள் தொகை 31,250 என்றால் 1961ஆம் ஆண்டுக் கணக்கெடுப்பின்போது எவ்வளவு பேர்கள் இருந்திருப்பார்கள் ?

மாதிரி : ரூ. 1800க்கு 2 ஆண்டுகளில் 3% வீதம் கூட்டு வட்டிக்கும் தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசமெவ்வளவு ?

	முதலாண்டு அசல்	= ரூ. 1800·00
	வட்டி	= ரூ. 54·00
∴	2 ஆம் ஆண்டு அசல்	= ரூ. 1854·00
	வட்டி	= ரூ. 55·62
∴	2 ஆம் ஆண்டு முடிவில் கூடுதல்	= ரூ. 1909·62
∴	கூட்டு வட்டி	= ரூ. 1909·62 — ரூ. 1800
		= ரூ. 109·62
	தனிவட்டி	= ரூ. $\frac{1800 \times 3 \times 2}{100}$
		= ரூ. 108·00
∴	வித்தியாசம்	= ரூ. 109·62 — ரூ. 108·00
		= ரூ. 1·62

பயிற்சி 5 :

1. ரூ. 3000க்கு 2 ஆண்டுகளில் 5% வீதம் கூட்டு வட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாச மெவ்வளவு ?

2. ரூ. 3375ஐ 2 ஆண்டுகளுக்கு $6\frac{2}{3}$% தனிவட்டிக்குக் கொடுப்பதைவிடக் கூட்டு வட்டிக்குக் கொடுத்தால் எவ்வளவு தொகை அதிகம் கிடைக்கும் ?

3. நான் ரூ. 6400ஐ $1\frac{1}{4}$ ஆண்டுக்குக் கூட்டு வட்டிக்கு $6\frac{1}{4}$% வீதம் கடன் வாங்கினேன். அப்படியின்றித் தனிவட்டிக்குக் கடன் வாங்கி இருந்தால் எனக்கு என்ன தொகை இலாபம் ஏற்பட்டிருக்கும் ?

4. ஒருவர் ரூ. 2500ஐ 4% வீதம் தனிவட்டிக்குக் கடன் வாங்கி உடனே அதை 4% கூட்டு வட்டிக்குக் கடன் கொடுத்தார். $1\frac{1}{2}$ ஆண்டு முடிவில் அவர் பணத்தைத் திரும்பப் பெற்று அவருடைய கடனை அடைத்தால் அவர் பெறும் இலாபமெவ்வளவு ?

5. $6\frac{1}{4}$% தனிவட்டிக்கு விடப்பட்ட ஓர் அசல் 2 ஆண்டுகளில் ரூ. 200 வட்டி கொடுத்தது. அப்படியின்றி அதைக்

கூட்டு வட்டிக்கு விட்டிருந்தால் இன்னும் எவ்வளவு வட்டி அதிகம் கிடைத்திருக்கும் ?

6. $2\frac{1}{2}$% தனிவட்டிக்கு விடப்பட்ட ஓர் அசல் 2 ஆண்டு களில் ரூ. 4200 கூடுதலாகிறது. அதையே கூட்டு வட்டிக்கு விட்டிருந்தால் எவ்வளவு தொகை கூடுதலாகக் கிடைத் திருக்கும் ?

7. ரூ. 2000 அசலானது 5% தனிவட்டி வீதத்தில் சிறிது காலத்தில் ரூ. 2150 கூடுதலாகிறது ? அதே அசல் அதே காலத்தில் 4% கூட்டு வட்டி வீதம் என்ன கூடுதலைத் தரும் ?

8. ரூ. 3375 ஆனது $6\frac{2}{3}$% தனிவட்டி வீதம் கொஞ்ச காலத்தில் ரூ. 3825 ஆகிறது. அதே அசலை அதே வட்டி வீதம் அதே காலத்திற்குக் கூட்டு வட்டிக்கு விட்டிருந்தால் எவ்வளவு அதிக வட்டி கிடைத்திருக்கும் ?

9. ரூ. 7500க்கு ஒரு குறிப்பிட்ட தனிவட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டுகளில் ரூ. 900 வட்டி கிடைக்கிறது. அதே அசலுக்கு அதே வட்டி வீதத்தில் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டில் கிடைக்கக் கூடிய கூட்டு வட்டி எவ்வளவு ?

10. நான் ரூ. 5000ஐ 6% வீதம் தனிவட்டிக்கும் ரூ. 6000ஐ 5% வீதம் கூட்டு வட்டிக்கும் ஒரே தேதியில் கடன் கொடுக்கிறேன். 2 ஆண்டுகளின் கடைசியில் மொத் தத்தில் எனக்கு என்ன தொகை கிடைக்கும் ?

8. வர்க்க மூலம் (Square Root)

3 செ. மீ. பக்கமுள்ள ஒரு சதுரத்தின் பரப்பு $= 3 \times 3 = 9$ ச. செ. மீ. ஆகும். 9 என்பதை 3இன் வர்க்கம் என்று கூறுகிறோம். ஓர் எண்ணை அதனுலேயே பெருக்கக் கிடைப்பது அந்த எண்ணின் வர்க்கம் ஆகும். 9 ச. செ. மீ. பரப்புள்ள சதுரம் வேண்டுமானுல், அதனுடைய பக்கம் 3 செ. மீ. ஆக இருக்க வேண்டுமல்லவா? அதாவது 9 என்ற சதுரம் அமைய மூலமாக இருப்பது 3 என்ற பக்க அளவு ஆகும். ஆதலின் 3 என்பது 9இன் வர்க்க மூலம் (square root) ஆகும்.

25 என்பது 5இன் வர்க்கம்

5 என்பது 25இன் வர்க்க மூலம்

$2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$. ஆகவே 4இன் வர்க் மூலம் 2. 9இன் வர்க்க மூலம் 3. 4, 9 இவை முழுவர்க்க எண்கள். அதாவது அவற்றினுடைய வர்க்க மூலங்கள் முழு எண்களாகும். 4க்கும் 9க்கும் இடையேயுள்ள எண்களுக்கு (5, 6, 7, 8) வர்க்க மூலங்கள் முழு எண்களாக இருக்க முடியாது. அவற்றின் வர்க்க மூலங்கள் 2க்கும் 3க்கும் இடையேயுள்ள கலப்பு எண்களாகும். இங்ஙனம் முழு எண்கள் அல்லாத வர்க்க மூலங்களைக் கொண்டிருப்பவை முழு வர்க்கங்கள் ஆகா.

$1 \times 1 = 1$	$7 \times 7 = 49$
$2 \times 2 = 4$	$8 \times 8 = 64$
$3 \times 3 = 9$	$9 \times 9 = 81$
$4 \times 4 = 16$	$10 \times 10 = 100$
$5 \times 5 = 25$	$11 \times 11 = 121$
$6 \times 6 = 36$	$12 \times 12 = 144$

மேலுள்ள பெருக்கல்களைக் கவனி. முழு வர்க்க எண்கள் 1, 4, 5, 6, 9 ஆகிய இலக்கங்களைக்கொண்டு முடிவடைவதைப்பார். முழு வர்க்கங்கள் 2, 3, 7, 8 ஆகிய இலக்கங்களைக்கொண்டு முடிவடையா என்பதனையும் அறிக.

மேலும் முழு வர்க்க எண் 0இல் முடிவடைந்தால் அதன் மூலம் 0இல் முடிவடையும்.

முழு வர்க்க எண் 1இல் முடிவடைந்தால் அதன் மூலம் 1 அல்லது 9இல் முடிவடையும்.

முழு வர்க்க எண் 4இல் முடிவடைந்தால் அதன் மூலம் 2 அல்லது 8இல் முடிவடையும்.

முழு வர்க்க எண் 5இல் முடிவடைந்தால் அதன் மூலம் 5இல் முடிவடையும்.

முழு வர்க்க எண் 6இல் முடிவடைந்தால் அதன் மூலம் 4 அல்லது 6இல் முடிவடையும்.

முழு வர்க்க எண் 9இல் முடிவடைந்தால் அதன் மூலம் 3 அல்லது 7இல் முடிவடையும்.
என்பவற்றையும் அப் பெருக்கல்களைக்கொண்டு அறிகிறோம்.

வர்க்க மூலத்தைக் குறிக்க √ என்ற குறி பயன்படுத்தப் படுகிறது.

மாதிரி: $\sqrt{144} = 12$ $\sqrt{400} = 20$.

$1 \times 1 = 1$	$11 \times 11 = 121$	$100 \times 100 = 10000$
....	....	....
$2 \times 2 = 4$	$25 \times 25 = 625$	$300 \times 300 = 90000$
....	....	....
$5 \times 5 = 25$	$35 \times 35 = 1225$	$500 \times 500 = 250000$
....	....	....
$9 \times 9 = 81$	$99 \times 99 = 9801$	$999 \times 999 = 998001$

மேலுள்ளவற்றை நன்கு கவனி. வர்க்கத்தில் 1, 2 இலக்கங்கள் இருக்கும்போது மூலத்தில் ஓர் இலக்கமும், 3, 4 இலக்கங்கள் இருக்கும்போது மூலத்தில் இரண்டு இலக்கங்களும், 5, 6 இலக்கங்கள் இருக்கும்போது மூலத்தில் மூன்று இலக்கங்களும் இருப்பதை அறிய முடிகிறது. ஆகவே, வர்க்கத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப் படை ஆனால் மூலத்தில் அதில் பாதியளவு இலக்கங்கள் இருக்கும். வர்க்கத்தில் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படையானால் அதனோடு ஒன்றைக் கூட்டியதில் பாதி யளவு இலக்கங்கள் மூலத்தில் இருக்கும்.

காரணிகைகள்மூலம் வர்க்க மூலம் கண்டுபிடித்தல் :

மாதிரி : 1024இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி.

$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 8 \times 8$

[வழி : 2×2க்கு வ. மூலம் 2
2×2க்கு வ. மூலம் 2
8×8க்கு வ. மூலம் 2

$\therefore \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 8 \times 8} = 2 \times 2 \times 8$
$= 32$]

$\therefore \sqrt{1024} = 32$

மனக்கணக்குகள் (1) :

(i) பின் உள்ளவற்றிற்கு வர்க்கங்களைக் கூறுக :

6, 8, 11, 12, 13, 15, 16, 18, x, y, 2x, 3p.

(ii) பின் உள்ளவற்றின் வர்க்க மூலங்கள் யாவை ?

4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 256, x^2, a^2, $16x^2$, $25a^2$.

(iii) பின் உள்ளவற்றில் எவை எவை முழு வர்க்க எண்களாகும் ?

4, 7, 11, 16, 18, 25, 42, 60, 81, a^2, $14p^2$, x^9, $36x^2$.

(iv) கீழ்க்காணும் இலக்கங்களைக்கொண்டு முடிவடையும் எண்களின் வர்க்கங்கள் எவ்வெவ்விலக்கங்களைக்கொண்டு முடிவடையும் ?

1, 4, 7, 0, 2, 5, 8, 3, 6, 9.

(v) முழு வர்க்கங்கள் கீழ்க்காணும் இலக்கங்களைக் கொண்டு முடிவடைந்தால் அதனுடைய மூலங்கள் எவ்வெவ்விலக்கங்களைக்கொண்டு முடிவடையும் ?

4, 9, 6, 1, 5, 0.

(vi) கீழுள்ளவற்றின் வர்க்கங்களில் எத்தனை இலக்கங்கள் இருக்கும் ?

3, 8, 18, 64, 112, 528, 1312.

(vii) கீழ்க்கண்டவற்றின் வர்க்க மூலங்களில் எத்தனை இலக்கங்கள் இருக்கும் ?

49144; 1024; 12321; 253009;
4000000; 36048076.

(viii) கீழ்க்காணும் பரப்பைக்கொண்ட சதுரத்தின் பக்க நீளம் எவ்வளவு ?

121 ச.செ.மீ.; 196 ச.செ.மீ.; 144 ச.மீ.;
400 ச.மீ.; $9a^2$ ச.செ.மீ.

பயிற்சி 1 :

1. வர்க்க மூலம் கூறுக :

(i) $2\times2\times7\times7\times9\times9$ (ii) $5\times5\times8\times8\times11\times1$
(iii) $4\times4\times6\times6\times9$ (iv) $13\times13\times12\times16\times3$

2. காரணிகைகள்மூலம் வர்க்க மூலம் காணு :

(i) 324 (ii) 576 (iii) 729 (iv) 2025
(v) 900 (vi) 1296 (vii) 1024 (viii) 1521

3. பின் உள்ளவற்றில் எழுத்துக்களின் மதிப்புக்களைக் கண்டுபிடி :

(i) $x^2=36$ (ii) $x^2=121$ (iii) $2x^2=50$
(iv) $5a^2=20$ (v) $m^2+9=90$ (vi) $l^2-5=139$
(vii) $\frac{x^2}{4}=64$ (viii) $\frac{a^2}{13}=13$ (ix) $\frac{x}{5}=\frac{20}{x}$
(x) $\frac{x}{4}=\frac{9}{x}$

4. எந்த எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கக் கிடைக்கும் விடை 3025 ஆகும் ?

5. ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 484 சதுர மீட்டரானால் அதன் பக்கம் எவ்வளவு ?

6. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காணப் பயன்படும் சூத்திரம்

$A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. இதில் a, b, c என்பன △இன் பக்கங்கள். $s=\frac{a+b+c}{2}$ ஆகும் என்றால், பின் உள்ள பக்கங்களைக்கொண்ட △களின் பரப்புகளைக் கணக்கிடு :

(i) 5 செ.மீ., 12 செ.மீ., 13 செ.மீ.
(ii) 13 செ. மீ., 14 செ. மீ., 15 செ. மீ.
(iii) 12 செ.மீ., 10 செ.மீ., 10 செ.மீ.

வர்க்க மூலம்—வகுத்தல் முறை

மிகப் பெரிய எண்களுக்குக் காரணிமூலம் வர்க்க மூலம் காணக் காலம் அதிகமாகும். மேலும் முழு வர்க்க எண் அல்லாதவற்றிற்குக் காரணிமூலம் வர்க்க மூலம் காண முடியாது. இவ் வகைகளுக்கு வர்க்க மூலம் காண வகுத்தல் முறையைப் பின்பற்றுகின்றோம்.

மாதிரி : 1764இன் வர்க்க மூலம் கண்டுபிடி.

```
      42
   | 17,64
   | 16
82 |  164
   |  164
   |    0
```

முறை : படிகள்

(i) 17,64

(ii)
```
    4
  | 17,64
  | 16
  |  1
```

∴ வ. மூலம்=42

(iii)
```
    4
  | 17,64
  | 16
8 |  164
```

(iv)
```
      42
   | 17,64
   | 16
82 |  164
```

(v)
```
      42
   | 17,64
   | 16
82 |  164
   |  164
   |    0
```

முறை விளக்கம் : (i) ஒன்றாவது இடத்தில் தொடங்கி இரண்டிரண்டு இலக்கங்கள் தள்ளிக் காற்புள்ளியிட்டு, கொடுத்துள்ள எண்ணைக் கூறுகளாகப் பிரி. மாதிரிக்

கணக்கில் 17,64 என்ற இரு கூறுகள் கிடைக்கின்றன. (ii) முதற் கூறாகிய 17க்குச் சிறியதும் மிக நெருங்கியதுமான வர்க்கம் 16. அதன் மூலமாகிய 4ஐக் கோட்டுக்கு மேலே எழுதி 16 $(=4 \times 4)$ என்பதை 17இன் கீழே எழுதுக. 17இலிருந்து 16ஐக் கழிக்கக் கிடைக்கும் மீதி 1. (iii) அடுத்த கூறாகிய 64ஐ 1வுடன் சேர்த்து அதை 164 ஆகச் செய். அந்த 164க்கு இடப்புறம் மேலே உள்ள 4இன் இரு மடங்காகிய 8ஐ எழுதுக. (iv) இப்போது 8வுடன் ஓர் எண்ணைச் சேர்க்கக் கிடைப்பதை, சேர்த்த அந்த எண்ணாலேயே பெருக்க 164 அல்லது அதற்கு நெருங்கிய பெரிய எண் கிடைக்க வேண்டும். அப்படிச் சேர்க்கவேண்டிய எண் 2 என்பதனை அறிக. 2ஐ 8வுடன் சேர்க்க 82 கிடைக்கிறது. அந்த 2ஐ மேலே உள்ள 4வுடனும் சேர். அப்போது 42 கிடைக்கும். (v) மேலே 42இல் உள்ள 2ஆல் 82ஐப் பெருக்க 164 கிடைக்கிறது. அதை 82இன் வலக் கைப்புறம் உள்ள 164இன் கீழ் எழுதிக் கழிக்கக் கிடைப்பது 0 ஆகும். கோட்டிற்கு மேலே உள்ள 42 என்பது 1764இன் வர்க்க மூலம் ஆகும்.

மாதிரி :

$\sqrt{15129}$ எவ்வளவு ?

	123
	1,51,29
	1
22	51
	44
243	729
	729
	0

$\therefore \sqrt{15129} = 123$

மாதிரி :

$\sqrt{42025}$இன் மதிப்பென்ன ?

	205
	4,20,25
	4
405	2025
	2025
	0

$\therefore \sqrt{42025} = 205$

குறிப்பு: எண்ணின் தொடக்கக் கூறு ஓர் இலக்கமோ அல்லது இரண்டு இலக்கங்களோ கொண்டிருக்கலாம். அதன் பின் உள்ள மற்றக் கூறுகள் அனைத்தும் இரண்டிரண்டு இலக்கங்களைக் கொண்டிருக்கும்.

$$10 \times 10 = 100 \qquad 1000 \times 1000 = 1000000$$

$$100 \times 100 = 10000 \qquad 10000 \times 10000 = 100000000$$

$$\sqrt{100} = 10 \qquad \sqrt{1000000} = 1000$$

முழு வர்க்கத்தில் எத்தனை பூச்சியங்கள் உள்ளனவோ அதில் பாதியளவு பூச்சியங்கள் அதன் வர்க்க மூலத்தில் இருக்கும்.

மாதிரி : $\sqrt{9,00}=30$ $\sqrt{16,00,00}=400$

பயிற்சி 2 :

பின் உள்ள வர்க்கங்களுக்கு மூலங்களைக் கண்டுபிடி :

1. (i) 289, 361, 441, 576
   (ii) 1024, 3136, 2304, 4225
   (iii) 30625, 12321, 15129, 44944
   (iv) 207025, 329476, 461041, 660969
   (v) 4545424, 1879641, 21279769, 455566336

2. (i) 91809, 10404, 164025, 502681
   (ii) 1449616, 16144324, 4024036, 9042049

3. 8100, 1440000, 32400, 348100, 25200100

மாதிரி: ஒரு மணிச் சட்டத்தில் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளனவோ அத்தனை மணிகள் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ளன. சட்டத்தில் உள்ள மொத்த மணிகள் 625 என்றால், மணிச் சட்டத்தில் உள்ள வரிசைகள் எத்தனை ?

சட்டத்தில் உள்ள வரிசைகள் x எனக் கொள்.
ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள மணிகள் $=x$
∴ மொத்தம் உள்ள மணிகள் $=x \cdot x=x^2$

$x^2=625$

$x=\sqrt{625}=25$

∴ மணிச் சட்டத்தில் உள்ள வரிசைகள் $=25$.

பயிற்சி 3 :

1. ஒரு தென்னந்தோப்பில் சில வரிசைகளில் மரங்கள் உள்ளன. அங்கு எத்தனை வரிசைகள் உள்ளனவோ அத்தனை மரங்கள் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ளன. தோப்பிலுள்ள மொத்த மரங்கள் 4096 ஆனால், அங்குள்ள வரிசைகள் எத்தனை ?

2. ஒவ்வொரு வரிசையிலும் எத்தனை பேர்கள் இருக்கிறார்களோ, அத்தனை வரிசைகள் இருக்கும்படி 5184 பேர்

கள் நிறுத்தப்படுகிறார்கள். ஒவ்வொரு வரிசையிலும் இருப்பவர் எத்தனை பேர்கள்?

3. பக்தர் கூட்டம் ஒன்று பழநி சென்றது. அக் கூட்டத்தில் இருந்தவர்களைப்போல் 12 மடங்கு பிச்சைக்காரர்கள் அங்கு இருந்தார்கள். பக்தர் ஒவ்வொருவரும் பிச்சைக்காரர் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 பை. வீதம் கொடுத்ததில் ஏற்பட்ட மொத்தச் செலவு ரூ. 4·32 ஆனால் சென்ற பக்தர்கள் எத்தனை பேர்கள்?

4. சில எண்களின் சராசரி, அந்த எண்களின் எண்ணிக்கையைப்போல் 4 மடங்காகும். அந்த எல்லா எண்களின் கூடுதல் 2304 ஆனால் உள்ள எண்கள் எத்தனை? அவற்றின் சராசரி எவ்வளவு?

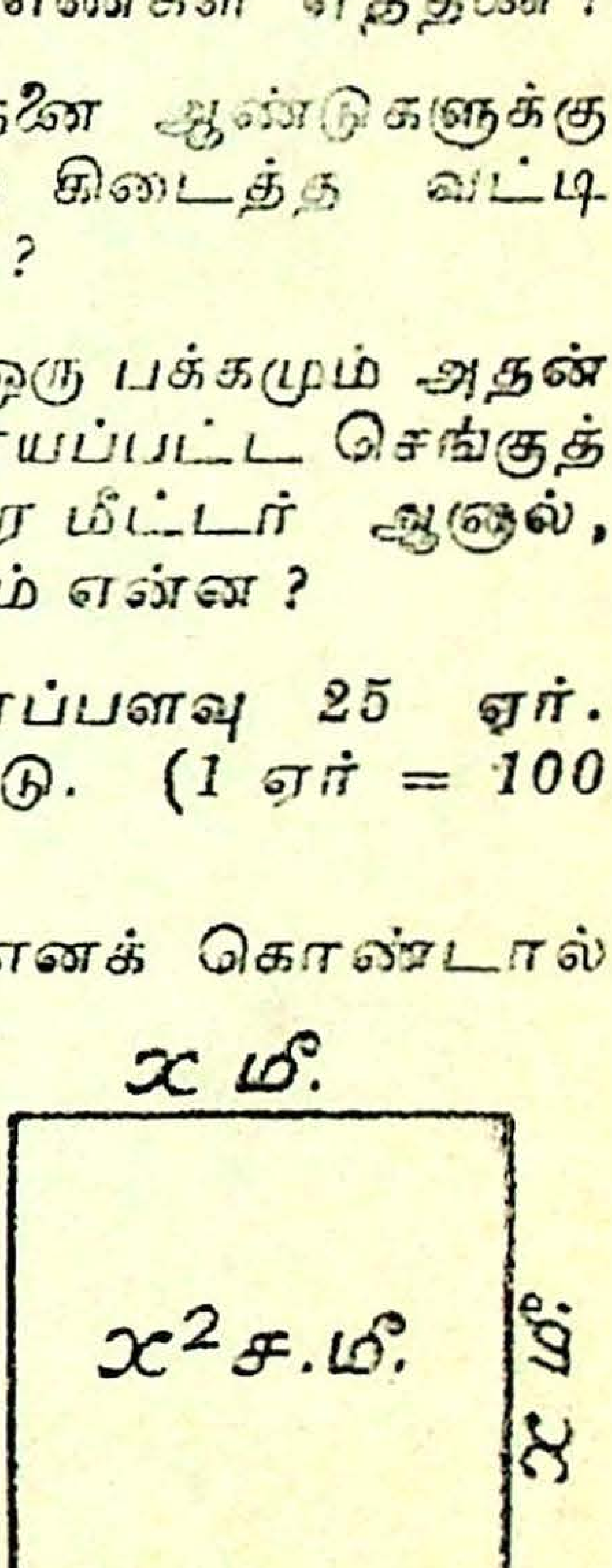
5. ஒரு தேர்வு எழுதிய மூவரின் எண்கள் முதலாமவருக்கும் இரண்டாமவருக்கும் என்ன விகிதமோ, அதே விகிதம் இரண்டாமவருக்கும் மூன்றாமவருக்கும் ஆகும். முதலாமவருடைய எண்கள் 64. மூன்றாமவருடைய எண்கள் 36 என்றால், இரண்டாமவர் பெற்ற எண்கள் எத்தனை?

6. வட்டி என்ன சதவீதமோ அத்தனை ஆண்டுகளுக்கு ரூ. 500ஐத் தனிவட்டிக்கு விட்டதில் கிடைத்த வட்டி ரூ. 320 என்றால், வட்டி சதவீதம் என்ன?

7. ஒரு முக்கோண வடிவ வயலில் ஒரு பக்கமும் அதன் மீது அதன் எதிர் முனையில் இருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்தும் சமம். அதன் பரப்பு $1740\frac{1}{2}$ சதுர மீட்டர் ஆனால், முக்கோணத்தின் அந்தப் பக்கத்தின் நீளம் என்ன?

மாதிரி: ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பளவு 25 ஏர். அதன் சுற்றளவு யாது? மீட்டரில் கொடு. (1 ஏர் = 100 சதுர மீட்டர்.)

சதுர நிலத்தின் பக்கம் x மீட்டர் எனக் கொண்டால் அதன் பரப்பு $= x \cdot x$ ச. மீ. $= x^2$ ச. மீ.



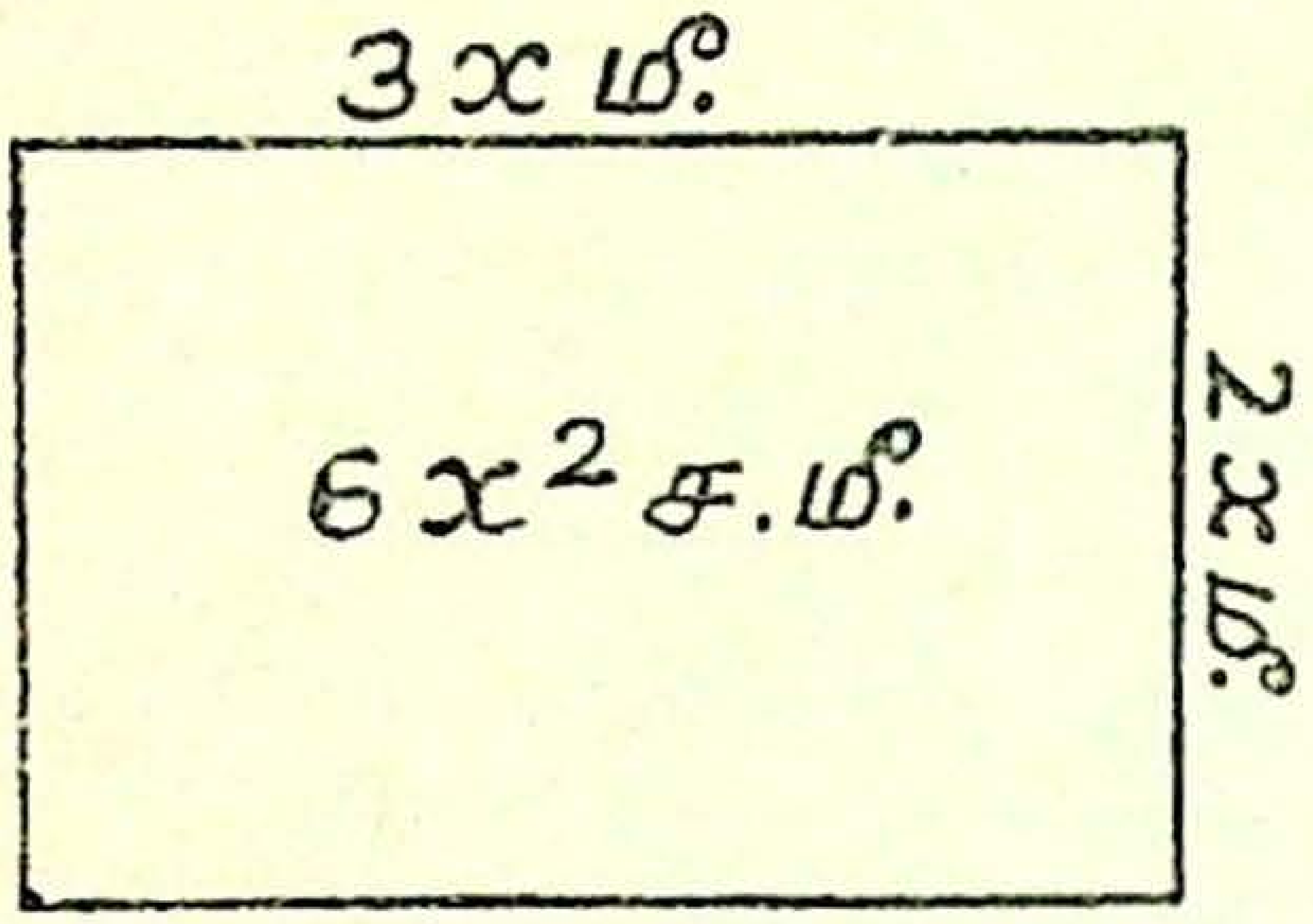
$x^2 = 25 \times 100 = 2500$

$x = \sqrt{2500} = 50$

∴ சதுரத்தினுடைய பக்கம் = 50 மீ.

∴ சதுரத்தினுடைய சுற்றளவு $= 4 \times 50$ மீ. $= 200$ மீ.

மாதிரி: ஒரு செவ்வக நிலத்தின் நீளமும் அகலமும் 3 : 2 என்ற விகிதத்திலுள்ளன. அதன் பரப்பு 24 ஏர். அதைச் சுற்றி வேலிபோட ஒரு மீட்டருக்கு $\frac{1}{4}$ ரூபாய் வீதம் என்ன செலவாகும்?



செவ்வகத்தின் நீளம் 3x மீ. எனக்கொள்.

∴ அதன் அகலம் 2x மீ.

∴ அதன் பரப்பு $= 3x \times 2x$ ச.மீ.
$= 6x^2$ ச.மீ.

$\therefore\ 6x^2 = 24 \times 100$

$$\therefore\ x^2 = \frac{\overset{4}{\cancel{24}} \times 100}{\cancel{6}} = 400$$

$\therefore\ x = \sqrt{400} = 20$

∴ நீளம் $= 3 \times 20$ மீ. $= 60$ மீ.

அகலம் $= 2 \times 20$ மீ. $= 40$ மீ.

∴ சுற்றளவு $= 2\,(l+b)$

$= 2\,(60+40)$ மீ.

$= 2 \times 100$ மீ. $= 200$ மீ.

1 மீ.க்கு வேலி போடச் செலவு $= \frac{1}{4}$ ரூ.

∴ 200 மீ.க்கு வேலி போடச் செலவு = ரூ. $\overset{50}{\cancel{200}} \times \frac{1}{\cancel{4}}$

= ரூ. 50 விடை

பயிற்சி 4:

1. கீழ்க்காணும் பரப்பையுடைய சதுரத்தின் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி:

(i) 36 ஏர் (ii) 4·84 ஏர் (iii) 15129 ச. மீ. (iv) 2 ஏர் 25 ச. மீ. (v) 4 ஹெக்டேர் (vi) 1·21 ஹெக்டேர்.

2. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளமும் அகலமும் 3 : 2 என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன. அதன் பரப்பு 54 ஏர். அவ்

வயலைச் சுற்றி வேலிபோட மீட்டருக்கு 15 பை. வீதம் என்ன செலவாகும்?

3. ஒரு செவ்வக வயலின் பரப்பு 12288 சதுர மீட்டர். அதன் நீளமும் அகலமும் 4 : 3 என்ற விகிதத்திலிருந்தால் அதன் சுற்றளவு யாது?

4. ஒரு செவ்வக நிலத்தின் நீளம், அதன் அகலத்தைப் போல் $1\frac{1}{2}$ மடங்கு. அதன் பரப்பு 1·5 ஹெக்டேர். அதன் நீளம் எவ்வளவு?

5. ஒரு சதுரமான குளத்தின் பரப்பு 20736 சதுர மீட்டர். அதைச் சுற்றி வெளியில் நாற்புறமும் 3 மீட்டர் அகலத்திற்குக் கல் பாவச் சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 2·50 வீதம் என்ன செலவாகும்?

6. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் 243 மீட்டர்; அகலம் 75 மீட்டர். அதே பரப்புள்ள ஒரு சதுர வயலின் பக்கம் எத்தனை மீட்டர்?

7. ஒருவரிடம் 9216 சதுர மீட்டர் பரப்புள்ள ஒரு சதுர வயலும், அதே பரப்புள்ள மற்றொரு செவ்வக வயலும் உள்ளன. செவ்வக வயலின் நீளமும் அகலமும் 9 : 4 என்ற விகிதத்திலுள்ளன. மீட்டருக்கு 20 பை. வீதம் ஒவ்வொரு நிலத்தைச் சுற்றியும் வேலிபோடச் சமமான தொகையே செலவழியுமென அவர் நினைக்கிறார். அவர் நினைப்பது தவறு என்று காட்டுக.

3. ஒரு முக்கோண வடிவ வயலின் அடிப்பக்கமும் செங்குத்து உயரமும் முறையே 5 : 4 என்ற விகிதத்திலுள்ளன. அதன் பரப்பு 11560 சதுர மீட்டர் ஆனால் அதன் அடிப்பக்க நீளம் எவ்வளவு? செங்குத்து உயரம் எவ்வளவு?

9. 1 : 750 என்ற அளவுத் திட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட ஒரு சதுர நிலத்தின் கிடைப்படம் 16 ச. செ. மீ. பரப்புடையதாயுள்ளது என்றால், அந்த நிலத்தின் சுற்றளவு எத்தனை மீட்டராகும்?

10. ஒரு மன்றத்தின் நீள, அகல, உயரங்கள் முறையே 8 : 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அம் மன்றத்தின் நான்கு சுவர்களின் பரப்பு 500 சதுர மீட்டர் ஆனால், அதன் நீள, அகல, உயரங்களைத் தனித்தனியே கண்டுபிடி.

சாதாரண பின்னங்களின் வர்க்க மூலம்

$$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9} \qquad \therefore \sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a^2}{b^2} \qquad \therefore \sqrt{\frac{a^2}{b^2}}=\frac{a}{b}$$

ஒரு பின்னத்தின் வர்க்க மூலம், வர்க்கத்தின் தொகுதியின் மூலத்தைத் தொகுதியாகவும், பகுதியின் மூலத்தைப் பகுதியாகவும்கொண்ட ஒரு பின்னமாகும்.

$\sqrt{\frac{12}{27}}$ இல் 12வும், 27வும் முழு வர்க்கங்கள் அல்ல.

ஆனாலும் $\frac{12}{27}=\frac{4}{9}$; $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$; $\therefore \sqrt{\frac{12}{27}}=\frac{2}{3}$ ஆகும்.

ஆகவே பின்னத்தின் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடிக்கு முன் அதை அதம ரூபத்திற்கு மாற்றிக்கொள்ள வேண்டும். கலப்பு எண்ணாக இருந்தால் முதலில் அதைத் தகாப் பின்னமாக மாற்றிப் பிறகு தொகுதிக்கும் பகுதிக்கும் தனித் தனியே வர்க்க மூலம் காணுக.

தசம பின்னங்களின் வர்க்க மூலங்கள்

$0\cdot1^2 = \cdot01$	$0\cdot12^2 = \cdot0144$	$0\cdot123^2 = \cdot015129$
....	....	....
$0\cdot5^2 = \cdot25$	$0\cdot25^2 = \cdot0625$	$0\cdot201^2 = \cdot040401$
....	....	....
$0\cdot9^2 = \cdot81$	$0\cdot32^2 = \cdot1024$	$0\cdot612^2 = \cdot374544$
....	....	....

மேலுள்ளவற்றிலிருந்து தசம பின்னத்தின் முழு வர்க்கத்தில் எப்போதும் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படை யாக இருக்கும் என அறிகிறோம்.

தசம பின்னங்களுக்கு வர்க்க மூலம் கண்டுபிடிக்க வேண்டுமானால், தசமப்புள்ளியிலிருந்து தொடங்கி வலப் புறம் அதை இரண்டிரண்டு இலக்கங்கள்கொண்ட கூறு களாக்கிப் பிறகு முன்பு முழு எண்களுக்குச் செய்தது போலவே செய்க.

நினைவுக்கு : முழு எண்களாயின் ஒன்றுவது இடத்திலிருந்து தொடங்கி இடப்புறம் இரண்டிரண்டு இலக்கங்கள் கொண்ட கூறுகளாக்குகின்றோம். தசம பின்னமாயின் புள்ளியில் தொடங்கி வலப்புறம் இரண்டிரண்டு இலக்கங்கள் கொண்ட கூறுகளாக்குகின்றோம்.

மாதிரி :- 0·6084 இன் வர்க்க மூலம் கண்டுபிடி.

	0·78
	0·60,84
	49
148	1184
	1184
	0

[வழி : புள்ளியில் தொடங்கி வலப்புறம் 60,84 என்ற இரு கூறுகளை உண்டாக்குக.]

$\therefore \sqrt{0\cdot6084} = 0\cdot78$

மாதிரி : 468·2896 இன் வர்க்க மூலம் காணுக.

	21·64
	4,68·28,96
	4
41	68
	41
426	2728
	2556
4324	17296
	17296
	0

[வழி : முழு எண் 468 இல் 8 இல் தொடங்கி 4,68 என்ற இரு கூறுகளையும், தசம பின்னம் ·2896 இல் புள்ளியில் தொடங்கி ·28,96 என்ற இரு கூறுகளையும் உண்டாக்கிக் கொள்க.]

$\therefore \sqrt{468\cdot2896} = 21\cdot64$

மனக்கணக்குகள் (2) :

வர்க்க மூலம் கூறுக :

(i) $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{16}{81}$, $\frac{8}{18}$, $\frac{50}{72}$.

(ii) $2\frac{1}{4}$, $1\frac{7}{9}$, $1\frac{9}{16}$, $2\frac{7}{9}$, $5\frac{1}{16}$, $1\frac{21}{100}$.

(iii) 0·09, 0·04, 0·25, 0·0016, 0·0144, 0·0064.

(iv) 1·21, 2·25, 1·69, 1·44, 2·56, 1·96.

பயிற்சி 5:

1. வர்க்க மூலம் கண்டுபிடி :

(i) $\frac{1600}{1849}$ (ii) $\frac{2601}{4356}$ (iii) $\frac{729}{10816}$ (iv) $\frac{1024}{1225}$

2 வர்க்க மூலம் கண்டுபிடி :

(i) 0·2025 (ii) 0·2704 (iii) 0·0121

(iv) 0·252004 (v) 0·036481 (vi) 0·047089

(vii) 0·005329 (viii) 0·00001936 (ix) 0·00000144

8. வர்க்க மூலம் காணுக :

(i) 1·3924 (ii) 58·0644 (iii) 547·56

(iv) 539·6329 (v) 1108·89 (vi) 4369·21

(vii) 64·8025 (viii) 8154·09 (ix) 41371·56

(x) 97475·0841 (xi) 6567·4816 (xii) 11043·9081

4. ஒரு சதுரத்தின் பரப்பு $6806\frac{1}{4}$ சதுர மீட்டர் என்றால், அதன் பக்க நீளம் எவ்வளவு?

5. நீளமும் அகலமும் 4 : 3 என்ற விகிதத்திலுள்ள ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பு 1966·08 சதுர மீட்டர் ஆனால், அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

முழு வர்க்கமல்லாத எண்களின் வர்க்க மூலம்

முழு வர்க்கமல்லாத எண்களுக்கு வர்க்க மூலங்களை ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு தோராய மதிப்பாகத்தான் கூற முடியும்.

மாதிரி :

$\sqrt{20}$ஐ இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் காணுக.

```
          4·472
     | 20·00,00,00
     | 16
  84 |  400
     |  336
 887 |   6400
     |   6209
8942 |    19100
```

$\therefore \sqrt{20} = 4·47$

மாதிரி : $\sqrt{112·5}$இன் மதிப்பை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

```
            10·606
      | 1,12·50,00,00
      | 1
  206 |   1250
      |   1236
21206 |     140000
```

$\therefore \sqrt{112·5} = 10·61$

பயிற்சி 6:

1. 2, 3 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களை மூன்று தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடிக்கவும். (இவற்றை மனப் பாடம் செய்து கொள்க.)

2. 42; 60; 85 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களை இரண்டு பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

3. 12·6; 43·8; 2·62 இவற்றின் வர்க்க மூலகங்களை இரண்டு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

4. 1810; 127·083 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களை மூன்று பொருளுடைய இலக்கங்கள் திருத்தமாகக் காணுக.

வர்க்க மூலம்—சில முறைகள்

I. $\sqrt{16\times 9}=\sqrt{144}=12 \ldots\ldots \sqrt{16\times 9}=\sqrt{16}\times\sqrt{9}$

$=4\times 3=12$

$\sqrt{16\div 9}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}\ldots\ldots\sqrt{16\div 9}=\sqrt{16}\div\sqrt{9}$

$=4\div 3=\frac{4}{3}$

$\sqrt{1+9}=\sqrt{25}=5\ldots\ldots\sqrt{16+9}$ஐ$\sqrt{16}+\sqrt{9}$

என எடுத்தால் விடை தவறாகும்.

$\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4\ldots\ldots\sqrt{25-9}$ஐ$\sqrt{25}-\sqrt{9}$

என எடுத்தால் விடை தவறாகும்.

அறிவது:

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$	$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$
$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{a-b}\neq\sqrt{a}-\sqrt{b}$

மாதிரி: $\sqrt{3} = 1\cdot 732$ ஆனால், $\sqrt{27}$இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

$$\sqrt{27}=\sqrt{3\times 9}=\sqrt{3}\times\sqrt{9}=1\cdot 732\times 3$$

$$=5\cdot 196 \text{ விடை}$$

II. பின் உள்ளவற்றை நன்கு கவனி :

$$\sqrt{15129} = 123 \qquad \sqrt{1\cdot5129} = 1\cdot23$$
$$\sqrt{151\cdot29} = 12\cdot3 \qquad \sqrt{\cdot015129} = \cdot123$$

இதிலிருந்து வர்க்கத்தில் தசமப்புள்ளி ஒரு திசையில் எத்தனை இலக்கங்கள் நகருகின்றதோ, அதில் பாதியளவு அதே திசையில் மூலத்தில் நகரும் என்பதை அறிகிறோம். (இஃது எப்படி ஏற்படுகிறது என்ற வினாவிற்குரிய விடையைச் சிந்தித்து அறிக.)

மாதிரி : 9·7344இன் வர்க்க மூலம் 3·12 ஆனால், 973·44, 97344, 0·097344 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் கூறுக:

$$\sqrt{9\cdot7344} = 3\cdot12 \quad \therefore \sqrt{873\cdot44} = 3\cdot12$$
$$\sqrt{97344} = 312$$
$$\sqrt{0\cdot097344} = 0\cdot312$$

மாதிரி : 432 என்பதை முழு வர்க்கமாக்கக் குறைந்தது எந்த எண்ணால் பெருக்கவேண்டும் ?

432ஐக் காரணிகளாகப் பிரி.

$432 = 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3$

4×4, 3×3 இவை முழு வர்க்கங்கள். இவை போக ஒரு 3 தனியே உள்ளது. அதுவும் 3×3 ஆனால் ஒரு முழு வர்க்கமாகும்.

$\therefore$ $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3$ என்பதை 3ஆல் பெருக்க முழு வர்க்கம் ஆகும்.

$\therefore$ 432ஐ 3ஆல் பெருக்க அஃது ஒரு முழு வர்க்கம் ஆகும்.

பயிற்சி 7 :

1. $\sqrt{2} = 1\cdot414$ ஆனால், 18, 32, 162, 200 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் கண்டுபிடி :

2. $\sqrt{5} = 2\cdot236$ ஆனால், 20, 80, 45, 125, 500 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களைக் கண்டுபிடி.

3. $\sqrt{3}=1\cdot732$ எனக்கொண்டு பின் உள்ளவற்றின் வர்க்க மூலங்களை இரண்டு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி :

(i) $\frac{27}{16}$ (ii) $\frac{12}{25}$

4. $457\cdot96$இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி. அதைக் கொண்டு $4\cdot5796$, $0\cdot045796$, 45796 ஆகியவற்றின் வர்க்க மூலங்களை எழுதுக.

5. $13\cdot3225$இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி. விடையைக்கொண்டு பின் உள்ளவற்றிற்கு வர்க்க மூலங்களை எழுதுக :

$1332\cdot25$; $0\cdot133225$; $0\cdot00133225$; 133225.

6. கீழுள்ளவற்றைக் குறைந்தது எந்த எண்ணால் பெருக்க முழு வர்க்கம் கிடைக்கும் ?

(i) 180 (ii) 72 (iii) 150 (iv) 216 (v) 432

7. கொடுத்துள்ள சூத்திரங்களில் rஐ மற்ற எழுத்துக்கள் மூலம் கூறுக :

(i) $A=\pi r^2$ (ii) $V=\pi r^2h$ (iii) $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$ (iv) $A=4\pi r^2$.

8. $d=\sqrt{l^2+b^2}$ என்ற சூத்திரத்தில், $l=24$, $b=18$ ஆனால், dஇன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

9. $A=\pi r^2$ என்ற சூத்திரத்தில், $A=2464$; $\pi=3\frac{1}{7}$ ஆனால் rஇன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

10. ஒரு பரந்த சம தரையில் நிற்கும் ஒருவரது கண்கள் தரைமட்டத்திற்குமேல் x மீட்டரில் இருப்பதாகவும், அப்போது அவர் நாற்புறமும் பார்க்கக்கூடிய தூரம் d கி. மீ. எனவும் கொண்டால், dஐ $64d^2=45x$ என்ற சூத்திரம்மூலம் காணலாம். இதைக்கொண்டு அடியில் உள்ள கணக்குகளைச் செய்க :

(i) 180 செ.மீ. உயரமுள்ள ஒருவர் தம்மைச் சுற்றிலும் ஒவ்வொரு திசையிலும் பார்க்கக்கூடிய தூரம் எத்தனை கிலோ மீட்டர் ? (விடை 1 தசம இடத்.திருத்தமாக)

(ii) 62·2 மீட்டர் உயரமுள்ள குன்றின்மீது நிற்கும் 1·8 மீட்டர் உயரமுள்ள ஒருவர் ஒவ்வொரு திசையிலும் எவ்வளவு கிலோ மீட்டர் தூரத்தைப் பார்க்கமுடியும்? (விடை கிலோ மீட்டர்த் திருத்தமாக)

பயிற்சி 8 :

1. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் அதன் அகலத்தைப் போல் 3 மடங்கு. அதன் பரப்பு 27 ஹெக்டேர். மீட்டருக்கு ரூ. $\frac{3}{4}$ வீதம் அதைச் சுற்றி வேலி போட என்ன செலவு ஆகும்?

2. 64 ஏர் பரப்புள்ள சதுரமான நிலத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறமாக $2\frac{1}{2}$ மீட்டர் அகலத்தில் ஒரு பாதை இருக்கிறது. சதுர மீட்டருக்கு 20 பை. வீதம் அப் பாதைக்குக் கப்பிபோட என்ன செலவாகும்?

3. ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பு 2·56 ஹெக்டேர். அதன் உட்புறத்தில் $2\frac{1}{2}$ மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு பாதை உள்ளது. சதுர மீட்டருக்கு 10 பை. வீதம் அதைச் செப்பனிட என்ன செலவாகும்?

4. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் அகலத்தைப் போல் நான்கு மடங்கு. ஏருக்கு ரூ. 2·50 வீதம் அதற்குத் தீர்வை ரூ. 250 ஆகிறது. அதைச்சுற்றி வேலிபோட 100 மீட்டருக்கு ரூ. 15·75 வீதம் என்ன செலவாகும்?

5. ஒரு சம சதுர உருவமுள்ள விளையாட்டு இடத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறமாக ஒரே அகலமுள்ள பாதை போடப்பட்டிருக்கிறது. பாதையின் பரப்பு 1900 சதுர மீட்டர். பாதையோடு விளையாட்டிடத்தின் பரப்பு 1 ஹெக்டேர். பாதையின் அகலம் என்ன?

6. ஒரு செவ்வக வடிவ வயலின் நீளம் 360 மீட்டர்; அகலம் $22\frac{1}{2}$ மீட்டர். பரப்பில் அதற்குச் சமமான ஒரு சதுர வயலின் பக்க அளவைக் கண்டுபிடி.

7. ஒரு செவ்வக வடிவப் புல்தரையின் நீளம் அதன் அகலத்தைப்போல் $1\frac{1}{2}$ மடங்கு. அதைச் சமப்படுத்தச் சதுர மீட்டருக்கு 12 பை. வீதம் ரூ. 288 செலவு ஆகிறது. மீட்டர் ஒன்றுக்கு 25 பை. வீதம் அதைச் சுற்றி வேலிபோட என்ன செலவாகும்?.

8. 1274·49இன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி. அதிலிருந்து 127449, 0·00127449 இவற்றின் வர்க்க மூலங்களை எழுதுக. (S. S. L. C.)

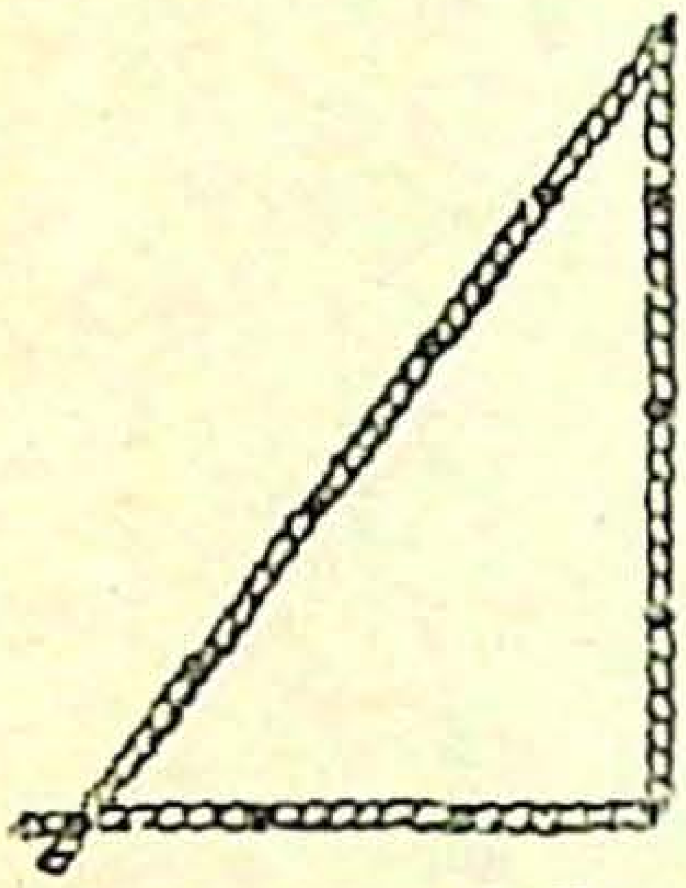
9. ஒரு செவ்வக நிலத்தின் பக்கங்கள் 2 : 3 என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன. அதன் பரப்பு 54 ஏர். அந்த நிலத்தைச் சுற்றிக் கம்பி வேலிபோட ரூ. 585 செலவு ஆகிறது. வேலிபோட 1 மீட்டர் நீளத்திற்கு என்ன செலவு ஆகிறது ?

10. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் அதன் அகலத்தைப் போல் இரு மடங்கு. வயலின் பரப்பு 406802 சதுர மீட்டர். அதைச் சுற்றிலும் வேலிபோட மீட்டர் ஒன்றுக்கு 10 பை. வீதம் என்ன செலவாகும் ?

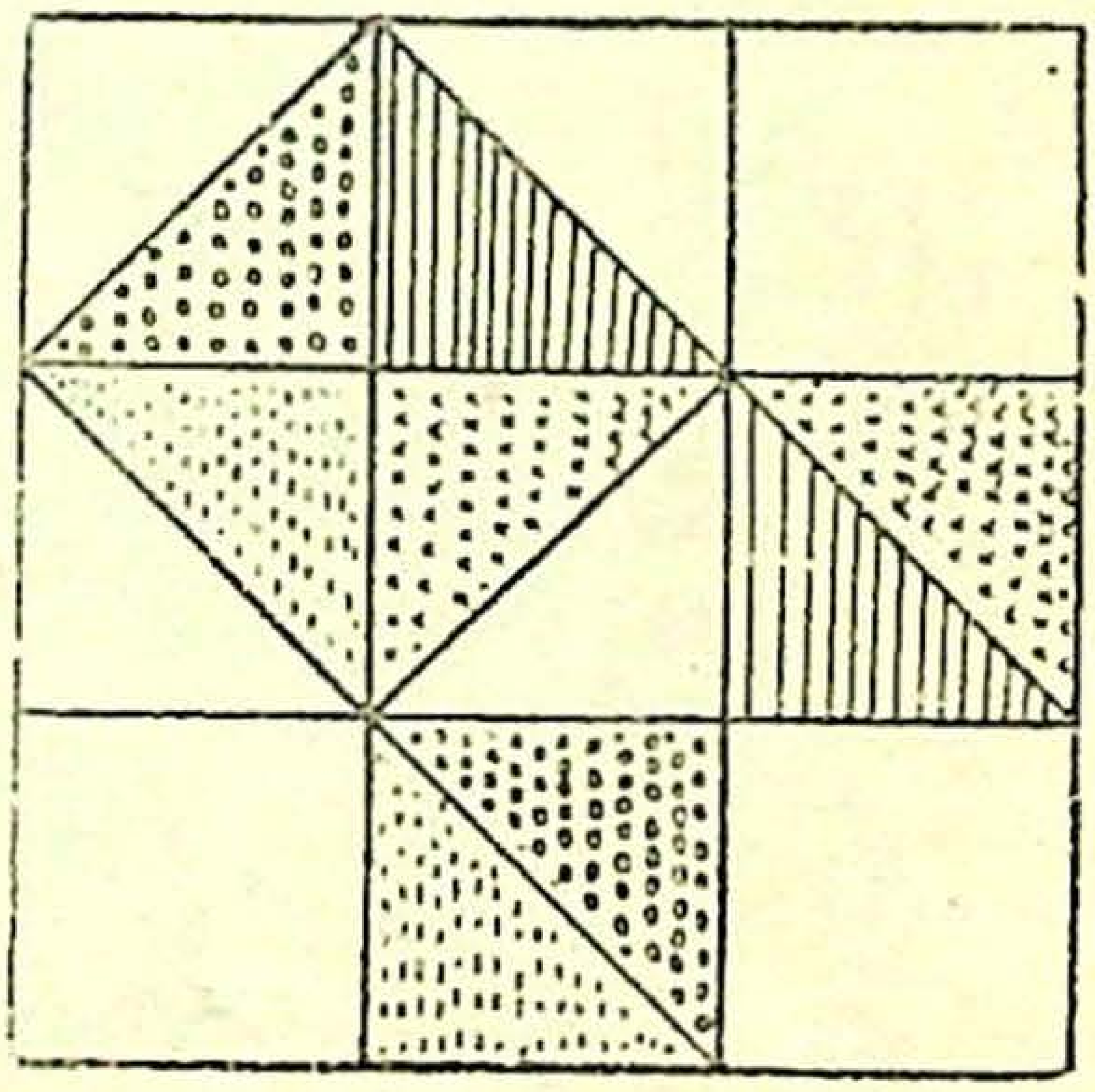
9. பித்தகோரஸ் உணர்த்திய உண்மையும் அதன் பயன்பாடும்

(Pythagoras property of a right-angled triangle and its application)

ஏறத்தாழ 3600 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே பக்க அளவுகள் 3, 4, 5 உள்ள முக்கோணத்தின் ஒரு தனிப் பண்பைக் கணித உலகு அறிந்திருந்தது. அம் முக்கோணம் ஒரு செங்கோண முக்கோணம் என்பதையும், செங்கோணம் 3, 4 ஆகிய பக்கங்களுக்கிடையே அமைந்திருக்கும் என்பதனையும் அறிந்திருந்தனர். இதை எகிப்திய நில அளவையாளர்களும் பயன்படுத்தி வந்தனர். அவர்கள் 12 சம இடைவெளிகள் இருக்கும்படி முடிகள்கொண்ட கயிற்றைக்கொண்டு, 3, 4, 5 இடைவெளிகள் இருக்கும்படியான மூன்று பக்கங்களைக் கொண்ட முக்கோணம் அமைத்தனர். 5 இடைவெளிகளைக்கொண்ட பக்கத்திற்கு எதிரேயுள்ள கோணம் செங்கோணமாய் அமைந்தது.



மேலும் செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடக்கிக் கொண்டிருக்கக்கூடிய பக்கங்கள் சமமாயிருந்தால், இச் சமபக்கங்களின் மேலுள்ள சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பானது, செங்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள பக்கத்தின் மேலுள்ள சதுரத்தின் பரப்புக்குச் சமமாக இருக்கும் என்பதனையும் அறிந்திருந்தனர். இதை அருகே காட்டியுள்ள படத்தைக்கொண்டு நீங்கள் அறியலாம். சமசதுரக் கற்கள் கொண்டு தரையைப் பாவியுள்ள ஓர் இடத்தின் ஒரு பகுதியைக் கொண்டு படத்தில் காட்டியிருப்பதை நீங்கள் தெளிவாக அறியமுடியும்.

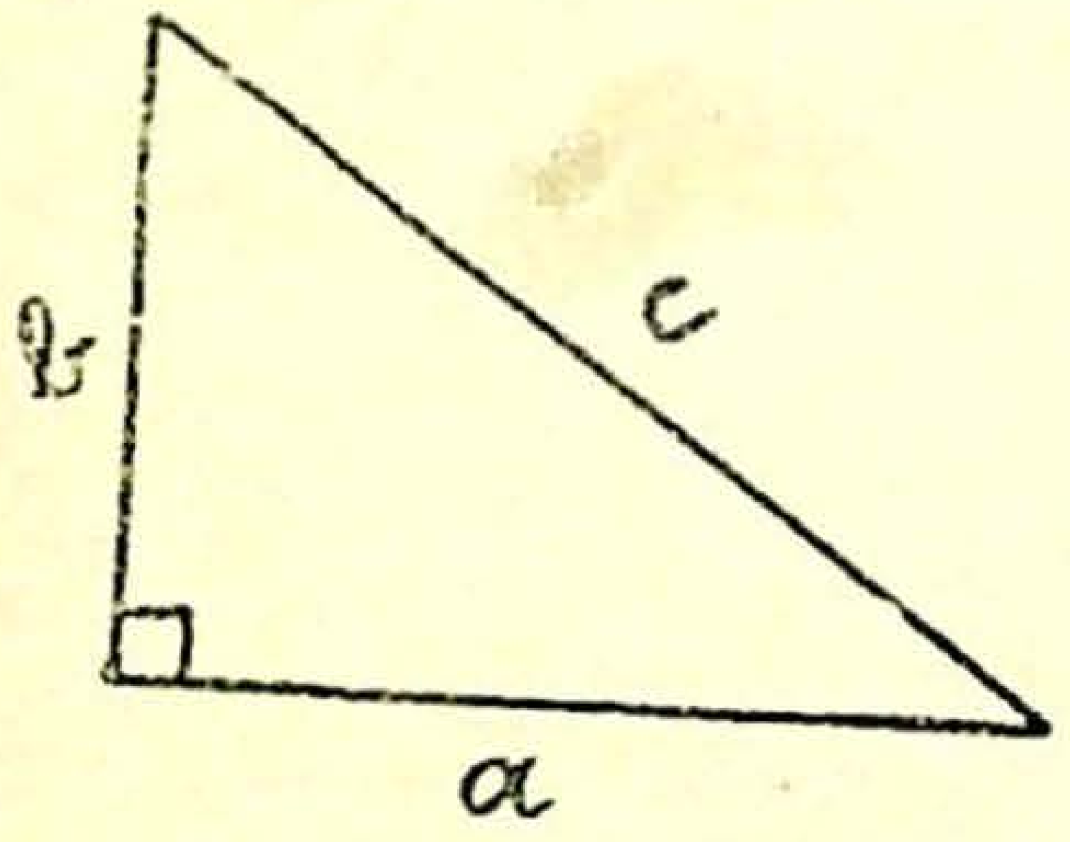


இந்தப் பண்பு எல்லாச் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் உண்டு என்பதனை நிரூபித்தவர் கி. மு. 6ஆம் நூற்றாண்டில் கிரேக்க நாட்டில் வாழ்ந்த கணித மேதை பித்தகோரஸ் ஆவார்.

பித்தகோரஸ் உணர்த்திய உண்மை: ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின்மேல் அமைந்துள்ள சதுரத்தின் பரப்பானது, மற்ற இரு பக்கங்களின்மேல் அமைந்துள்ள சதுரங்களின் மொத்தப் பரப்பிற்குச் சமமாக இருக்கும்.

[கர்ணம் என்பது செங்கோணத்திற்கு எதிரில் உள்ள பக்கமாகும். அதுவே, செங்கோண △இன் மிகப் பெரிய பக்கமும் ஆகும்.]

பித்தகோரஸ் உண்மைப்படி: $c^2 = a^2 + b^2$



பித்தகோரஸின் இவ் வுண்மையைப் பின்வருமாறு ஒரு படம் வரைந்து நீங்களே சோதித்துப் பார்க்கலாம்.

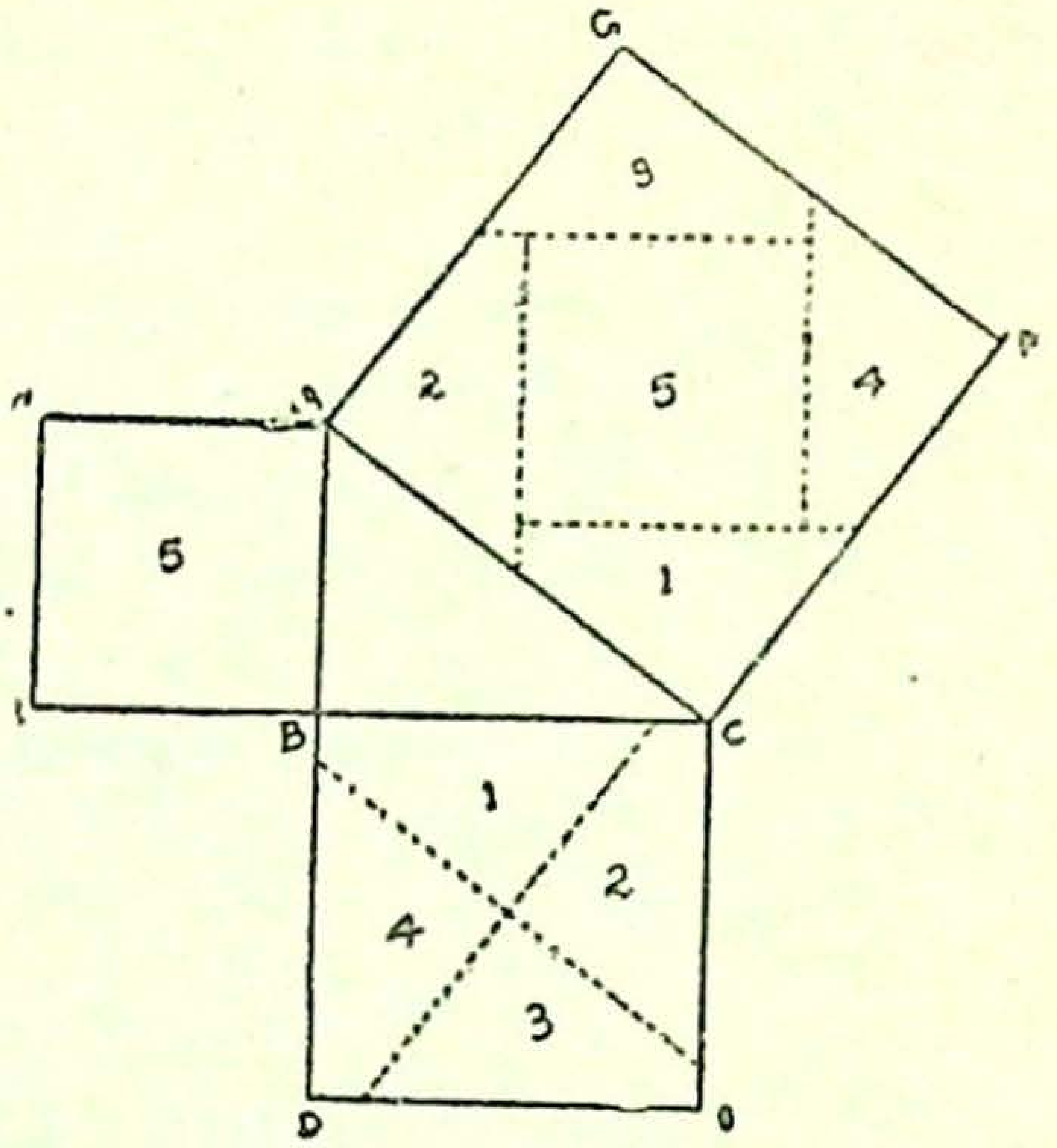
ஓர் அட்டையில் ABC என்ற செங்கோண △ஐ வரை. அதில் $\angle B = 90°$.

(i) ஒவ்வொரு பக்கத்தின்மேலும் ஒரு சதுரம் வரைக.

(ii) BCஇன் மேல் வரைந்த சதுரத்தின் மையப் புள்ளியைக் குறி. (மூலைவிட்டங்கள் சேரும் இடம் மையப் புள்ளி ஆகும்.) அப் புள்ளி வழியே கர்ணம் ACக்கு இணையாகவும், செங்குத்தாகவும் இருக்கும்படி கோடுகள் வரைந்து சதுரத்தைப் படத்தில் காட்டியபடி 4 பிரிவுகளாகச் செய்.

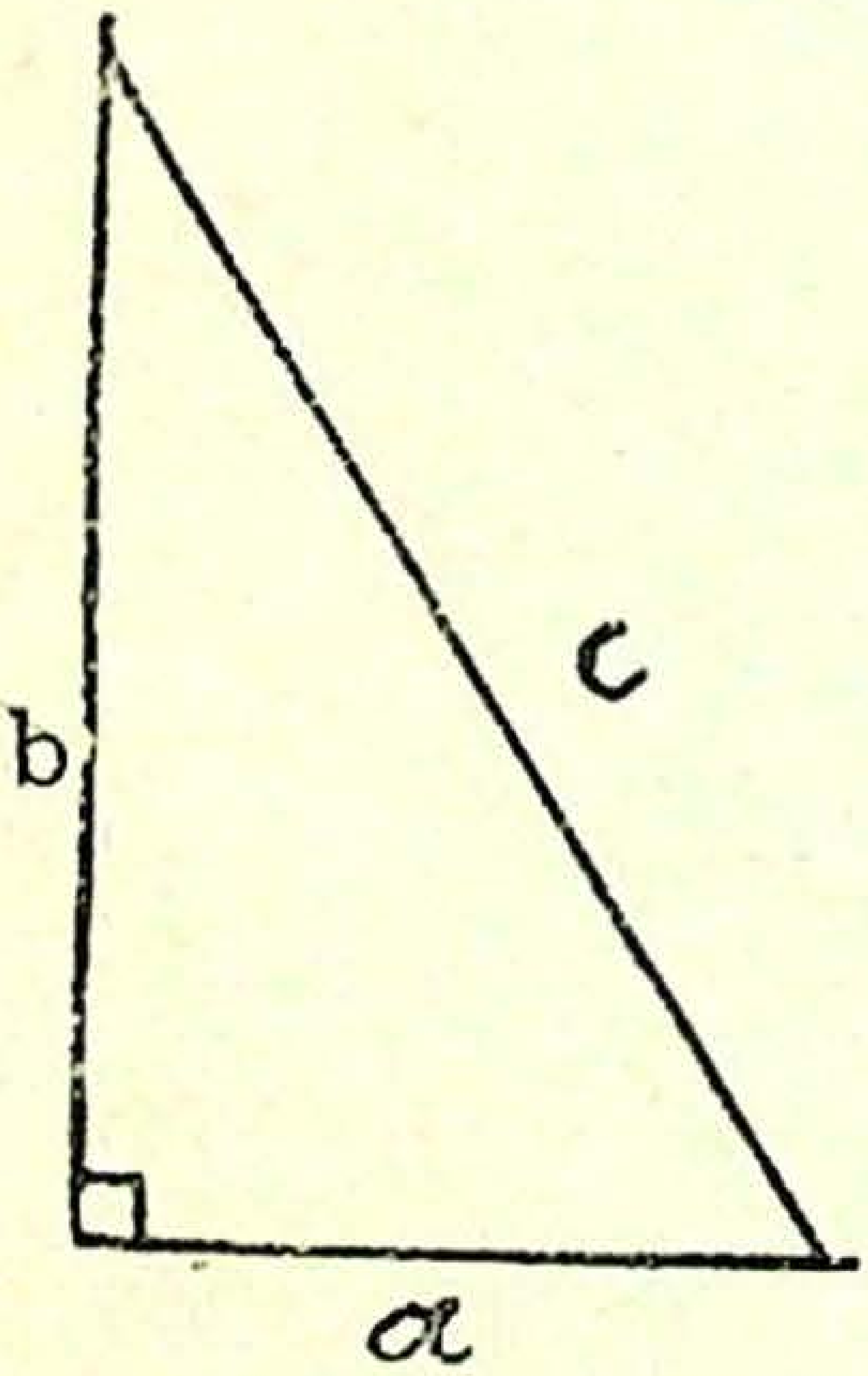
(iii) AC என்ற பக்கத்தின்மேல் அமைந்துள்ள சதுரத்தின் பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறி. அவற்றின் வழியே படத்தில் காட்டியபடி BCக்குச் செங்குத்தாகவும், இணையாகவும் நேர் கோடுகள் வரைக. இதனால் அச் சதுரத்தில் படத்தில் காட்டியபடி ஒரு சதுரமும், அதைச் சுற்றிலும் நான்கு நாற்கரங்களும் கிடைக்கும்.

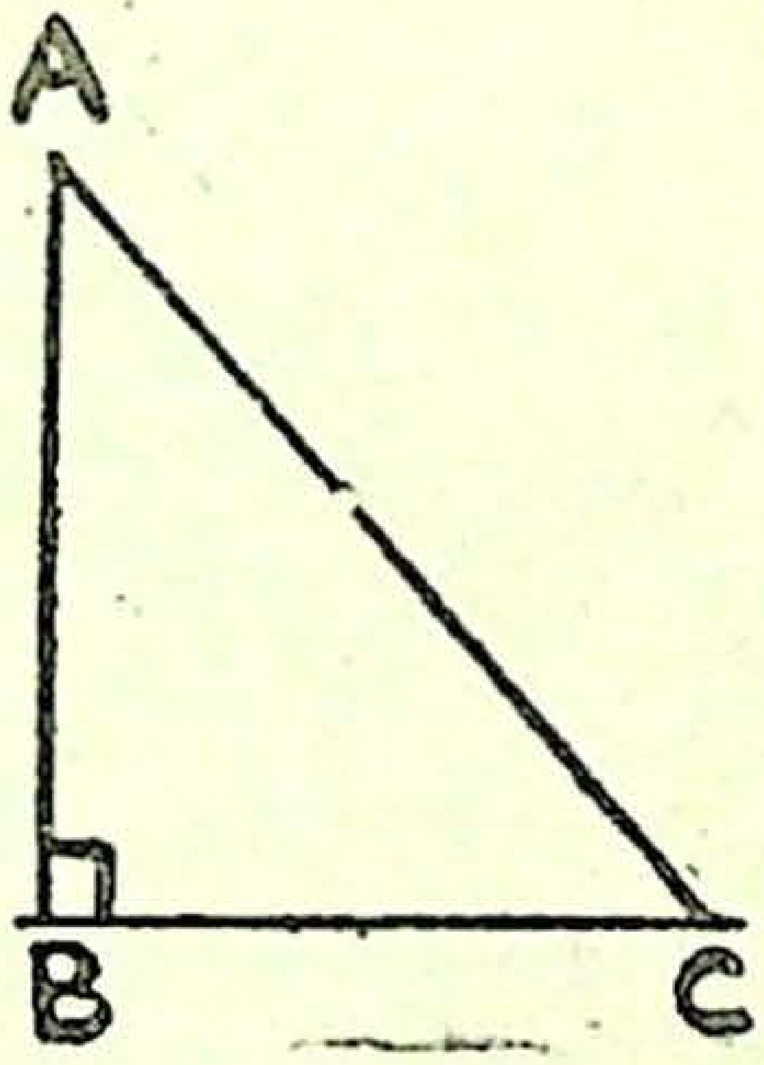
(iv) BCஇன்மேல் அமைந்துள்ள 1, 2, 3, 4 ஆகியவற்றையும், ABஇன்மேல் அமைந்துள்ள சதுரம் 5ஐயும் தனித் தனியே வெட்டி எடுத்து அவற்றை முறையே ACஇன் மேல் வரைந்துள்ள சதுரத்தில் குறிப்பிட்ட இடங்களில் பொருத்த அவை சரியாகப் பொருந்துவதைக் காண்பாய்.



பித்தகோரஸின் இந்த உண்மையைக்கொண்டு செங்கோண முக்கோணங்களில் எவையேனும் இரண்டு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டால் மூன்ருவது பக்கத்தைக் கண்டுபிடிக்க முடிகிறது.

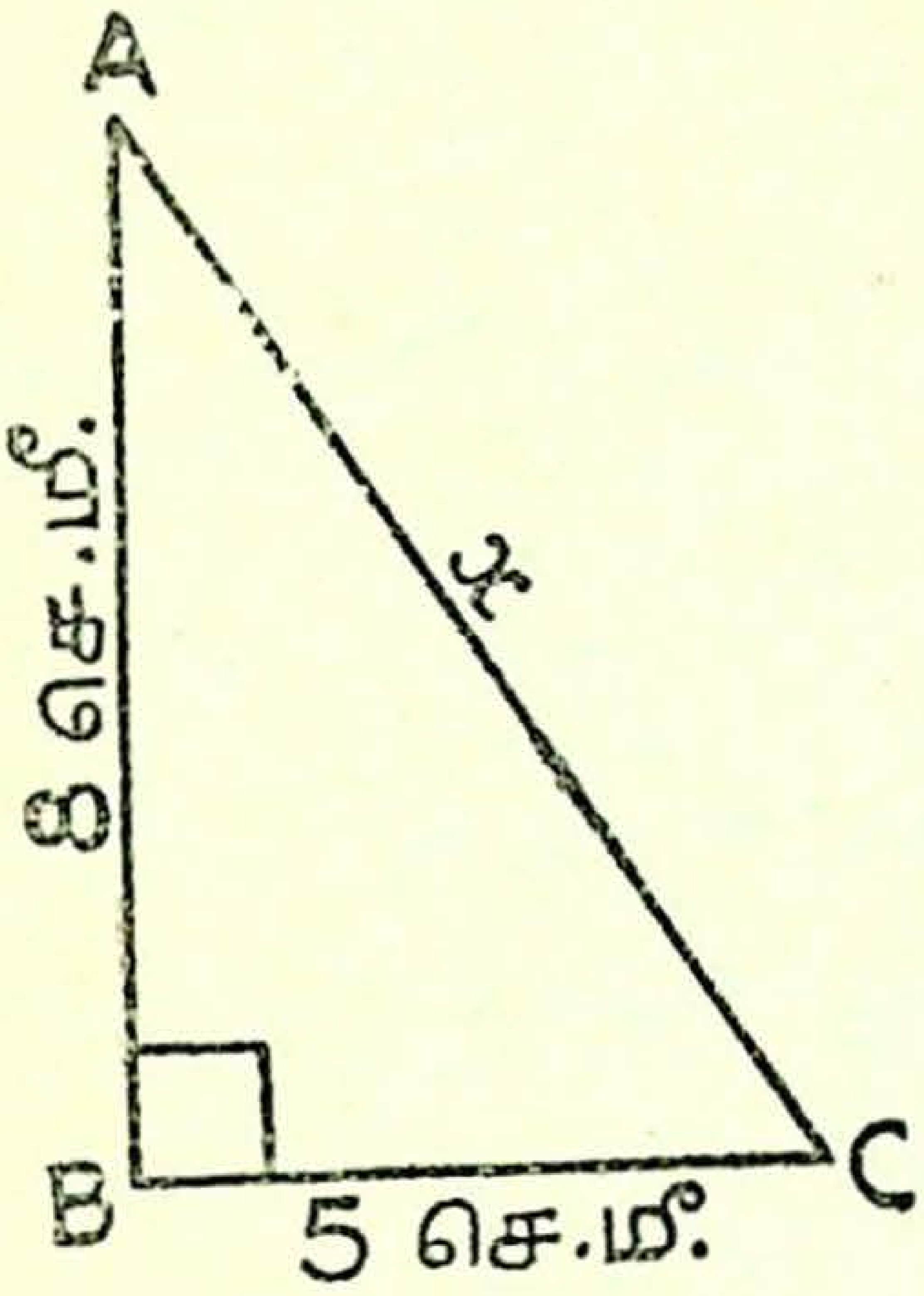
செங்கோண முக்கோணங்களில் பக்கங்கட்கிடையேயுள்ள தொடர்பு





$c^2=a^2+b^2$;	$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}$	$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}$
$a^2=c^2-b^2$;	$\therefore a=\sqrt{c^2-b^2}$	$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}$
$b^2=c^2-a^2$;	$\therefore b=\sqrt{c^2-a^2}$	$AB=\sqrt{AC^2-BC^2}$

மாதிரி: ஒரு செங்கோண △இல் செங்கோணத்தை அடக்கிக்கொண்டிருக்கும் பக்கங்கள் 5 செ. மீ., 8 செ. மீ. ஆனல், அதன் கர்ணத்தின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி.

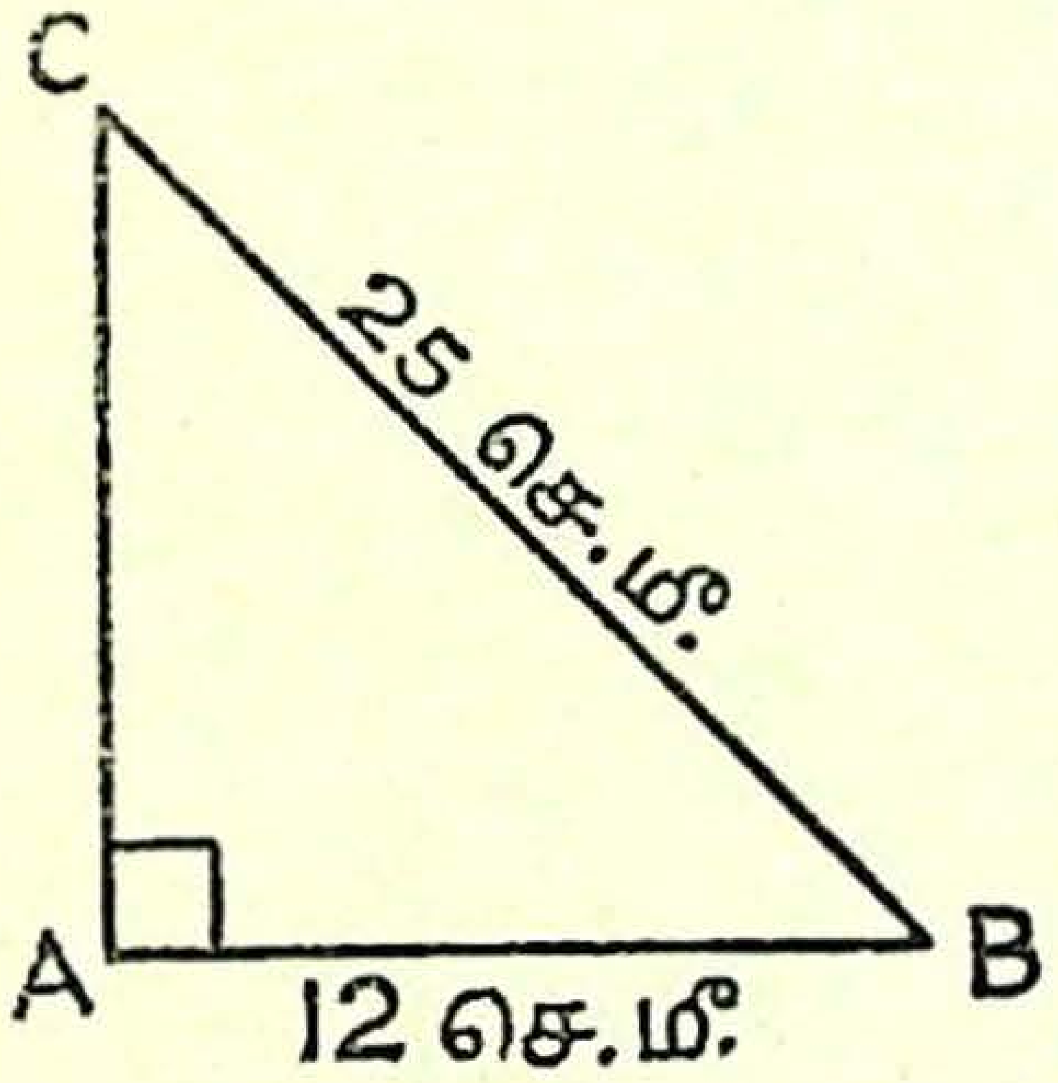


$x = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{64 + 25}$

$= \sqrt{89} = 9 \cdot 4$ (ஒரு தசம இடத் திருத்தமாக.)

$\therefore$ கர்ணத்தின் நீளம் $= 9 \cdot 4$ செ.மீ.

மாதிரி: செங்கோண △இன் கர்ணம் 25 செ. மீ. செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்று 12 செ.மீ. மற்றெரு பக்கம் எவ்வளவு? (விடையை ஒரு தசம இடத் திருத்தமாகக் கொடு.)



பித்தக்கோரஸ் உண்மைப்படி

$AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= 25^2 - 12^2$

$AC = \sqrt{25^2 - 12^2}$

$= \sqrt{625 - 144}$

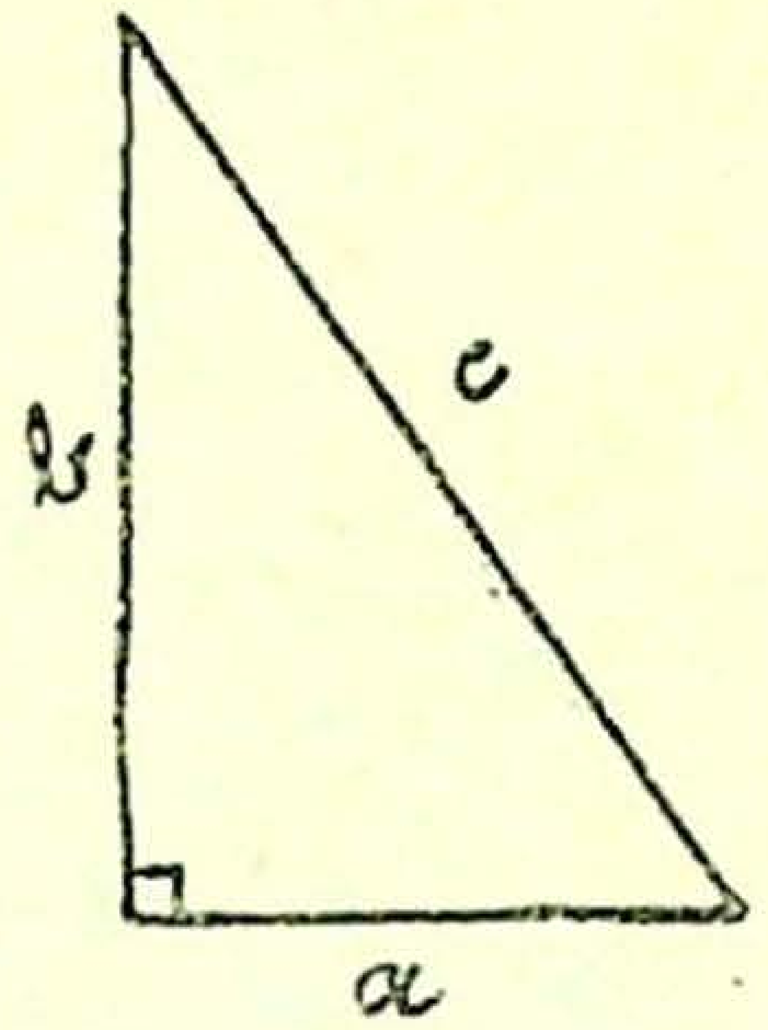
$= \sqrt{481} = 21 \cdot 9$

$\therefore$ மற்றெரு பக்கம் $= 21 \cdot 9$ செ. மீ.

மனக்கணக்குகள் (1):

கோடிட்ட இடங்களில் இருக்கவேண்டியவற்றைச் சொல்லுக. (இனி 90° கோணத்தைக் குறிக்கப் படங்களில் ⌐ இந்த அடையாளம் இருக்கும்.)

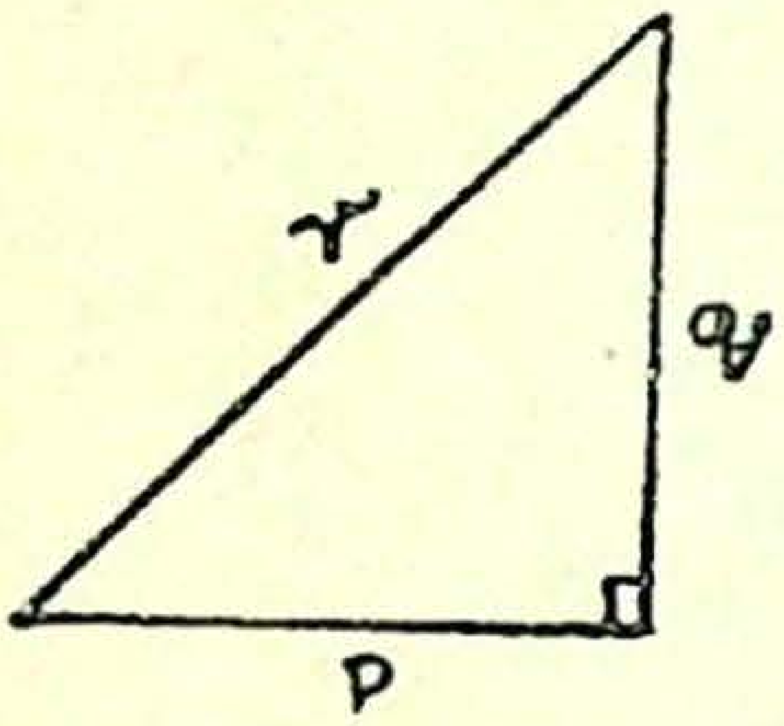
1.



படத்தில் $c^2 = \ldots$ $\quad c = \ldots$

$b^2 = \ldots$ $\quad b = \ldots$

$a^2 = \ldots$ $\quad a = \ldots$



2. படத்தில் $p^2 + q^2 = \ldots$ $\quad \sqrt{p^2+q^2} = \ldots$

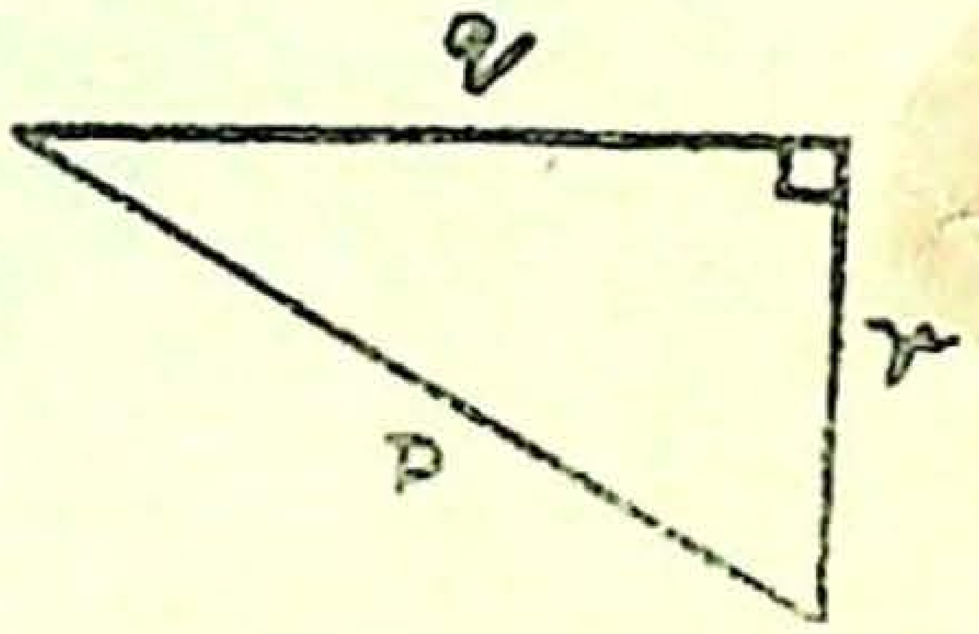
$r^2 - q^2 = \ldots$ $\quad \sqrt{r^2-q^2} = \ldots$

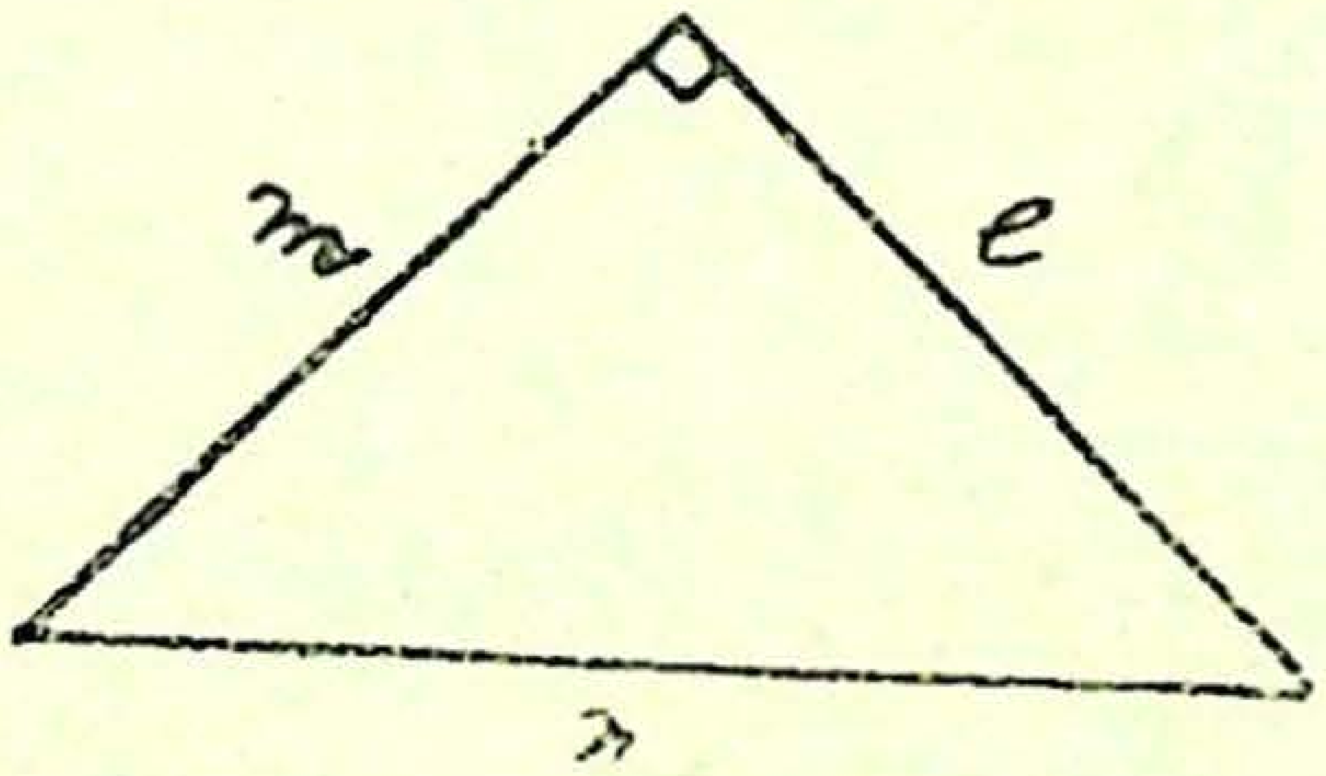
$r^2 - p^2 = \ldots$ $\quad \sqrt{r^2-p^2} = \ldots$

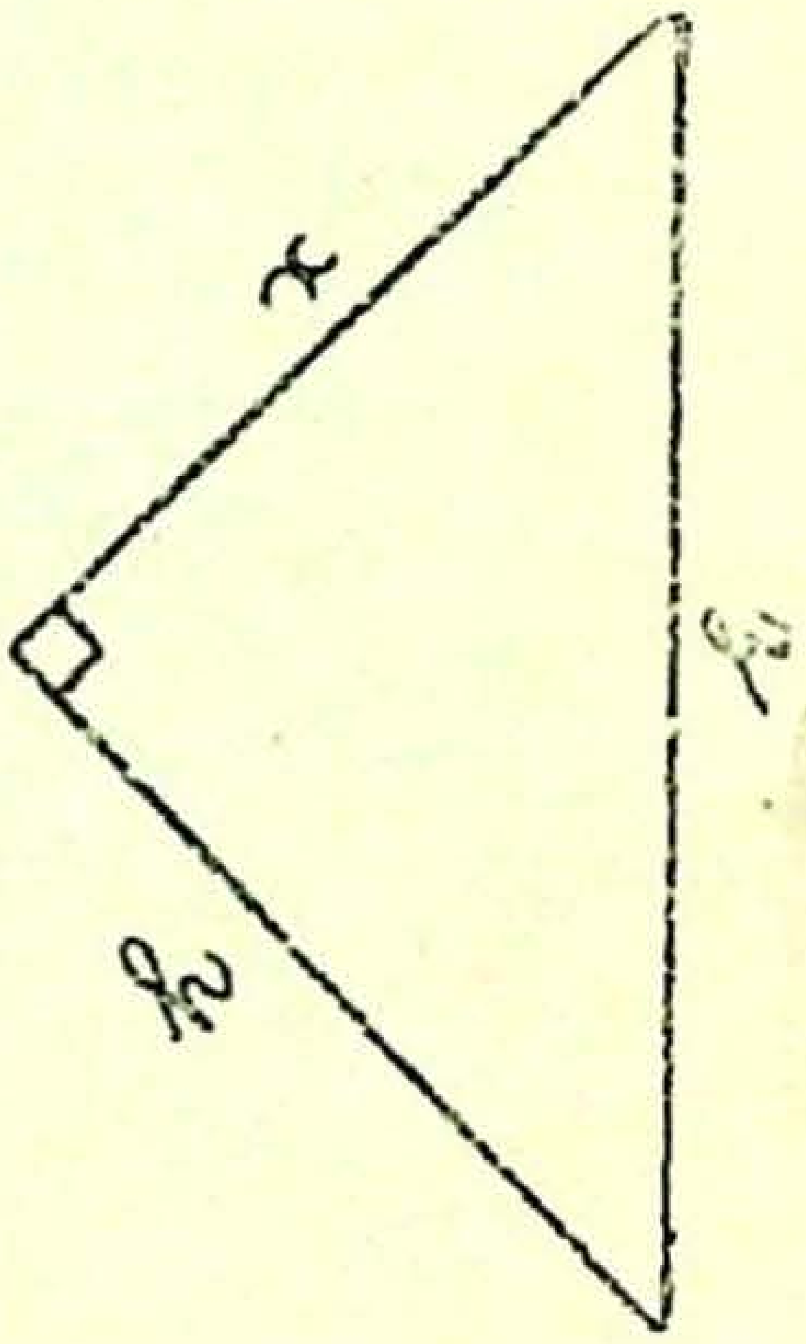
3. படத்தில் $p = \ldots\ldots$

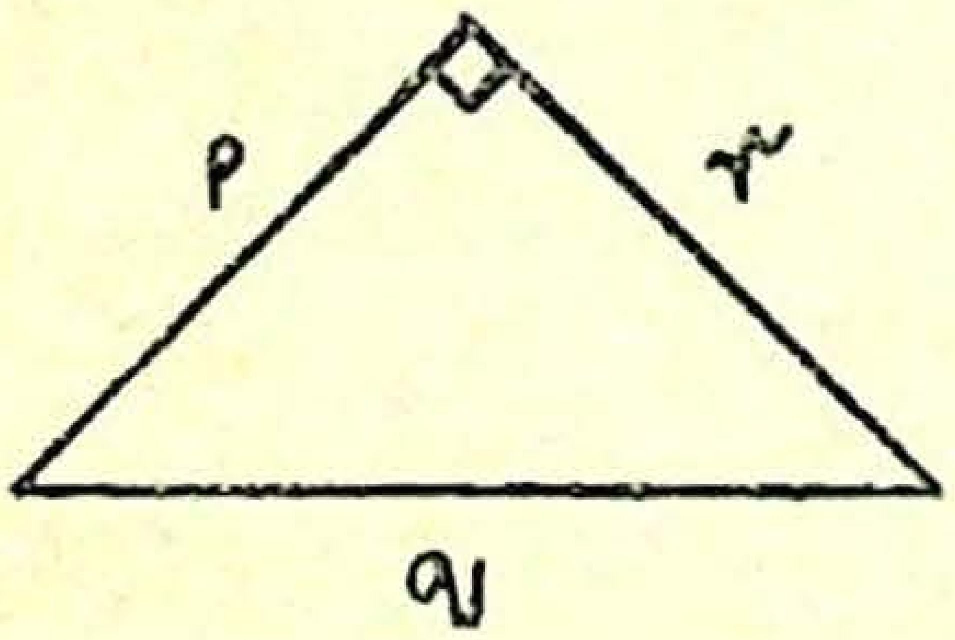
$q = \ldots\ldots$

$r = \ldots\ldots$









முன் பக்கத்திலுள்ள படங்களில்

(i)	$z = \ldots\ldots$	$z = \ldots\ldots$	$y = \ldots\ldots$
(ii)	$n = \ldots\ldots$	$l = \ldots\ldots$	$m = \ldots\ldots$
(iii)	$p = \ldots\ldots$	$q = \ldots\ldots$	$r = \ldots\ldots$

பயிற்சி 1 :

1. செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடைத்துக்கொண்டிருக்கக் கூடிய பக்கங்கள் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன. கர்ணத்தின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி. (பின்னம் வரும் இடங்களில் விடையை 1 தசம இடத் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.)

(i) 3 செ. மீ., 4 செ. மீ.
(ii) 5 செ. மீ., 12 செ. மீ.
(iii) 8 டெசி மீ., 15 டெசி மீ.
(iv) 7 டெசி மீ., 24 டெசி மீ.
(v) 9 மீட்டர், 12 மீட்டர்
(vi) 40 செ. மீ., 9 செ. மீ.
(vii) 12 டெசி மீ., 35 டெசி மீ.
(viii) 1·6 செ. மீ., 6·3 செ. மீ.
(ix) 1·5 டெசி மீ.., 3·6 டெசி மீ.
(x) 25 செ. மீ., 27 செ. மீ.
(xi) 9 மீட்டர், 15 மீட்டர்
(xii) 8 டெசி மீ., 12 டெசி மீ.

2. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணமும், ஒரு பக்கமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மற்றொரு பக்கத்தைக் கண்டுபிடி:

(i)	52, 20	(ii)	37, 12	(iii)	101, 20
(iv)	65, 63	(v)	45, 27	(vi)	39, 15
(vii)	12·5, 3·5	(viii)	3·5, 2·8	(ix)	5·2, 4·8
(x)	32·5, 8	(xi)	18, 11	(xii)	25, 14

3. பின் உள்ள செங்கோண முக்கோணங்களின் சுற்றளவுகளைக் கண்டுபிடி :

(i) செங்கோணத்தை அடக்கிக் கொண்டிருக்கக் கூடிய பக்கங்கள் 36 செ. மீ., 48 செ. மீ.

(ii) செங்கோணத்தை அடக்கிக் கொண்டிருக்கக் கூடிய பக்கங்கள் 15·6 செ. மீ., 22 செ. மீ.

(iii) கர்ணம் 65 மீ.; ஒரு பக்கம் 25 மீ.

(iv) கர்ணம் 51 டெசி மீ.; ஒரு பக்கம் 24 டெசி மீ.
(v) கர்ணம் 37·5 மீ.; ஒரு பக்கம் 10·5 மீ.
(vi) கர்ணம் 64 டெசி மீ.; ஒரு பக்கம் 48 டெசி மீ.

செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்க விகிதங்களில் முக்கியமானவை:

செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடக்கியிருக்கும் பக்கங்கள்.

3, 4 ஆனுல் கர்ணம் 5
5, 12 ஆனுல் கர்ணம் 13
8, 15 ஆனுல் கர்ணம் 17
7, 24 ஆனுல் கர்ணம் 25

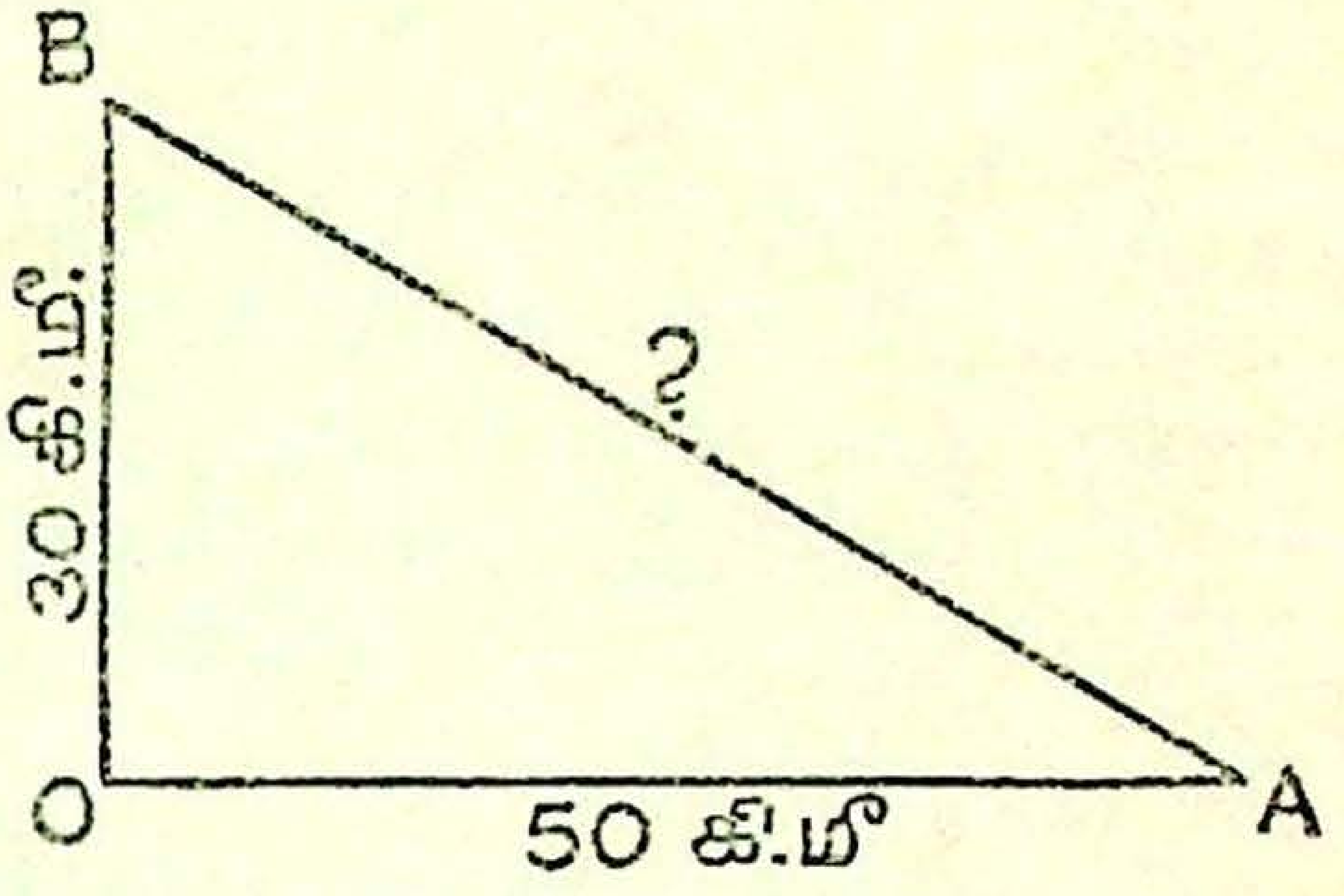
3 : 4 : 5; 5 : 12 : 13; 8 : 15 : 17; 7 : 24 : 25 என்ற இப் பக்க விகிதங்களை நன்கு நினைவு கொள்க.

மனக்கணக்குகள் (2):

மேலே குறித்துள்ள பக்க விகிதங்களை மனத்திற் கொண்டு அட்டவணையில் விடுபட்டுள்ள இடங்களை நிரப்புக:

	செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்று	செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் மற்ருென்று	கர்ணம்
i.	9 செ.மீ.	12 செ.மீ.	———
ii.	21 செ.மீ.	28 செ.மீ.	———
iii.	3·6 செ.மீ.	4·8 செ.மீ.	———
iv.	20 செ.மீ.	48 செ.மீ.	———
v.	35 செ.மீ.	84 செ.மீ.	———
vi.	1·5 செ.மீ.	3·6 செ.மீ.	———
vii.	14 செ.மீ.	48 செ.மீ.	———
viii.	32 செ.மீ.	60 செ.மீ.	———
ix.	15 செ.மீ.	———	25 செ.மீ.
x.	20 செ.மீ.	———	52 செ.மீ.
xi.	10 செ.மீ.	———	26 செ.மீ.
xii.	———	3·6 செ.மீ.	4·5 செ.மீ.
xiii.	———	40 செ.மீ.	50 செ.மீ.
viv.	———	60 செ.மீ.	65 செ.மீ.

மாதிரி: ஓர் இரயில் வண்டி ஓர் இடத்திலிருந்து பகல் 12 மணிக்குப் புறப்பட்டு மணிக்கு 25 கிலோ மீட்டர்வேகத்தில் கிழக்கே செல்லுகிறது. அதேநேரத்தில் அதே இடத்திலிருந்து மற்ருேர் இரயில் வண்டி புறப்பட்டு மணிக்கு 15 கிலோ மீட்டர் விதம் வடக்கே செல்லுகிறது. அன்று பிற்பகல் 2 மணிக்கு இரண்டு வண்டிகட்கும் இடையில் உள்ள தொலேவு என்ன? விடை கிலோ மீட்டருக்குத் திருத்தமாக வேண்டும்.



OA கிழக்கே செல்லும் வண்டி. அது 2 மணியில் சென்ற தூரம் = 50 கி.மீ.

OB வடக்கே செல்லும் வண்டி. அது 2 மணியில் சென்ற தூரம் = 30 கி.மீ.

$AB=\sqrt{50^2+30^2}=\sqrt{2500+900}=\sqrt{3400}=58{\cdot}3.$

$\therefore$ பிற்பகல் 2 மணிக்கு வண்டிகளுக்கு இடையில் உள்ள தூரம் = 58 கிலோ மீட்டர்.

பயிற்சி 2:

1. ஒரு வண்டி நேர் கிழக்காக 90 கிலோ மீட்டர் சென்று அங்கிருந்து நேர் வடக்காக 120 கிலோ மீட்டர் சென்றது. வண்டி புறப்பட்ட இடத்திலிருந்து இப்போதுள்ள இடத்திற்கு நேர் தூரம் எவ்வளவு?

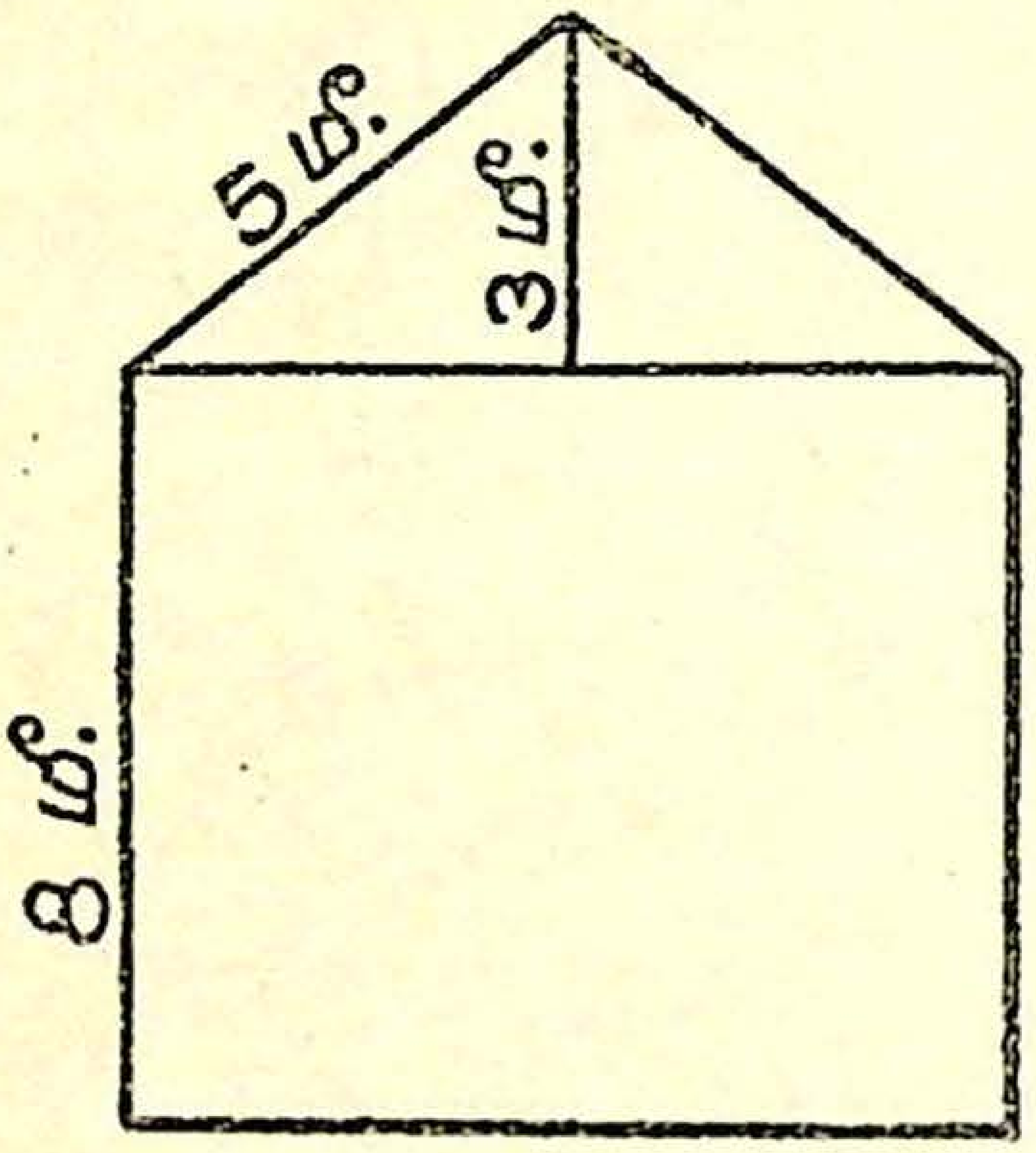
2. 12 மீட்டர் உயரமுள்ள ஒரு கம்பத்தின் உச்சி, தரையில் அதன் அடிப்பாகத்திலிருந்து 9 மீட்டர் தூரத்தில் உள்ள முளேயோடு கம்பியால் இணேக்கப்பட்டுள்ளது. கம்பியின் நீளம் என்ன?

3. 10 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் ஏணி செங்குத்தான சுவர் ஒன்றின்மீது சார்த்தப்படுகிறது. ஏணியின் ஒரு நுனி சுவரின் அடியிலிருந்து 6 மீட்டர் தூரத்தில் உள்ளது. ஏணியின் மற்ரெரு நுனி சுவரைத் தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் தொடும்?

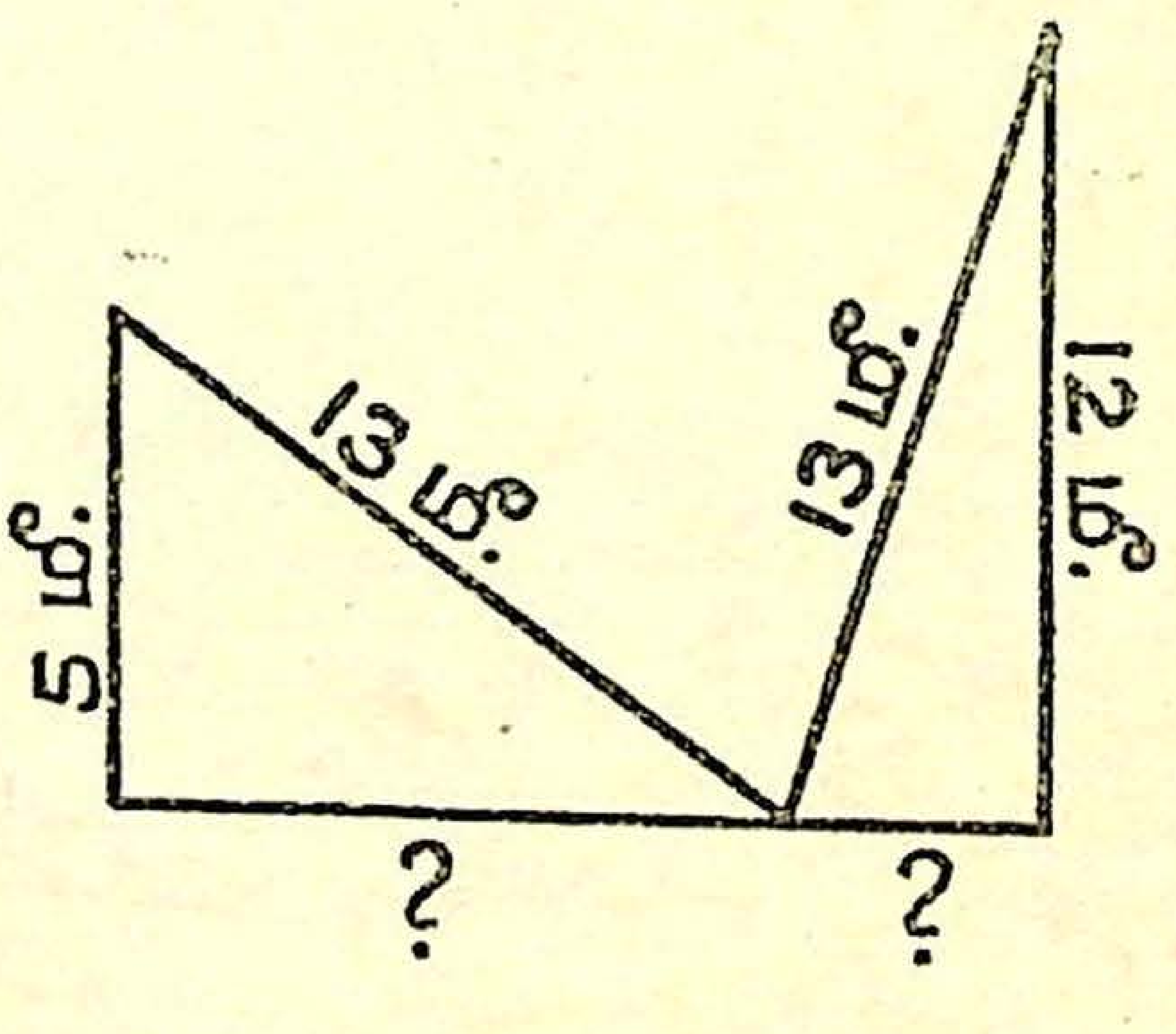
4. $12\frac{1}{2}$ மீ. நீளமுள்ள ஓர் ஏணியைச் செங்குத்தான ஒரு சுவரின்மீது சார்த்தும்போது அதன் ஒரு நுனி சுவரைத் தரையிலிருந்து 12 மீட்டர் உயரத்தில் தொடுகிறது என்றால், ஏணியின் மற்றொரு நுனி சுவரின் அடியிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் இருக்கும் ?

5. முறையே 10 மீட்டர், 17 மீட்டர் உயரமுள்ள இரு கம்பங்களுக்கு இடையே தரையில் உள்ள தூரம் 24 மீட்டர் என்றால் அவற்றின் உச்சிகளைச் சேர்க்க எவ்வளவு நீளமுள்ள கம்பி வேண்டும் ?

6. பாதையின் ஒரு பக்கத்தில் 10 மீட்டர் உயரமுள்ள ஒரு மின் விளக்குக் கம்பத்திலிருந்து பாதையின் மறுபக்கத்தில் உள்ள 15 மீட்டர் உயரமுள்ள ஒரு கட்டிடத்தின் உச்சிக்கு மின் கம்பியை எடுத்துச் செல்ல வேண்டியிருக்கிறது. பாதையின் அகலம் 12 மீட்டர். மின் கம்பியின் நீளம் என்ன ?



7. ஓர் அறையின் குறுக்கு வெட்டுச்சுவர் படத்தில் காட்டியபடி உள்ளது. அக் குறுக்கு வெட்டுச் சுவரின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி.



8. ஓர் அறையின் ஓரிடத்திலிருந்து 13 மீட்டர் உள்ள கோலை ஒரு பக்கத்துச் சுவரின் மீது சார்த்தும்போது 12 மீட்டர் உயரத்தில் சுவரைத் தொடுகிறது. அதன் அடிப்பாகத்தின் இடத்தை மாற்றாமல் கோலை எடுத்து எதிர்ப் பக்கத்துச் சுவரின்மீது சார்த்தும்போது அது சுவரைத் தரையிலிருந்து 5 மீட்டர் உயரத்தில் தொடுகிறது. அச் சுவர்களுக்கு இடையில் உள்ள தூரத்தைக் கண்டுபிடி.

9. $7\frac{1}{2}$ மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் ஏணியின் ஒரு முனை தரையில் தங்கினபடியும், மற்றொரு முனை சுவரில் சாய்ந்த படியும் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அப்போது அது சுவரின் அடியிலிருந்து $4\frac{1}{2}$ மீட்டர் உயரம் எட்டுகிறது. ஏணியின் அடிப்பாகத்தை இடத்தைவிட்டு மாற்றுமல் அது திருப்பப் பட்டு எதிர்ச் சுவரின்மேல் சார்த்தப்படுகிறது. இப்போது அது சுவரில் 6 மீட்டர் உயரம் எட்டுகிறது. இரண்டு சுவர் களுக்கும் இடையில் உள்ள தூரத்தைக் கண்டுபிடி.

10. ஒரு செங்கோண △இன் பரப்பு 120 ச. செ. மீ. அதன் செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்று 24 செ. மீ. அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

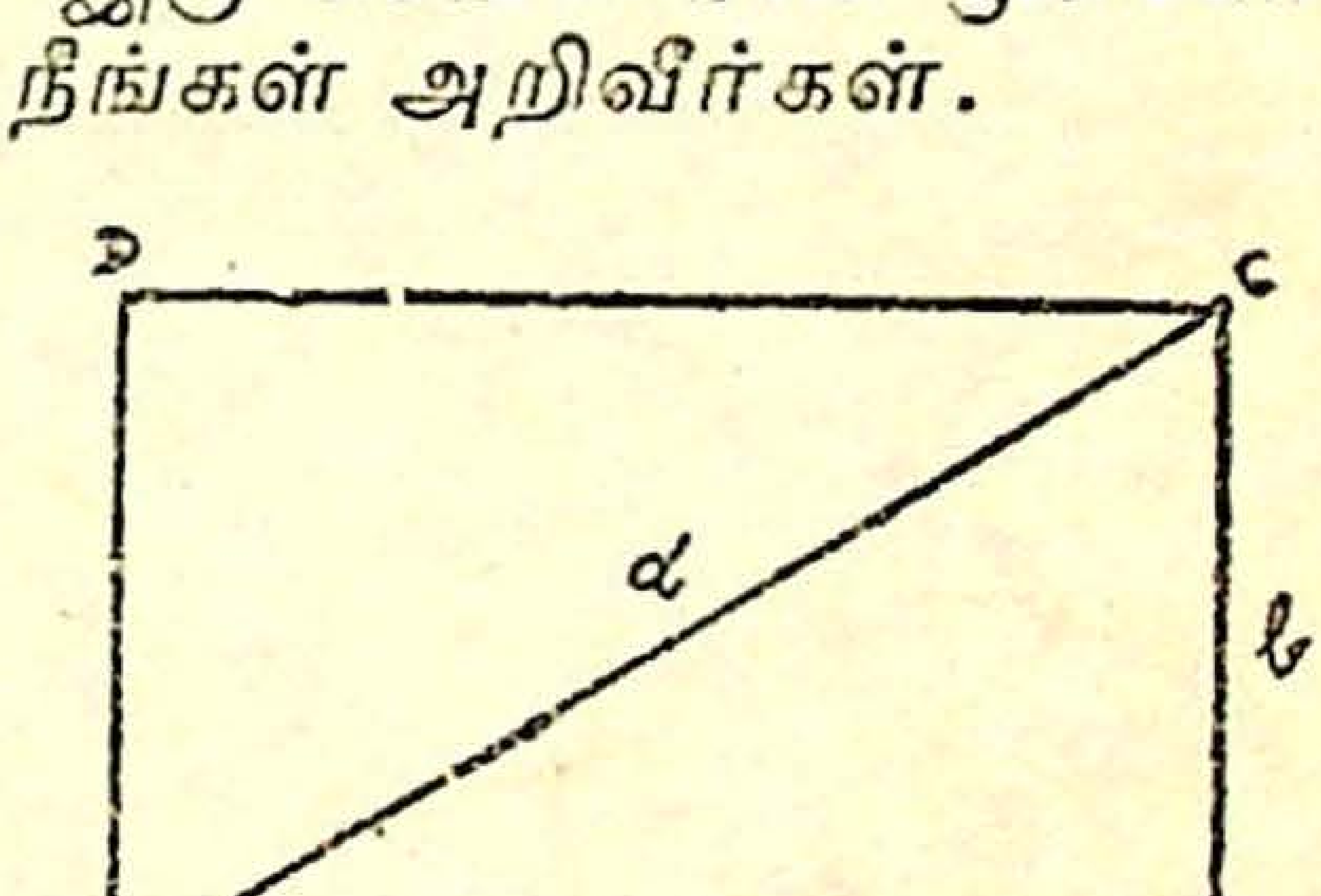
11. ஒரு செங்கோண முக்கோண வயலின் பரப்பு 3750 சதுர மீட்டர். அதன் செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங் களில் ஒன்று 75 மீட்டர். அதைச்சுற்றி வேலிபோட மீட்டர் ஒன்றுக்கு 25 பை. வீதம் என்ன செலவாகும்?

12. ஒரு செங்கோண முக்கோண வடிவ வயலின் செங் கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்கள் 3 : 4 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. வயலின் பரப்பு 60705 ஏர் என்றால், அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டம்

பித்தகோரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திச் செவ்வகத் தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தைக் கணக்கிடலாம். செவ்வ கத்தின் ஒரு மூலைவிட்டம் அதனை இரு செங்கோண முக்கோ ணங்களாகப் பிரிக்கும் என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள்.

△ ABCஇல் ∠B செங்கோணம்.



∴ மூலைவிட்டம் $d=\sqrt{l^2+b^2}$

நீளம் $l=\sqrt{d^2-b^2}$

அகலம் $b=\sqrt{d^2-l^2}$

செவ்வகத்தின் நீளத்தின் வர்க்கம், அகலத்தின் வர்க்கம் ஆகிய இவற்றின் கூடுதலுக்கு வர்க்கமூலம் கண்டுபிடித்தால் அது செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டம் ஆகும்.

பயிற்சி 3 :

1. பின் உள்ளவற்றில் கோடிட்ட இடங்களில் இருக்க வேண்டிய விடைகளைக் கண்டுபிடி :

	செவ்வகத்தின் நீளம்	செவ்வகத்தின் அகலம்	ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம்
i.	72 செ. மீ.	54 செ.மீ.	———
ii.	70 செ. மீ.	24 செ.மீ.	———
iii.	———	18 மீ.	82 மீ.
iv.	———	24 மீ.	51 மீ.
v.	126 செ. மீ.	———	130 செ.மீ.
vi.	70 செ. மீ.	———	74 செ. மீ.

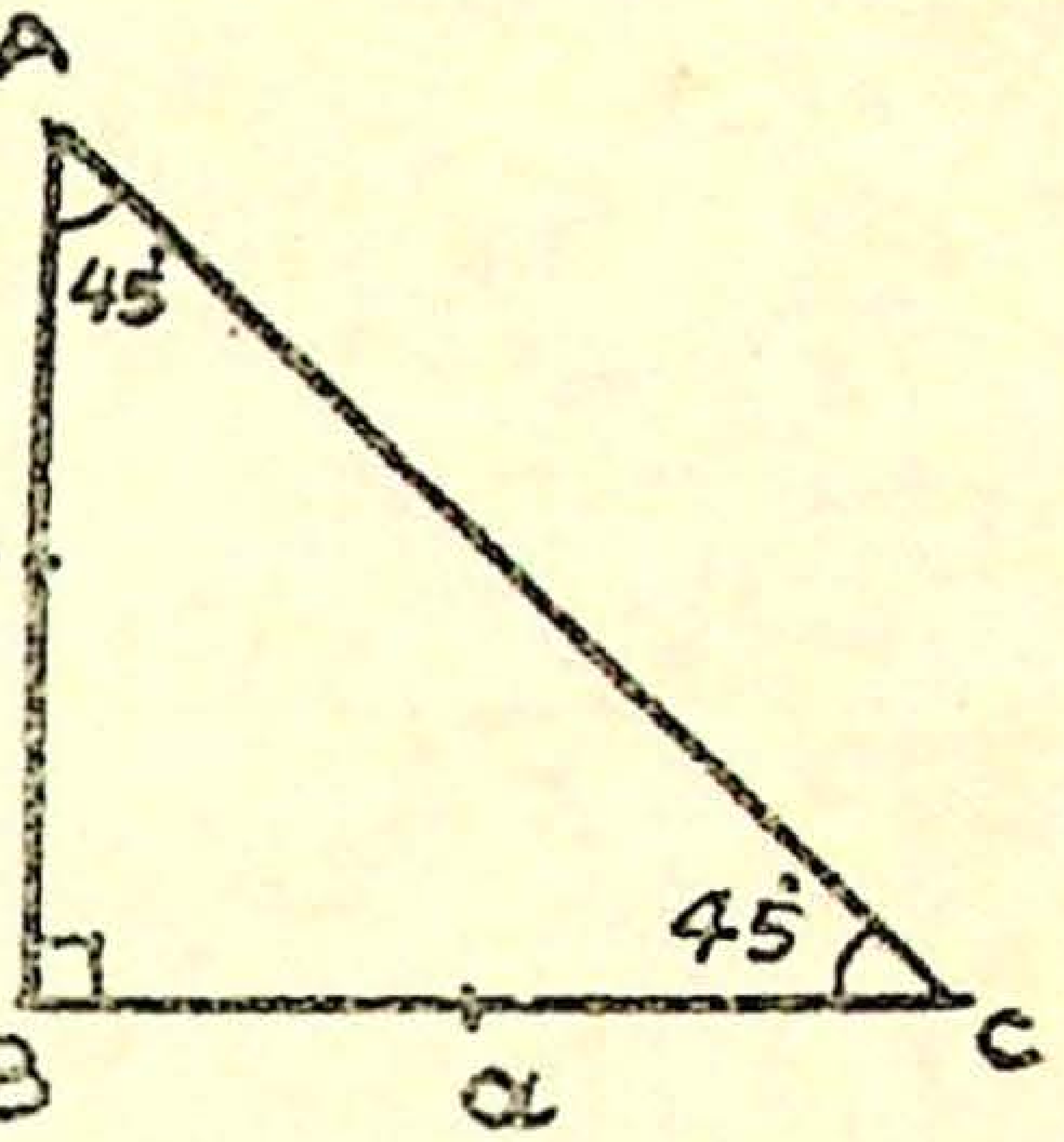
2. ஒரு செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 240 மீட்டர். அதன் நீளம் அகலத்தைப்போல் இரு மடங்கு என்றால், அதனுடைய மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி (விடையை ஒரு தசம இடத் திருத்தமாகக் கொடு).

3. ஒரு செவ்வக வடிவ வயலின் நீளமும் அகலமும் 4:3 என்ற விகிதத்திலுள்ளன. அதன் பரப்பு 10,800 சதுர மீட்டர் ஆனால் அதனுடைய மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?

4. ஒரு செவ்வக நிலத்தின் நீளமும் அகலமும் 12 : 5 என்ற விகிதத்திலுள்ளன. அதன் பரப்பு 60 ஏர் என்றால் அதனுடைய மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன?

5. ஒரு செவ்வக நிலத்தின் மூலைவிட்டம் 185 மீட்டர். அதன் நீளமும் அகலமும் 35 : 12 என்ற விகிதத்திலிருந்தால் நிலத்தின் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம்



செங்கோணத்தை அடைத்துக் கொண்டிருக்கும் பங்கங்கள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று சமமாக இருந்தால் அஃது ஓர் இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம் ஆகும். செங்கோணம் தவிர்த்த மீதிக்கோணம் ஒவ்வொன்றும் 45° ஆகும்.

இருசமபக்க செங்கோண △இன் பரப்பு $= \frac{a^2}{2}$ சதுர அலகு.

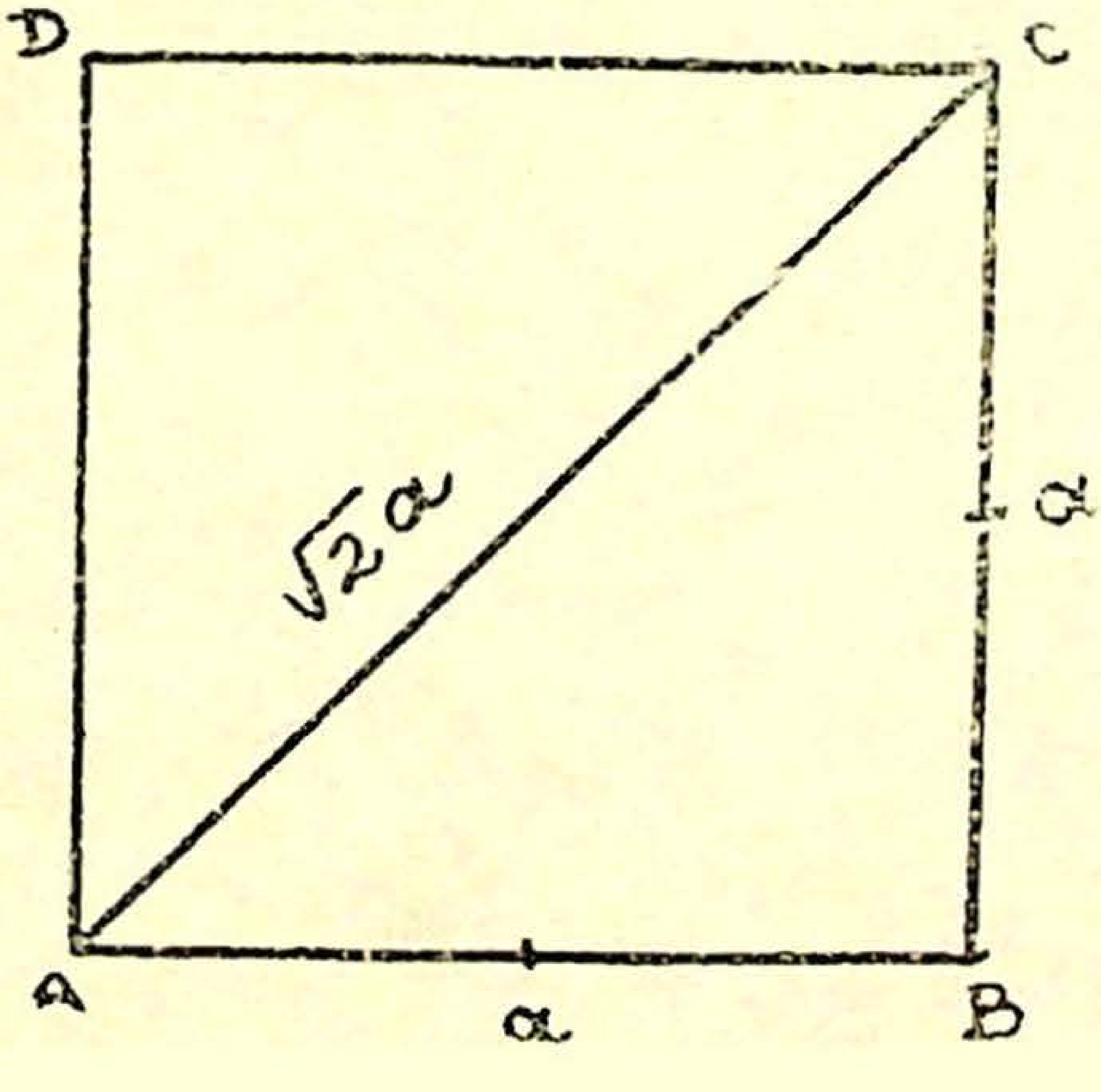
படத்தில் கர்ணம் $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}$ $=\sqrt{2}a$. ஆகவே, இருசமபக்க செங்கோண △இன் கர்ணமானது அதன் சமபக்கங்களில் ஒன்றைப்போல் $\sqrt{2}$ மடங்கு ஆகும்.

நினைவுகொள் :

இருசமபக்க செங்கோண △இன் கோணங்கள் 45°, 45°, 90° ஆகும். முறையே அக் கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களின் விகிதம் $= 1 : 1 : \sqrt{2}$.

சதுரத்தின் மூலைவிட்டம்

சதுரம் ABCDஇல் மூலைவிட்டம் AC. சதுரத்தை இரண்டு இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது.



மூலைவிட்டம் $AC=\sqrt{2}a$.

சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் அதன் பக்கத்தைப்போல் $\sqrt{2}$ மடங்கு ஆகும்.

சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தை $\sqrt{2}$ஆல் வகுக்க அதனுடைய பக்கம் கிடைக்கும்.

மாதிரி: ஓர் இருசமபக்க செங்கோண △இல் செங் கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்று 6 செ. மீ. ஆனல், அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

பக்கம் $= 6$ செ. மீ.

கர்ணம் $= 6 \times \sqrt{2}$ செ. மீ. $= 6 \times 1{\cdot}414$ செ. மீ. $= 8{\cdot}484$ செ. மீ.

$\therefore$ அதனுடைய சுற்றளவு $= (6 + 6 + 8{\cdot}484)$ செ. மீ.
$= 20{\cdot}484$ செ. மீ.

மாதிரி: ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டம் 15 செ. மீ. அதனுடைய பக்கத்தை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

மூலைவிட்டம் $= 15$ செ. மீ.

$\therefore$ சதுரத்தின் பக்கம் $= \frac{15}{\sqrt{2}}$ செ. மீ. $= \frac{15}{1{\cdot}414}$ செ. மீ.

$= \frac{15000}{1414}$ செ. மீ. $= 10{\cdot}61$ செ. மீ.

பயிற்சி 4:

1. பின் உள்ளவை இருசமபக்க செங்கோண முக் கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்ருகும். அதன் கர்ணத்தைக் கண்டுபிடி :

(i) 5 செ. மீ. (ii) 1·2 மீட்டர் (iii) 25 மீட்டர் (iv) 10·5 மீட்டர்.

2. பின் உள்ளவை இருசமபக்க செங்கோண முக் கோணத்தின் கர்ணமாகும். செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்றை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

(i) 20 செ. மீ. (ii) 10 மீட்டர் (iii) 50 மீட்டர் (iv) 45 செ. மீ.

3. பின் வருபவை இருசமபக்க செங்கோண முக் கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடைக்கும் பக்கங்களில் ஒன்ருகும். முக்கோணத்தின் பரப்பைக் கண்டுபிடி :

(i) 7 செ. மீ. (ii) 4 மீட்டர் (iii) 22 மீட்டர் (iv) 15 மீட்டர்.

4. பின் உள்ளவை இருசமபக்க செங்கோண முக் கோணத்தின் கர்ணங்கள். முக்கோணங்களின் பரப்பைக் கண்டுபிடி :

(i) 16 செ.மீ. (ii) 24 செ.மீ. (iii) 5 மீட்டர்
(iv) 7 மீட்டர்.

5. பின்வரும் பரப்பைக்கொண்ட இருசமபக்க செங்கோண △களின் சுற்றளவுகளைக் கண்டுபிடி :

(i) 2 ச. செ. மீ. (ii) 4·5 ச. செ. மீ.
(iii) 450 ச. செ. மீ. (iv) 162 ச. செ. மீ.

6. கீழ்க்கண்ட பக்க நீளமுடைய சதுரங்களின் மூலை விட்டங்களைக் காணுக :

(i) 4 செ. மீ. (ii) 5 செ. மீ. (iii) 30 செ. மீ.
(iv) 7 மீ. (v) 1·2 மீ.

7. கீழ்க்கண்ட பரப்புகளையுடைய சதுரங்களின் மூலை விட்டங்களைக் காணுக :

(i) 36 ச. செ. மீ. (ii) 64 ச.மீ. (iii) 225 ச.மீ.
(iv) 2·56 ச.மீ. (v) 1 ஏர்.

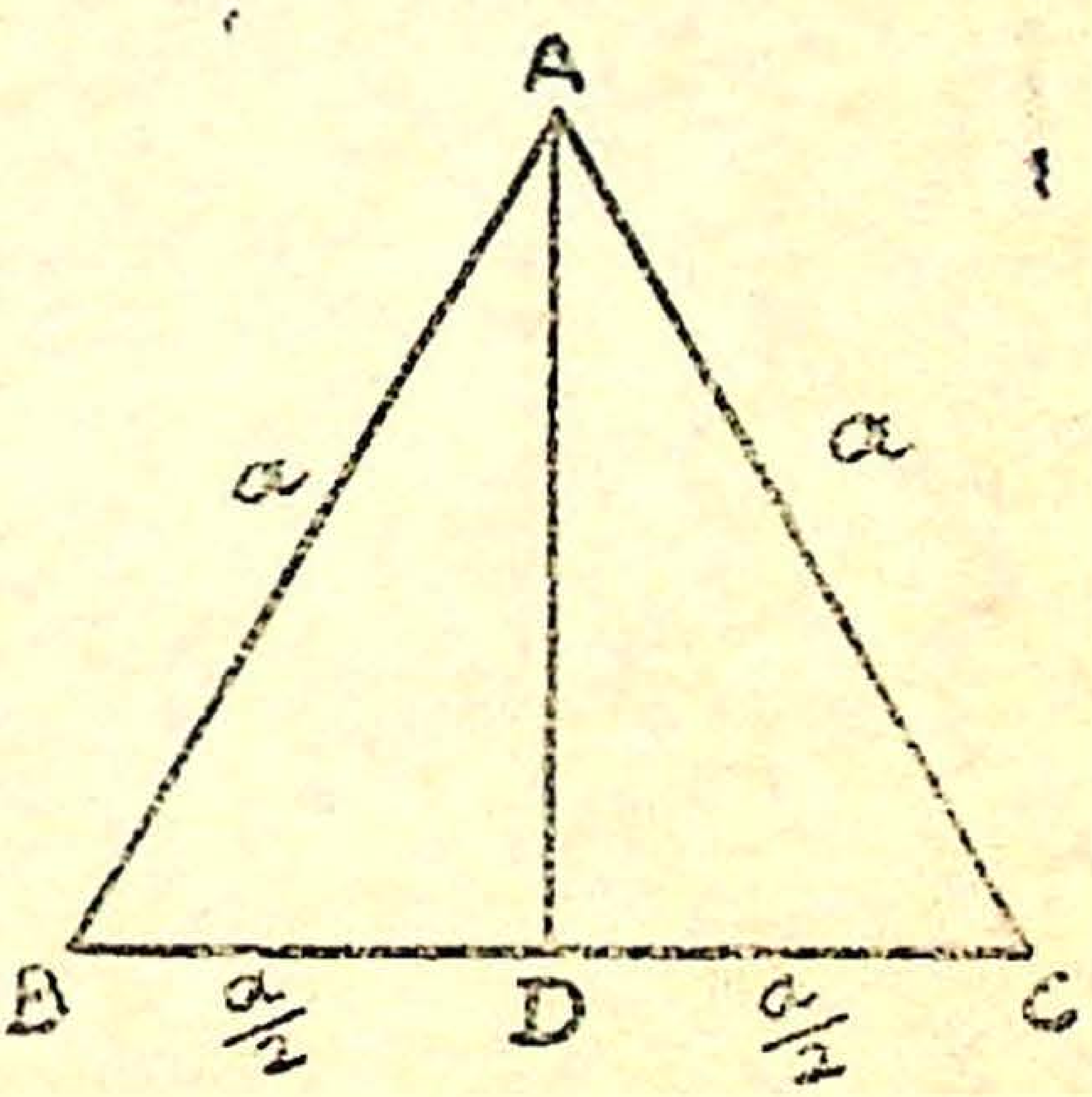
8. கீழ்க்காணும் மூலைவிட்டங்களையுடைய சதுரங்களின் பக்க நீளங்களை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி:

(i) 10 செ.மீ. (ii) 24 செ.மீ. (iii) 40 மீட்டர்
(iv) 25 செ.மீ. (v) 15 செ.மீ.

9. கீழ்க்காணும் மூலைவிட்டங்களையுடைய சதுரங்களின் பரப்பளவுகளைக் கண்டுபிடி :

(i) 8 செ. மீ. (ii) 11 செ. மீ. (iii) 12 மீ.
(iv) 9·2 செ. மீ.

சமபக்க முக்கோணம் :



சமபக்க முக்கோணம் ABCஇன் ஒவ்வொரு பக்கமும் a அலகு எனக்கொள்வோம். Aஇலிருந்து BCக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு BCஐ இரு சமபாகங்களாக்கும் என்பதை அறிவீர்கள்.

செங்கோண முக்கோணம் ABDஇல், $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2}$

$$= \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

சமபக்க △ABCஇன் பரப்பு $= \frac{BC \times AD}{2} = \frac{a \times \sqrt{3}a}{2 \times 2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$\sqrt{3} = 1 \cdot 732$ ஆகவே $\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{1 \cdot 732a^2}{4} = \cdot 433a^2$

அறிக :

சமபக்க முக்கோணத்தின் செங்குத்து உயரம் $= \frac{\sqrt{3}}{2}a = 0 \cdot 866a$

சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 0 \cdot 433a^2$

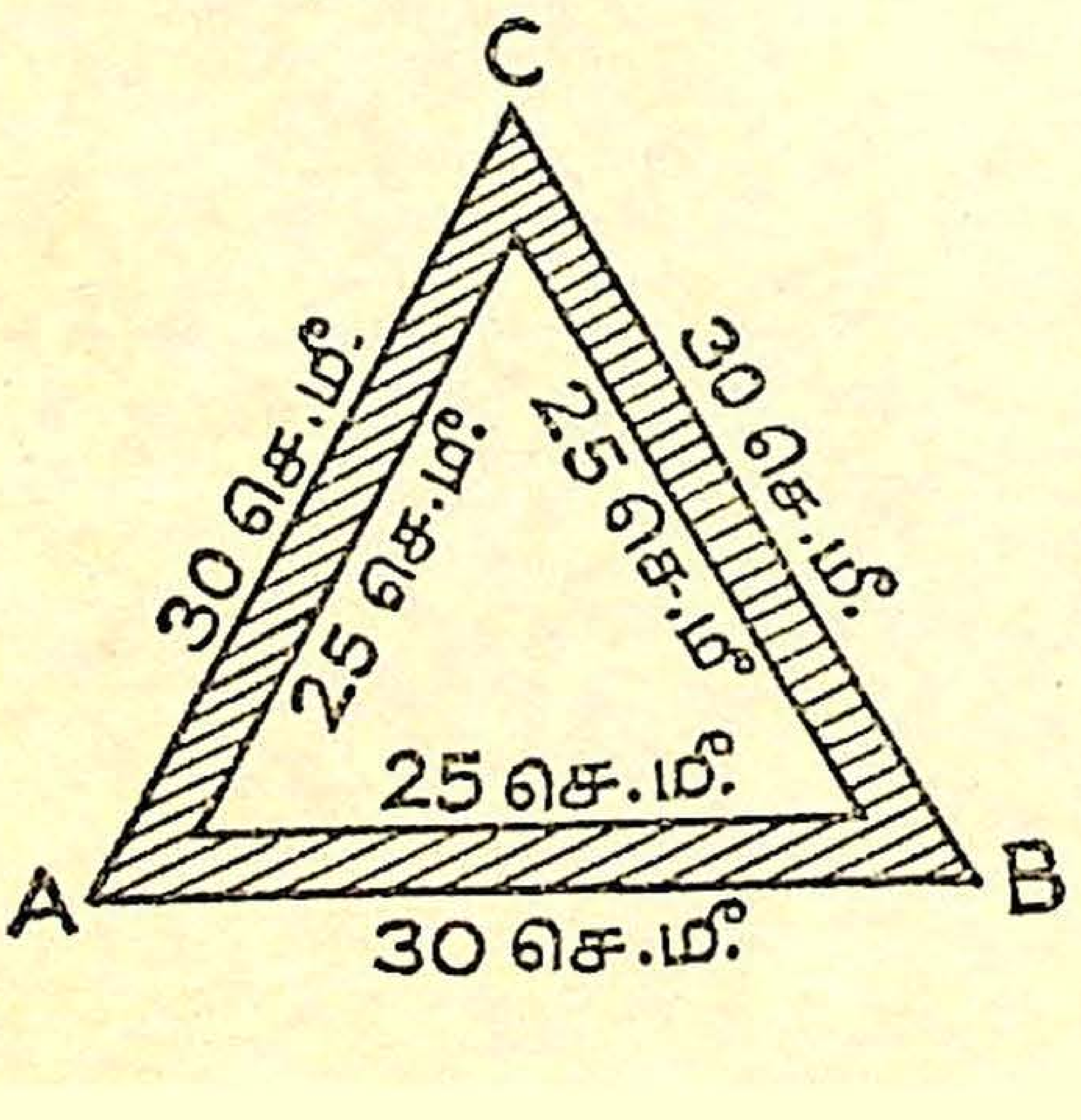
பயிற்சி 5 :

1. பின் உள்ள பக்க அளவுகளைக்கொண்ட சமபக்க முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளைக் கண்டுபிடி. (விடை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாக வேண்டும்.)

(i) *10 செ.மீ.* (ii) *5 செ.மீ.* (iii) *7 செ. மீ.*
(iv) *12 மீட்டர்* (v) *6·4 மீட்டர்* (vi) *15 மீட்டர்*

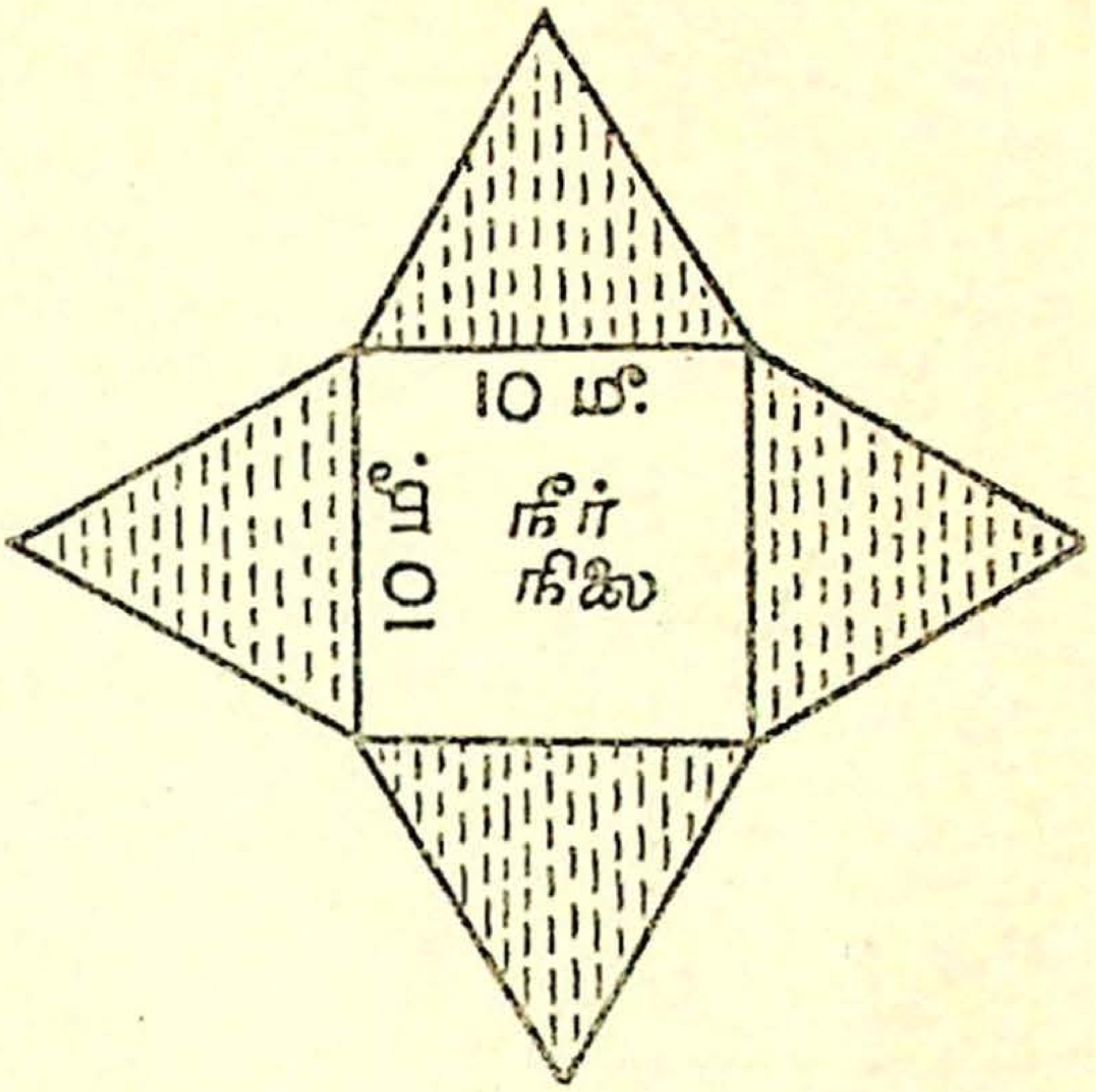
2. ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவ வயலின் ஒரு பக்கம் *120 மீட்டர்.* அதைச் சமப்படுத்தச் சதுர மீட்டருக்கு *20* பை. வீதம் என்ன செலவாகும் ?

3. ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவ வயலைச் சுற்றி வேலி போட மீட்டருக்கு *25* பை. வீதம் ரூ. $112\frac{1}{2}$ செலவாகிறது. அதைச் சமப்படுத்த *1* ஏருக்கு ரூ. *1* வீதம் என்ன செலவாகும் ? விடையை ரூபாய்த் திருத்தமாகத் தருக.



4. படத்தில் கோடிட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பைக் கிட்டிய சதுர சென்டி மீட்டருக்குத் திருத்தமாகக் கண்டுபிடி.

5. 10 மீட்டர் பக்கமுள்ள ஒரு சதுரமான நீர்நிலை யைச் சுற்றிலும் வெளிப் புறம் அதன் பக்கங் களின்மேல் சம பக்க முக்கோண வடிவப் பூம் பாத்திகள் அமைந் துள்ளன. அப் பாத்தி களுக்கு எருவிட ஏருக்கு ரூ. 40 வீதம் மொத்தம் எவ்வளவு செலவாகும்? விடையைக் கிட்டிய ரூபாய்த் திருத்தமாகக் கொடு.



6. கீழ்க்காணும் பக்கங்களைக்கொண்ட சமபக்க முக்கோணங்களின் செங்குத்து உயரங்களைக் காணுக:

(i) 6 செ. மீ. (ii) 8 செ. மீ. (iii) 11 மீட்டர்
(iv) 30 மீட்டர் (v) 52·8 செ.மீ.

7. பின்வரும் பரப்புகளைக்கொண்ட சமபக்க முக்கோணங்களின் பக்க நீளங்களை ஒரு தசம இடத் திருத்த மாகக் கண்டுபிடி:

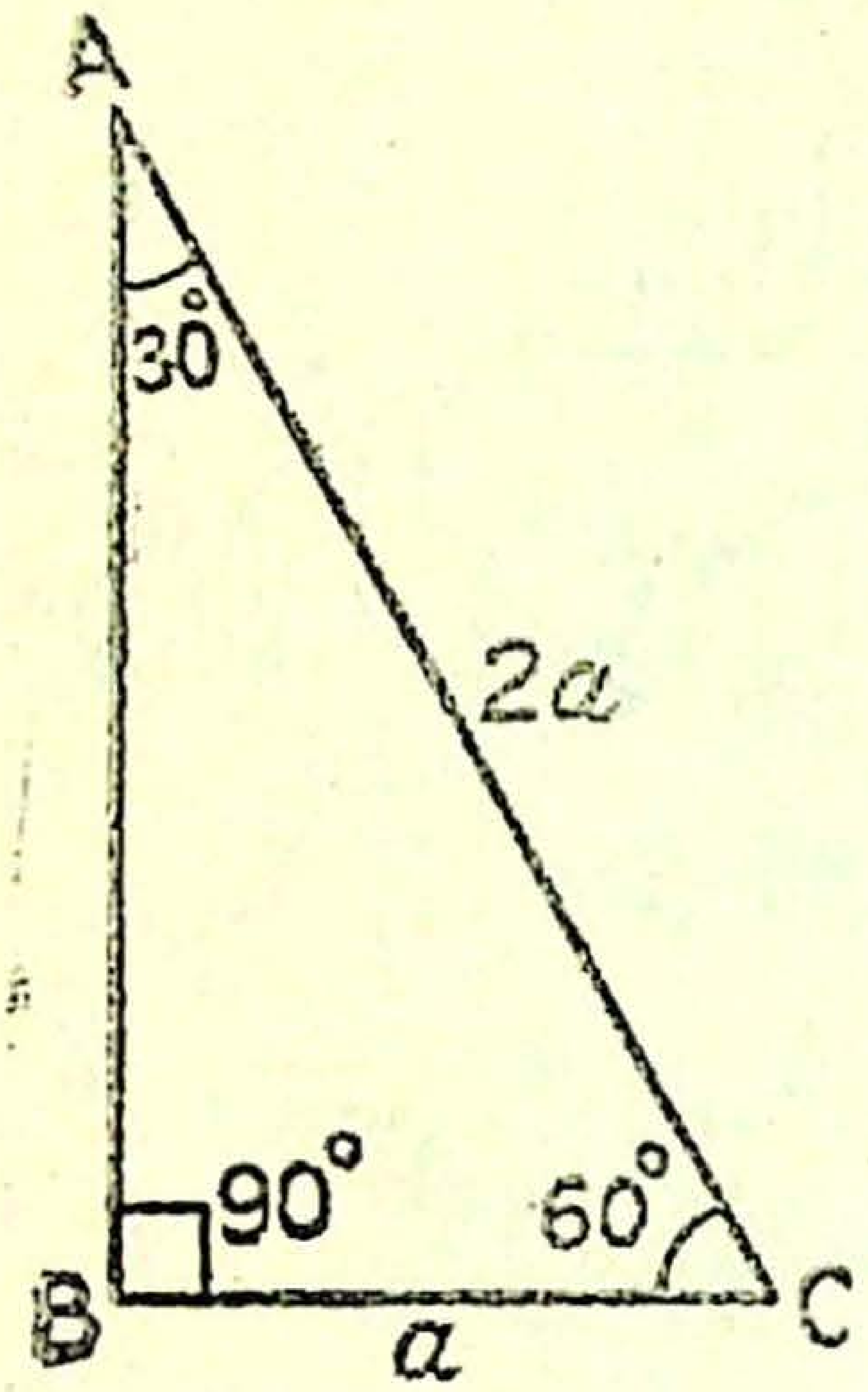
(i) 125 ச.செ.மீ. (ii) 8·4 ஏர் (iii) 4·5 ஏர்
(iv) 5·72 ச.செ.மீ.

8. ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவப் பாத்தியின் பரப்பு 69·28 சதுர மீட்டர். அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி. (விடையை மீட்டர்த் திருத்தமாகத் தருக.)

9. ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவ வயலின் பரப்பு 1558·8 சதுர மீட்டர். அதைச்சுற்றி வேலிபோட மீட்ட ருக்கு $\frac{1}{4}$ ரூபாய் வீதம் என்ன செலவாகும்?

10. ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவ வயலின் சுற்றளவு 210 மீட்டர். அதன் ஒரு மூலையிலிருந்து எதிர்ப் பக்கத்திற் குச் செல்ல எவ்வளவு தூரம் ஆகும்?

30°, 60°, 90° உள்ள செங்கோண முக்கோணம்



30°, 60°, 90° உள்ள சில செங்கோண முக்கோணங்களை வரை. கர்ணத்தையும், 30°க்கு எதிரில் உள்ள பக்கத்தையும் அளந்து கண்டுபிடி. கர்ணமானது, 30°க்கு எதிரில் உள்ள பக்கத்தைப்போல் இருமடங்குகளாக இருக்கக் காண்பாய்.

செங்கோண முக்கோணம் ABCஇல் $\hat{B} = 90°$, $\hat{A} = 30°$, $\hat{C} = 60°$ ஆக இருக்கும்போது

BC = a ஆனுல் AC = 2a ஆகும்.

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a.$$

ஆகவே 60°க்கு எதிரில் உள்ள பக்கமானது 30°க்கு எதிரிலுள்ள பக்கத்தைப்போல் $\sqrt{3}$ மடங்கு ஆகும்.

30°, 60°, 90° உள்ள செங்கோண முக்கோணத்தில் முறையே அக் கோணங்களுக்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களின் விகிதம் $1 : \sqrt{3} : 2$ ஆகும்.

பயிற்சி 6 :

1. 30°, 60°, 90° உள்ள செங்கோண முக்கோணத்தில் 30°க்கு எதிரில் உள்ள பக்கம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் கர்ணத்தையும், 60°க்கு எதிரில் உள்ள பக்கத்தையும் கண்டுபிடி :

(i) 5 செ.மீ. (ii) 3 செ.மீ. (iii) 1·5 மீட்டர்
(iv) 4·3 செ.மீ. (v) x செ.மீ.

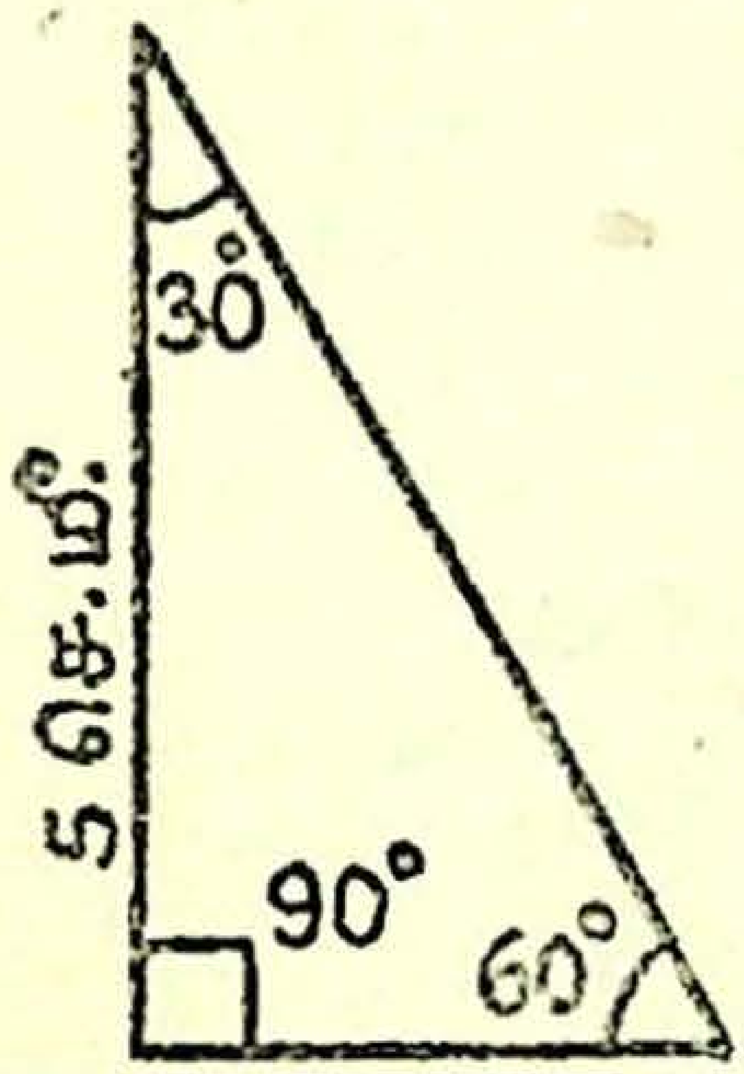
2. ஒரு கோணம் 30° ஆக உள்ள செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதனுடைய மற்றப் பக்கங்களைக் கண்டுபிடி.

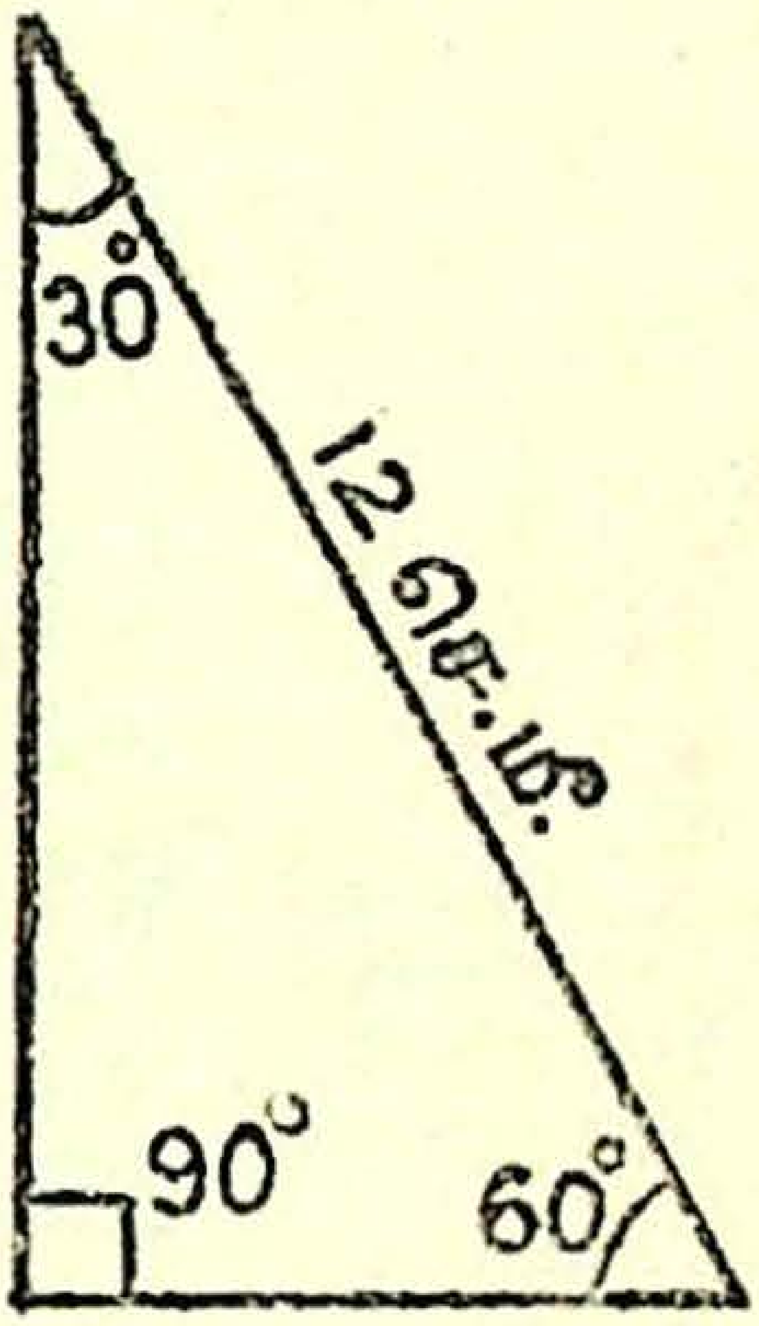
(i) 8 செ.மீ.   (ii) 12 செ.மீ.   (iii) 15 செ.மீ.
(iv) $2x$ செ.மீ.   (v) y செ.மீ.

3. 30°, 60°, 90° உள்ள செங்கோண முக்கோணத்தில் 60°க்கு எதிரிலுள்ள பக்கத்தின் அளவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதனுடைய மற்றப் பக்கங்களைக் கணக்கிடுக:

(i) 3·464 செ.மீ.   (ii) 17·32 செ.மீ.
(iii) 25·98 செ.மீ.   (iv) 12 செ.மீ.
(v) x செ.மீ.   (vi) $2y$ செ.மீ.

4. கீழ்க்காணும் முக்கோணங்களின் பரப்புகளைக் கண்டுபிடி. (விடையை ஒரு தசம இடத் திருத்தமாகக் கொடு.)



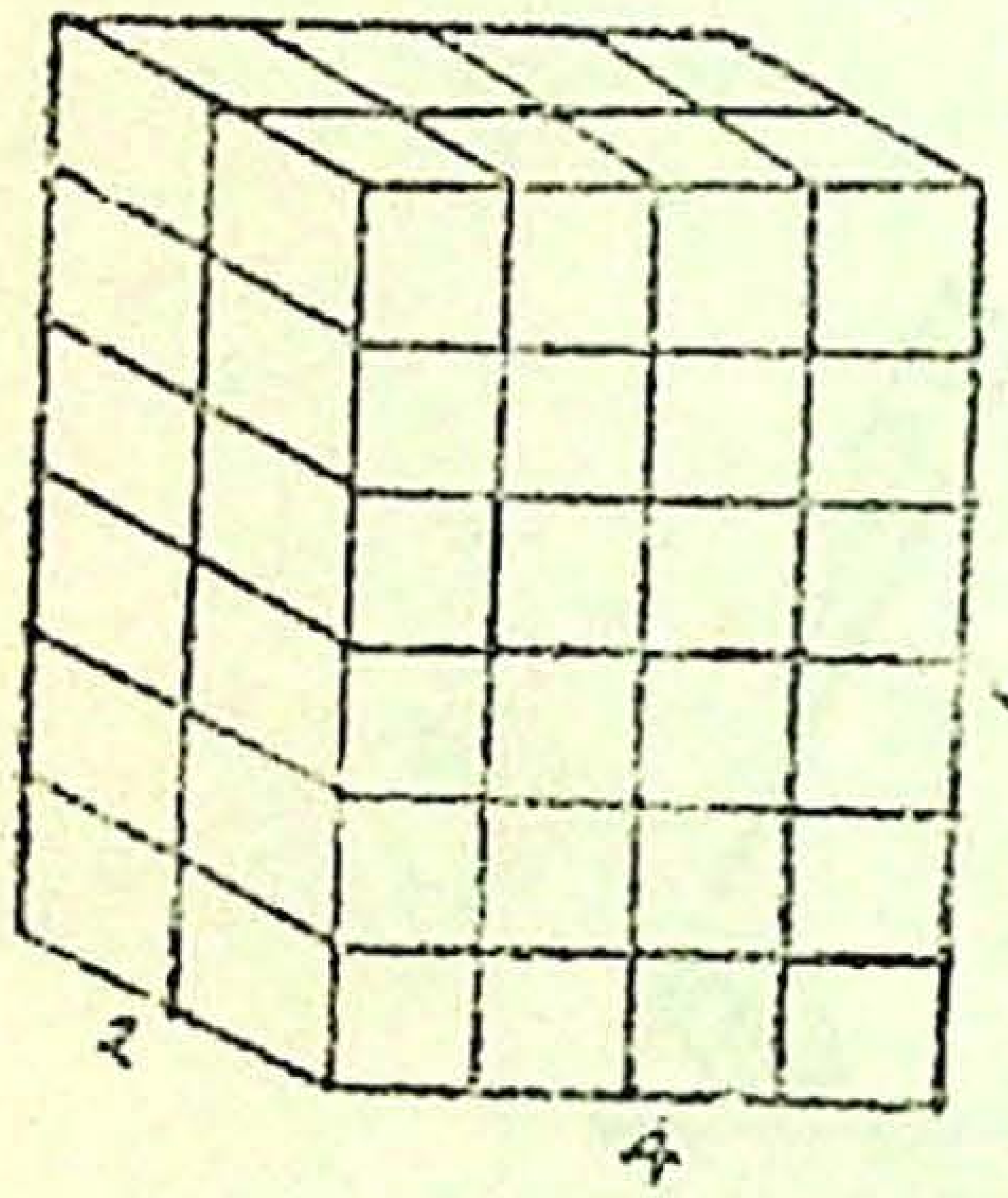


5. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் சமபக்கங்களில் ஒன்று 8 செ. மீ. அவற்றிற்கிடையேயுள்ள கோணம் 120° ஆனால், முக்கோணத்தின் பரப்பைக் கணக்கிட்டுக் கண்டுபிடி.

6. 5 மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் ஏணியைச் செங்குத்தான ஒரு சுவரின்மீது சாய்வாகச் சார்த்தும்போது அது சுவருடன் 30° கோணத்தை உண்டாக்குகிறது என்றால், தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் ஏணி சுவரைத் தொடுகிறது என்றும், சுவரின் அடியில் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் ஏணி தரையைத் தொடுகிறது என்றும் கண்டுபிடி.

10. செவ்வகக் கன உருவங்கள்
(Rectangular Solids)

ஒரு நேர்கோட்டிற்கு நீளம் மட்டுமே உண்டு. நீளமும் அகலமும் உடையது பரப்பு. நீளம், அகலம், உயரம் ஆகிய மூன்றும் உடையது கன அளவு என நாம் அறிந்துள்ளோம். நீளம் 4 செ. மீ., அகலம் 2 செ. மீ., உயரம் 6 செ. மீ.



உள்ள ஒரு கனச் செவ்வகம் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. நீளம், அகலம், உயரம் ஆகியவை 1 செ. மீ. அலகில் பிரிக்கப்படுவதாகக் கொண்டால் நீளத்தில் 4, அகலத்தில் 2, உயரத்தில் 6 அடுக்குகள் கிடைக்கும். கீழ் அடுக்கில் நீளத்தில் 4, அகலத்தில் 2ஆக மொத்தம் $(4 \times 2 = 8)$ 8 கன சென்டி மீட்டர்கள் கிடைக்கின்றன. அதேபோன்று உயரத்தில் 6 அடுக்குகள் இருப்பதால் மொத்தம் $(4 \times 2 \times 6 = 48)$ 48 கன சென்டி மீட்டர்கள் கிடைக்கின்றன.

$$\therefore \text{கன அளவு} = \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \times \text{உயரம்}$$

$$V = lbh$$

$$\text{நீளம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{அகலம்} \times \text{உயரம்}} \quad ; \; l = \frac{V}{bh}$$

$$\text{அகலம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{நீளம்} \times \text{உயரம்}} \quad ; \; b = \frac{V}{lh}$$

$$\text{உயரம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{நீளம்} \times \text{அகலம்}} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{பரப்பு}} \quad ; \; h = \frac{V}{lb}$$

வாய்பாடு

கன அளவுகள்

1000 கன மில்லி மீட்டர்	= 1 கன சென்டி மீட்டர் (க. செ. மீ.)
1000 கன சென்டி மீட்டர்	= 1 கன டெசி மீட்டர் (க. டெசி மீ.)
1000 கன டெசி மீட்டர்	= 1 கன மீட்டர் (க. மீ.)
1000 கன மீட்டர்	= 1 கன டெக்கா மீட்டர் (க. டெக். மீ.)
1000 கன டெக்கா மீட்டர்	= 1 கன ஹெக்டா மீட்டர் (க. ஹெ. மீ.)
1000 கன ஹெக்டா மீட்டர்	= 1 கன கிலோ மீட்டர் (க. கி. மீ.)

கொள்ளளவுகள்

10 மில்லி லிட்டர்	= 1 சென்டி லிட்டர்
10 சென்டி லிட்டர்	= 1 டெசி லிட்டர்
10 டெசி லிட்டர்	= 1 லிட்டர்
10 லிட்டர்	= 1 டெக்கா லிட்டர்
10 டெக்கா லிட்டர்	= 1 ஹெக்டா லிட்டர்
10 ஹெக்டா லிட்டர்	= 1 கிலோ லிட்டர்

குறிப்பு : தடித்த எழுத்துக்களிலுள்ள அளவுகளே பொதுவாகப் பழக்கத்திலிருக்கின்றன.

மாதிரி : நீளம் 10 செ. மீ., அகலம் 8 செ. மீ., உயரம் 6 செ. மீ. உள்ள மரக்கட்டையின் கன அளவு யாது ?

$v = lbh = 10 \times 8 \times 6$ க. செ. மீ. $= 480$ க. செ. மீ.

24 மீ. × 20 மீ. × 12 மீ. என்று குறிக்கப்பட்டால் அது நீளம் 24 மீ., அகலம் 20 மீ., உயரம் 12 மீ. என்பதைக் குறிக்கும்.

பயிற்சி 1 :

1. கன செ. மீ. ஆக மாற்று :

(i) 3 க. டெசி மீ. (ii) 5 க. டெசி மீ.
(iii) 4 க. டெசி மீ. 42 க.செ.மீ. (iv) $11\frac{1}{8}$ க. டெசி மீ.

2. கன டெசி மீ. ஆக மாற்று :

(i) 2880 க. செ. மீ. (ii) 8208 க. செ. மீ.
(iii) 6624 க. செ. மீ. (iv) 10 க. மீ. 648 க.செ.மீ.

3. கன செ. மீ. ஆக மாற்று :

(i) 4 க. மீ. (ii) 3 க. மீ. 22 க.செ.மீ.
(iii) $5\frac{3}{8}$ க. மீ. (iv) $16\frac{7}{10}$ க. மீ.

4. பின் வருவனவற்றை லி., டெசி லி., செ. லி., மில்லி லி. ஆக எழுது :

(i) 5376 க.செ. மீ. (ii) 943 க. செ. மீ.
(iii) 10256 க. செ. மீ.

5. கீழ் உள்ள கனச் செவ்வகங்களின் கன அளவுகளைக் கண்டுபிடி :

	நீளம்	அகலம்	உயரம்
(i)	12 செ. மீ.	8 செ. மீ.	6 செ. மீ.
(ii)	16 டெசி மீ.	$9\frac{1}{2}$ டெசி மீ.	4 டெசி மீ.
(iii)	25 செ. மீ.	15 செ. மீ.	8 செ. மீ.
(iv)	4 மீ.	$3\frac{1}{2}$ மீ.	$11\frac{1}{2}$ மீ.
(v)	1 மீ. 8 டெசி மீ.	1 மீ. 5 டெசி மீ.	80 செ. மீ.
(vi)	2 மீ. 40 செ. மீ.	2 மீ.	1 மீ. 80 செ. மீ.

6. பின் உள்ளவற்றிற்குக் கன அளவு காணுக :

(i) 25 செ. மீ. நீளம், 10 செ. மீ. அகலம், 8 செ. மீ. உயரம் உள்ள 480 செங்கற்கள்.

(ii) 5 மீட்டர் நீளம், 3 மீட்டர் அகலம், $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் ஆழமுள்ள தொட்டி.

(iii) 60 செ. மீ. நீளம், 50 செ. மீ. அகலம், 20 செ. மீ. கனம் உள்ள மரத்துண்டு.

(iv) 60 மீட்டர் நீளம், $6\frac{1}{2}$ மீட்டர் உயரம், $\frac{1}{2}$ மீட்டர் கனம் உள்ள சுவர்.

7. ஒரு சிமெண்டுப் படியின் நீளம் 3 மீ., அகலம் 0·5 மீ., உயரம் 0·2 மீ. ஒரு கன மீட்டர் 50 ரூபாயாக அதன் விலை யாது ?

8. ஒரு பாதையின் நீளம் 1 கிலோ மீட்டர், அகலம் 40 மீ. அதன்மீது 10 செ.மீ. உயரத்துக்குச் சல்லி பரப்பக் கன மீட்டருக்கு ரூ. 25 விதம் எவ்வளவுக்குச் சல்லி வாங்க வேண்டும் ?

9. 25 மீ. நீளம், 12 மீ. அகலமுள்ள ஒரு விளையாட்டிடத்தை 15 செ.மீ. உயர்த்த ஒரு கன மீட்டர் ரூ. 2 விதம் எவ்வளவுக்கு மணல் வாங்க வேண்டும் ?

10. 60 செ.மீ. நீளம், 40 செ. மீ. அகலம், 30 செ. மீ. உயரமுள்ள ஒரு தண்ணீர்த் தொட்டி எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும்? அது நிறைய உள்ள தண்ணீரின் நிறை யாது ?

பயிற்சி 2 :

1. ஒரு ஹெக்டேர் பரப்புள்ள சிமெண்டுத் தளத்தின் மீது 2 செ.மீ. உயரத்திற்குத் தண்ணீர் நின்றால், அதன் கன அளவு யாது ?

2. ஓர் இரும்புக் கட்டியின் அளவுகள் : 100 செ. மீ. நீளம், 50 செ.மீ. அகலம், 70 செ. மீ. உயரம். ஒரு க.செ.மீ. இரும்பின் நிறை 7·5 கிராம் என்றால், அந்த இரும்புக் கட்டியின் எடை எவ்வளவு ?

3. ஒரு நிலத்தின் பரப்பு 2·4 ஏர். ஒரு நாள் மழை பெய்து அதில் $1\frac{1}{2}$ செ.மீ. ஆழத்திற்குத் தண்ணீர் தேங்கியிருந்தது. அத் தண்ணீரின் நிறை எத்தனை மெட்ரிக் டன் இருக்கும் ? 1 கன மீட்டர் தண்ணீரின் நிறை 1000 கிலோ கிராம். விடையை மெ. டன் திருத்தமாகத் தருக.

4. தண்ணீர் காற்றைப்போல் 100 மடங்கு எடையுள்ளது. ஒரு கன செ. மீ. தண்ணீரின் நிறை 1 கிராம். 10 மீட்டர் நீளம், 5 மீட்டர் அகலம், 4 மீட்டர் உயரம் உள்ள ஓர் அறையில் உள்ள காற்றின் எடையைக் கிலோ கிராமில் கண்டுபிடி.

5. ஒரு வீடு கட்ட 4 மீ. நீளம், 15 செ. மீ. உயரம், 6·5 செ.மீ. தடிப்புள்ள 24 செவ்வக வடிவமான மர உத்தர

ரங்கள் தேவை. ஒரு க.மீ. மரத்தின் விலை ரூ. 1000 என்றால் உத்தரங்களின் விலையைக் கண்டுபிடி. [S.S.L.C. 1966(M)]

6. 20 செ.மீ. நீளம், $12\frac{1}{2}$ செ. மீ. அகலம், 4 செ. மீ. கனமுள்ள ஒரு மரக்கட்டையின் எடை 350 கிராம் என்றால், அதே வகையில் 1 கன மீட்டர் மரத்தின் எடையைக் கிலோ கிராமுக்குத் திருத்தமாகத் தருக.

7. ஒரு வகுப்பறை 10 மீ. × 6 மீ. × 5 மீ. இருக்கிறது. ஒவ்வொரு மாணவனுக்கும் 2 சதுர மீட்டர் இடம் தேவை. அந்த அறையில் எத்தனை பேர்கள் இருக்கலாம் என்றும் ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை கன மீட்டர் காற்றுக் கிடைக்கும் என்றும் கண்டுபிடி.

8. 10 செ. மீ. பக்கமுள்ள கன சதுரம் ஒன்றின் எடை 25 கிலோ கிராம். அதே வகை உலோகத்தினால் செய்யப் பட்ட 12 செ.மீ. நீளம், 4 செ.மீ. அகலம், 3 செ.மீ. கனம் உள்ள ஓர் உலோகச் சட்டத்தின் நிறை என்ன இருக்கும்?

மாதிரி : 40 செ. மீ. நீளம், 20 செ. மீ. அகலம், 16 செ. மீ. உயரமுள்ள மரக்கட்டையிலிருந்து 2 செ. மீ. பக்கமுள்ள கன சதுரங்கள் எத்தனை வெட்டி யெடுக்கலாம்?

வழி 1 :

கட்டையின் கன அளவு = 40 × 20 × 16 க. செ. மீ.
ஒரு கன சதுரத்தின் கன அளவு = 2 × 2 × 2 க.செ.மீ.
= 8 க.செ.மீ.

∴ வெட்டியெடுக்கக்கூடியவை = $\frac{40 \times 20 \times 16}{2 \times 2 \times 2}$ க. சது.
= 1600 கன சதுரங்கள்

வழி 2 :

நீளத்தில் வெட்டக்கூடிய க.சதுரத் துண்டுகள் = $\frac{40}{2}$ = 20

அகலத்தில் வெட்டக்கூடிய க.சது. துண்டுகள் = $\frac{20}{2}$ = 10

உயரத்தில் வெட்டக்கூடிய க.சது. துண்டுகள் = $\frac{16}{2}$ = 8

மொத்தம் = 20 × 10 × 8 துண்டுகள்
= 1600 துண்டுகள்

பயிற்சி 3 :

1. 30 செ.மீ. நீளம், 24 செ.மீ. அகலம், 18 செ. மீ. உயரமுள்ள ஒரு மரக்கட்டையிலிருந்து 3 செ.மீ. பக்கமுள்ள கன சதுரங்கள் எத்தனை வெட்டியெடுக்கலாம் ?

2. 60 செ.மீ. நீளம், 25 செ.மீ. அகலம், 15 செ.மீ. உயரமுள்ள சுவைக்கட்டியிலிருந்து 5 செ.மீ. நீளம், 5 செ.மீ. அகலம், 2·5 செ.மீ. உயரமுள்ள கட்டிகள் எத்தனை வெட்டியெடுக்கலாம் ?

3. ஒரு தொட்டியின் அளவு 2·5 மீ. × 1·6 மீ. × 1·2 மீ. அத் தொட்டியை நிரப்ப 0·8 மீ. × 0·5 மீ. × 0·4 மீ. உள்ள பாத்திரத்தால் எத்தனை முறை ஊற்ற வேண்டும் ?

4. ஒரு பாத்திரத்தின் நீளம் 0·8 மீ., அகலம் 50 செ.மீ., உயரம் 15 செ. மீ. அதனுள் நீளம் 8 செ. மீ., அகலம் 5 செ.மீ., உயரம் 3 செ.மீ. உள்ள அல்வாத் துண்டுகள் எத்தனை அடுக்கலாம் ?

5. ஒரு தேக்குமரச் சட்டத்தின் நீளம் 4 மீ., அகலம் 80 செ. மீ., கனம் 18 செ.மீ. அதிலிருந்து 50 செ.மீ. நீளம், 8 செ.மீ. அகலம், 6 செ.மீ. கனமுள்ள சட்டங்கள் எத்தனை அறுத்தெடுக்கலாம் ?

6. 22 மீட்டர் அகலமுள்ள சாலைக்கு 100 மீட்டர் தொலைவுக்கு 2 செ.மீ. உயரத்துக்குச் சல்லி பரப்ப எவ்வளவு கன மீட்டர் சல்லி தேவை ? சல்லி $5\frac{1}{2}$ மீட்டர் × 2 மீட்டர் × 1 மீட்டர் உள்ள கனச் செவ்வகக் குவியல்களாகக் குவிக்கப்பட்டிருந்தால் எத்தனை குவியல்கள் தேவையாயிருக்கும் ?

7. ஒரு விடுதியில் 4·5 மீ. × 3 மீ. × $1\frac{1}{2}$ மீ. அளவில் ஒரு தொட்டி உள்ளது. அது நிறைய உள்ள நீர் அங்குள்ள 270 பேர்களுக்கு ஒரு நாளைய செலவுக்குப் போதுமானால் சராசரியில் ஒவ்வொருவருக்கும் ஒரு நாளைக்கு எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் விதம் செலவழிகிறது என்று கண்டுபிடி.

8. 16 மீட்டர் நீளம், $10\frac{1}{2}$ மீட்டர் அகலம், 5 மீட்டர் உயரமுள்ள தொட்டி நிறையத் தண்ணீர் இருக்கிறது. 1·5 மீட்டர் நீளம், 1·2 மீட்டர் அகலம், 2 மீட்டர் உயரமுள்ள டின்னைக்கொண்டு அத் தண்ணீரை இறைத்தால் எத்தனை முழு டின்கள் இறைக்கலாம் ? மீதி இருக்கும் தண்ணீரின் கன அளவு யாது ?

9. 30 செ.மீ. நீளம், 20 செ. மீ. அகலம், 5 செ. மீ. உயரமுள்ள ஒரு கனச் செவ்வகப் பெட்டியின் விலை ரூ. 24. அதே வகையில் 40 செ.மீ. நீளம், 30 செ.மீ. அகலம், 10 செ.மீ. உயரமுள்ள மற்றொரு பெட்டியின் விலை யாது?

10. ஒரு சுவரின் நீளம் 24 மீ., உயரம் 3·5 மீ., கனம் 50 செ. மீ. அதில் 20 செ.மீ. × 10 செ. மீ. × 5 செ. மீ. உள்ள செங்கற்கள் எத்தனை இருக்கும்?

11. 25 மீட்டர் நீளம், $2\frac{1}{2}$ மீட்டர் உயரம், $\frac{1}{2}$ மீட்டர் கனம் உள்ள சுவர் ஒன்று மத்தியில் 2 மீட்டர் உயரம், $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் அகலம்கொண்ட வாயில் ஒன்று உள்ளதாகக் கட்டப்பட வேண்டும். அதற்கு 20 செ.மீ. × 10 செ.மீ. × 8 செ.மீ. உள்ள செங்கற்கள் எத்தனை தேவை?

12. 75 டெசிமீ. நீளம், 15 டெசிமீ. உயரம், 4 டெசிமீ. கனம் உள்ள சுவர் ஒன்று கட்டப்பட வேண்டும். மொத்தக் கன அளவில் 20%ஐச் சுண்ணும்பு அடைக்கின்றது. 20 செ.மீ. நீளம்×12 செ.மீ. அகலம்×10 செ.மீ. உயரம் உள்ள செங்கற்களால் அச் சுவர் கட்டப்பட வேண்டுமாளுல் செங்கற்கள் எத்தனை வேண்டும் என்று கண்டுபிடி.

கன அளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம். கன அளவை நீளம், அகலம் உயரம் ஆகிய மூன்றனுள் எவையேனும் இரண்டினுல் வகுக்க மூன்ருவது கிடைக்கும்.

$$\text{நீளம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{அகலம்} \times \text{உயரம்}}; \quad \text{அகலம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{நீளம்} \times \text{உயரம்}}$$

$$\text{உயரம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{நீளம்} \times \text{அகலம்}} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{பரப்பு}}$$

நினைவுக்கு:

கன அளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம்; $v = lbh$.

$$\text{நீளம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{அகலம்} \times \text{உயரம்}}; \quad l = \frac{v}{bh}$$

$$\text{அகலம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{நீளம்} \times \text{உயரம்}}; \quad b = \frac{v}{lh}$$

$$\text{உயரம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{பரப்பு}}; \quad h = \frac{v}{lb}$$

மாதிரி: ஒரு மேடையின் கன அளவு 288 கன மீ. அதன் நீளம் 24 மீ., அகலம் 12 மீ. ஆனல் உயரம் யாது?

$$\text{உயரம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{நீளம்} \times \text{அகலம்}} \quad \frac{288}{24 \times 12} \text{மீ.} = 1 \text{மீ.}$$

பயிற்சி 4:

1. கீழ் உள்ளவற்றில் விடுபட்டுள்ள இடங்களில் இருக்க வேண்டிய விடைகளைக் காணுக:

	கன அளவு	நீளம்	அகலம்	உயரம்
i	2160 க.செ.மீ.	18 செ.மீ.	10 செ.மீ.	—
ii	32400 க.செ.மீ.	45 செ.மீ.	30 செ.மீ.	—
iii	81 க.டெசி மீ.	6 டெசி மீ.	—	3 டெசி மீ.
iv	840 க.மீ.	20 மீ.	—	5·25 மீ.
v	7500 க.மீ.	—	20 செ.மீ.	15 செ.மீ.
vi	6384 க.செ.மீ.	—	19 செ.மீ.	12 செ.மீ.

2. ஒரு பெட்டியின் கன அளவு 1·5 கன மீ. அதன் நீளம் 1·5 மீ., அகலம் 50 செ. மீ. உயரம் எவ்வளவு?

3. ஒரு கூடத்தில் ஒருவருக்கு 4 கன மீ. காற்று விதம் 60 பேர்களுக்கு வேண்டிய காற்று இருக்கிறது. அதன் உயரம் 4 மீ., அகலம் 3 மீ. ஆனல் நீளம் எவ்வளவு?

4. ஒரு தொட்டியின் கன அளவு 120 கன மீ. அதன் உயரம் 4 மீ. ஆனல் அடிப்பக்கப் பரப்பு எவ்வளவு? தொட்டியின் நீளம் 6 மீ. ஆனல் அகலம் எவ்வளவு?

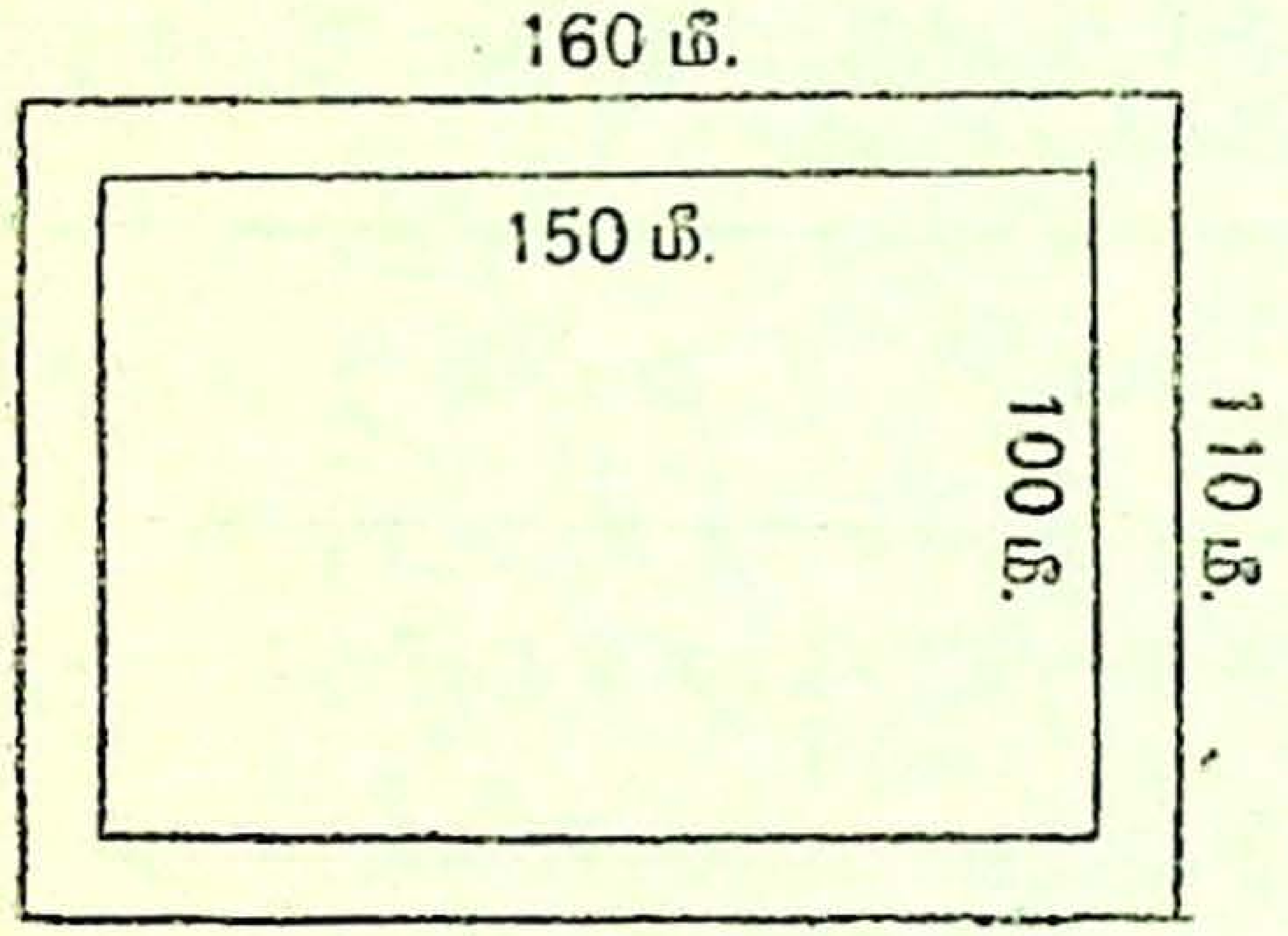
கன அளவு கண்டுபிடிக்க நீள, அகல, உயரங்களைப் பெருக்கவேண்டுமென அறிந்தீர்கள். நீளமும் அகலமும்

சேர்ந்தது பரப்பு. எனவே, பரப்பை உயரத்தால் பெருக்கக் கன அளவு கிடைக்கும்.

பரப்பு × உயரம் = கன அளவு

$$\text{பரப்பு} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{உயரம்}}; \qquad \text{உயரம்} = \frac{\text{கன அளவு}}{\text{பரப்பு}}$$

மாதிரி: 150 மீ. நீளம், 100 மீ. அகலமுள்ள ஒரு செவ்வக நிலத்தைச் சுற்றிலும் வெளிப்புறம் 5 மீ. அகலமுள்ள ஒரு குழி $\frac{1}{2}$ மீ. ஆழத்திற்கு வெட்டி எடுக்கப் பட்டது. எடுத்த மண்ணின் கன அளவு யாது?



பாதையோடு

நிலத்தின் பரப்பு = 160 × 110 ச. மீ. = 17600 ச. மீ.

நிலப்பரப்பு = 150 × 100 ச. மீ. = 15000 ,,

∴ பாதையின் பரப்பு = 2600 ,,

வெட்டி எடுக்கப்பட்ட ஆழம் = $\frac{1}{2}$ மீ.

∴ வெட்டியெடுக்கப்பட்ட மண்ணின் கன அளவு = 2600 × $\frac{1}{2}$ க. மீ. | = 1300 க. மீ.

பயிற்சி 5:

1. 50 மீ. நீளம், 40 மீ. அகலம், 6 மீ. ஆழத்தில் வெட்டியெடுக்கப்பட்ட மண் 120 மீ. நீளம், 100 மீ. அகலமுள்ள நிலத்தின்மீது பரப்பப்பட்டால் நில மட்டம் எவ்வளவு உயரும்?

2. ஒரு வண்டி உரம் 10 கன மீ. 10 வண்டி உரத்தை 50 மீ. நீளம், 20 மீ. அகலமுள்ள பாத்தியின்மீது சமமாகப் பரப்பினால் பாத்தியின் மட்டம் எவ்வளவு உயரும்?

3. ஒரு வீட்டுக்குக் கால்கோள் குழி 480 ச.மீ. பரப்பில் 2 மீ. ஆழத்திற்கு வெட்டப் படுகிறது. ஒரு வண்டிக்கு

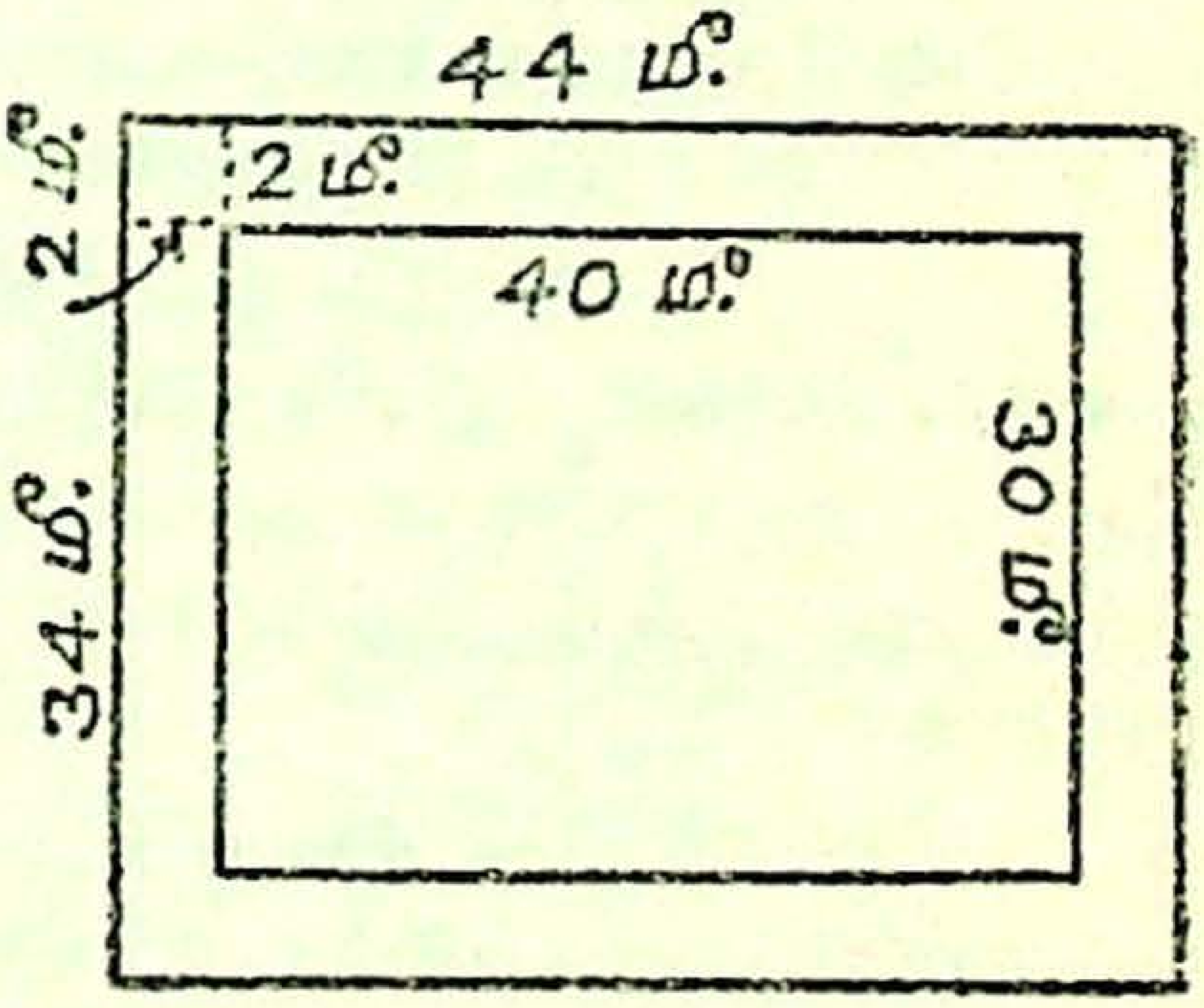
4 கன மீ. ஆக அதில் வெட்டியெடுத்த மண் எத்தனை வண்டிகளாகும்?

4. 750 ச.மீ. பரப்புள்ள இடத்தில் சம ஆழத்தில் ஒரு குழி வெட்டப்பட்டு அதிலிருந்து 250 வண்டிகள் மண் எடுக்கப்பட்டது. ஒரு வண்டி 3 கன மீ. ஆனால் குழியின் ஆழமென்ன?

5. 120 மீ. நீளம், 80 மீ. அகலமுள்ள நிலத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறம் 3 மீ. அகலம், 1 மீ. ஆழமுள்ள குழி வெட்டப்பட்டால் வெட்டியெடுக்கப்பட்ட மண்ணின் கன அளவு யாது?

6. 60 மீ. நீளம், 42 மீ. அகலம் உள்ள நிலத்தைச் சுற்றிலும் வெளிப்புறம் 1 மீ. அகலம், 50 செ. மீ. ஆழம் மண் வெட்டியெடுக்க 100 கன மீட்டருக்கு ரூ. 60 வீதம் என்ன செலவாகும்?

மாதிரி: 40 மீட்டர் நீளம், 30 மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு செவ்வக நிலத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறம் 2 மீட்டர் அகலத்திற்கு $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் ஆழம் வெட்டியெடுக்கப்பட்டு, எடுத்த மண்ணை நிலத்தின்மீது சீராகப் பரப்பினால் நிலமட்டம் எவ்வளவு உயரம்?



குழியும் நிலமும் சேர்ந்த பரப்பு

$= 44 \times 34$ ச.மீ. $= 1496$ ச.மீ.

நிலம் மட்டும் பரப்பு
$= 40 \times 30$ ச.மீ. $= 1200$ ச.மீ.
குழியின் பரப்பு =

$1496 - 1200$ ச. மீ. $= 296$ ச. மீ.

குழியின் ஆழம் $= 1\frac{1}{2}$ மீட்டர்

∴ வெட்டியெடுத்த மண்ணின் கன அளவு $\Big\} = \overset{148}{\not{2}\not{9}\not{6}} \times \frac{3}{\not{2}}$ க. மீ.

$= 444$ க. மீ.

மண்ணைப் பரப்பிய இடத்தின் பரப்பு $= 1200$ ச.மீ.

$$\therefore \text{நிலமட்டம் உயர்ந்த அளவு} = \frac{\overset{37}{\cancel{\overset{111}{\cancel{444}}}}}{\underset{3}{\cancel{1200}}} \times 1\cancel{0}\cancel{0} \text{ செ.மீ.}$$

நிலமட்டம் உயர்ந்த அளவு = 37 செ.மீ.

பயிற்சி 6 :

1. 8 டெசி மீ. நீளம், $7\frac{1}{2}$ டெசி மீ. அகலம், 4 டெசி மீ. ஆழமுள்ள ஒரு குழிவெட்டி அதிலிருந்து கிடைத்த மண்ணை 60 டெசி மீ. நீளம், 20 டெசி மீ. அகலமுள்ள நிலத்தின்மீது பரப்பினால் நிலமட்டம் எவ்வளவு உயரும்?

2. 180 மீட்டர் நீளம், 75 மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு குளத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறம் $2\frac{1}{2}$ மீட்டர் அகலத்திற்கு 15 செ. மீ. உயரத்தில் ஒரு மேடை கட்ட வேண்டும். அதற்கு 1 கன மீட்டருக்கு ரூ. 8 விதம் என்ன செலவாகும்?

3. 80 மீட்டர் நீளம், 50 மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு நிலத்தின் நடுவே 4 மீட்டர் சதுரமுள்ள கிணறு ஒன்றை $7\frac{1}{2}$ மீட்டர் ஆழத்திற்கு வெட்டி, எடுத்த மண்ணை மீதி நிலத்தின்மீது சமமாகப் பரப்பினால் தரைமட்டம் எவ்வளவு உயரும்? செ. மீ. திருத்தமாக விடை தருக.

4. ஒரு சாலையின் ஓரத்தில் 4 மீ. $\times$ $2\frac{1}{2}$ மீ. $\times$ $1\frac{1}{2}$ மீ. உள்ள கனச் செவ்வகச் சல்லிக் குவியல்கள் 120 இருக்கின்றன. 45 மீட்டர் அகலமுள்ள அச் சாலையை 5 செ. மீ. உயரப்படுத்தினால் அச் சல்லி எவ்வளவு நீளத்திற்குப் போதுமானதாக இருக்கும்?

5. 8 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு வகுப்பறையில் ஒவ்வொருவருக்கும் 2 சதுர மீட்டர் விதம் 30 மாணவர்களுக்கு இடம் இருக்கின்றது. அங்கு ஒவ்வொருவருக்கும் சுவாசிக்க 12 கன மீட்டர் காற்றுக் கிடைக்கின்றது. அறையின் அகலத்தையும், உயரத்தையும் கண்டுபிடி.

6. ஒரு கனச் செவ்வக இரும்பின் எடை 75 கி. கி. அதன் நீளம் 40 செ. மீ., அகலம் 20 செ. மீ. ஆனால் கனம் எவ்வளவு? (1 க. மீ. இரும்பு = 7 குவின்டல்.)

7. 30 செ. மீ. நீளம், 20 செ. மீ. அகலமுள்ள ஒரு செவ்வகத் தொட்டியில் சிறிது தண்ணீர் இருக்கின்றது.

அதனுள் 5 செ. மீ. பக்கமுள்ள கன சதுர இரும்புத் துண்டைப் போட்டால் நீர்மட்டம் எவ்வளவு மேலேறும்? விடையை ஒரு தசம இடத் திருத்தமாகத் தருக.

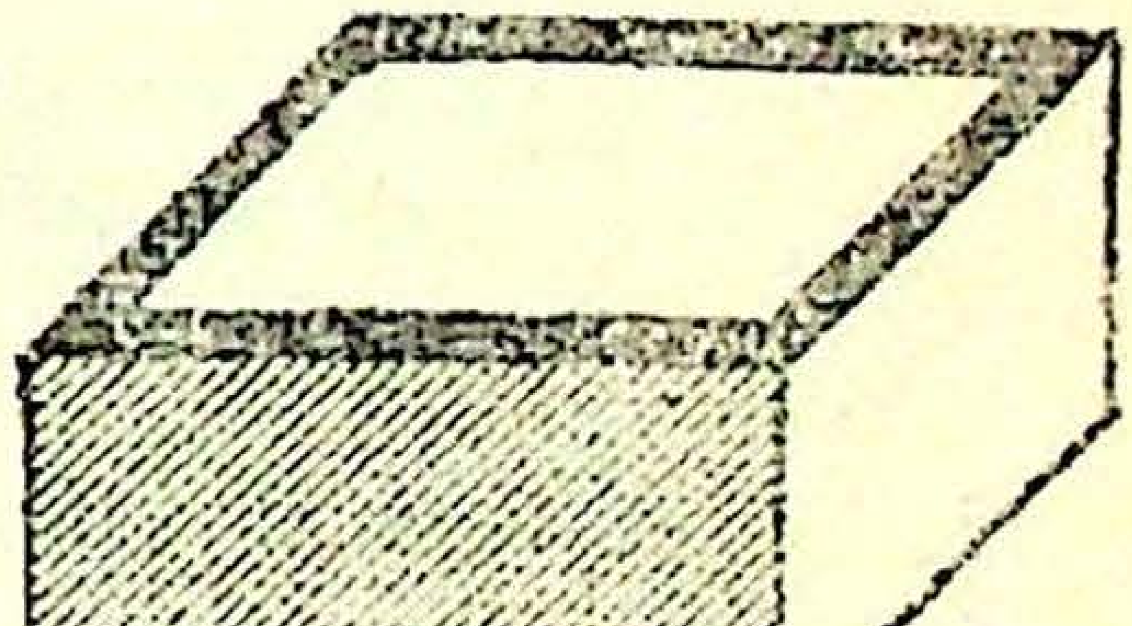
8. ஒரு செவ்வகத் தொட்டியில் சிறிது தண்ணீர் இருக்கிறது. அதனுள் 5 செ.மீ. × 2 செ.மீ. × 1 செ.மீ. உள்ள 480 இரும்புத் துண்டுகளைப் போட்டால் நீர்மட்டம் 2 செ. மீ. உயருகிறது என்றால், அதன் அடிப்பரப்பு யாது? தொட்டியின் நீளம் 60 செ.மீ. ஆனால் அதன் அகலம் யாது?

9. ஒரு செவ்வக வடிவ நீர்நிலையின் அடிப்பக்கம் 15 மீ. × 10 மீ. அதில் 3½ மீட்டர் ஆழத்திற்குத் தண்ணீர் நிற்கிறது. அதிலிருந்து 90 கன மீட்டர் தண்ணீர் எடுத்த பிறகு நீரின் ஆழம் எவ்வளவாக இருக்கும்?

10. 120 செ. மீ. × 60 செ. மீ. × 50 செ. மீ. உள்ள ஒரு செவ்வகத் தொட்டியில் ஓரளவு தண்ணீர் இருக்கிறது. அதனுள் 60 செ. மீ. × 40 செ. மீ. × 20 செ. மீ. உள்ள இரும்புத் துண்டைப் போடும்போது 30 லிட்டர் தண்ணீர் வழிகிறது என்றால், முதலில் தொட்டியில் எவ்வளவு ஆழத்திற்குத் தண்ணீர் இருந்தது?

கனச் செவ்வகப் பெட்டிகள்:

பெட்டிகள், மூடியுள்ள பெட்டி, மூடியற்ற பெட்டி என இருவகைப்படும். பெட்டி செய்யப்பட்டிருக்கும் பொருளுக்குக் கனம் உண்டாதலால் பெட்டியின் உள் அளவுகள், வெளி அளவுகள் வெவ்வேறாக இருக்கும்.



பெட்டியின் உள் அளவுகள் நீளம் l, அகலம் b, உயரம் h, பலகையின் தடிப்பு t எனக் கொண்டால் வெளி அளவுகள் பின்வருமாறு ஆகும்.

வெளி அளவுகள்

மூடியுள்ள பெட்டி	மூடியற்ற பெட்டி
நீளம் $(l+2t)$	நீளம் $(l+2t)$
அகலம் $(b+2t)$	அகலம் $(b+2t)$
உயரம் $(h+2t)$	உயரம் $(h+t)$

இதேபோன்று வெளி அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் உள் அளவுகளைக் காணத் தடிப்பைக் கழித்துக்கொள்ள வேண்டும். வெளி அளவுகள் $l \times b \times h$ ஆகவும் பலகையின் தடிப்பு t ஆகவும் இருந்தால் உள் அளவுகள் பின்வருமாறு:

உள் அளவுகள்

மூடியுள்ள பெட்டி		மூடியற்ற பெட்டி	
நீளம்	$(l-2t)$	நீளம்	$(l-2t)$
அகலம்	$(b-2t)$	அகலம்	$(b-2t)$
உயரம்	$(h-2t)$	உயரம்	$(h-t)$

குறிப்பு: நீளத்திற்கும் அகலத்திற்கும், எப்போதும் கூட்டுவதோ அன்றிக் கழிப்பதோ இரு மடங்கு தடிப்பு; உயரத்துக்கு மட்டும் மூடியுள்ள பெட்டியானால் இரு மடங்கு தடிப்பு: மூடியற்றதாயின் ஒரு பங்கு தடிப்பு.

பெட்டியின் வெளிக் கன அளவிலிருந்து உள் கன அளவைக் கழித்தால் பெட்டி செய்யப்பட்டிருக்கும் பொருளின் கன அளவு கிடைக்கும்.

பெட்டியின் கொள்ளளவு என்பது உள் கன அளவே ஆகும்.

மாதிரி: மூடியுள்ள ஒரு பெட்டியின் வெளிப்புற அளவு 20 செ.மீ. × 16 செ.மீ. × 12 செ.மீ. அது செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் தடிப்பு 1 செ. மீ. பெட்டியின் கொள்ளளவு யாது? காலிப் பெட்டியின் எடை எவ்வளவு? (1 க. செ. மீ. பலகையின் நிறை ·8 கிராம்.)

பெட்டியின் வெளி அளவுகள் } = 20 செ. மீ. × 16 செ.மீ. × 12 செ.மீ.

பெட்டியின் உள் அளவுகள் } = (20 செ.மீ. − 2 செ.மீ.) (16 செ.மீ. − 2 செ.மீ.) (12 செ.மீ. − 2 செ.மீ.)

= 18 செ.மீ. × 14 செ.மீ. × 10 செ.மீ.

பெட்டியின் வெளி கன அளவு = 3840 க. செ. மீ.
பெட்டியின் உள் கன அளவு = 2520 க. செ. மீ.
∴ பெட்டியின் கொள்ளளவு = 2520 க. செ. மீ.

பெட்டி செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் கன அளவு } = (3840 − 2520) க.செ.மீ.
= 1320 க.செ.மீ.

பெட்டியின் எடை = 1320 × 0·8 கி. = 1056 கிராம்.

பயிற்சி 7 :

1. கீழே கொடுத்திருப்பவை ஒரு பெட்டியின் வெளி அளவுகள் :

(a) 50 செ.மீ. × 30 செ.மீ. × 20 செ.மீ. (b) 45 செ.மீ. × 25 செ.மீ. × 18 செ.மீ. (c) 60 செ.மீ. × 40 செ.மீ. × 25 செ.மீ. (d) 2 மீட்டர் × $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் × $\frac{3}{4}$ மீட்டர்.

(i) அவை மூடியுள்ள பெட்டிகளாயிருந்து செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் தடிப்பு 2 செ. மீ. ஆனால் உள் அளவுகள் யாவை ?

(ii) மூடியற்ற பெட்டிகளாக இருந்து செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் தடிப்பு 1 செ.மீ. ஆனால் உள் அளவுகள் யாவை ?

2. கீழே கொடுத்திருப்பவை ஒரு பெட்டியின் உள் அளவுகள் :

(a) 52 செ.மீ. × 26 செ.மீ. × 24 செ.மீ. (b) 65 செ.மீ. × 40 செ.மீ. × 25 செ.மீ. (c) 52 செ.மீ. × 36 செ.மீ. × 30 செ. மீ. (d) $1\frac{3}{4}$ மீட்டர் × $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் × $1\frac{1}{4}$ மீட்டர்.

(i) மூடியற்ற பெட்டியாக இருந்து பலகையின் தடிப்பு $1\frac{1}{2}$ செ.மீ. ஆனால் வெளி அளவுகளைக் கூறு.

(ii) மூடியுள்ள பெட்டியாக இருந்து பலகையின் தடிப்பு 2 செ. மீ. ஆனால் வெளி அளவுகள் யாவை ?

3. ஒரு மூடியுள்ள பெட்டியின் உள் அளவு 75 செ. மீ. × 50 செ. மீ. × 30 செ. மீ. அது செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் தடிப்பு $2\frac{1}{2}$ செ.மீ. ஆனால் அப் பெட்டி செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் கன அளவு யாது ? பெட்டியின் கொள்ளளவு எவ்வளவு ?

4. மூடியில்லாத ஒரு பெட்டியின் வெளி அளவு 65 செ.மீ. × 44 செ.மீ. × 30 செ.மீ. அது செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் தடிப்பு 2 செ. மீ., அப் பலகையில் 1 க. செ. மீ. எடை 0·7 கிராம் ஆனால், காலிப் பெட்டியின் எடையைக் கண்டுபிடி.

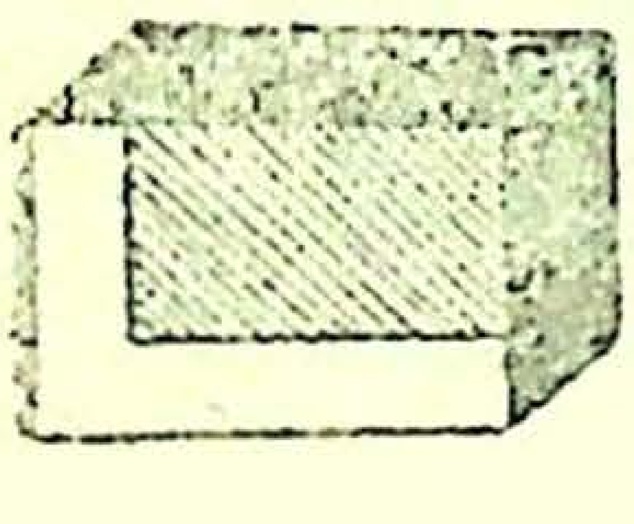
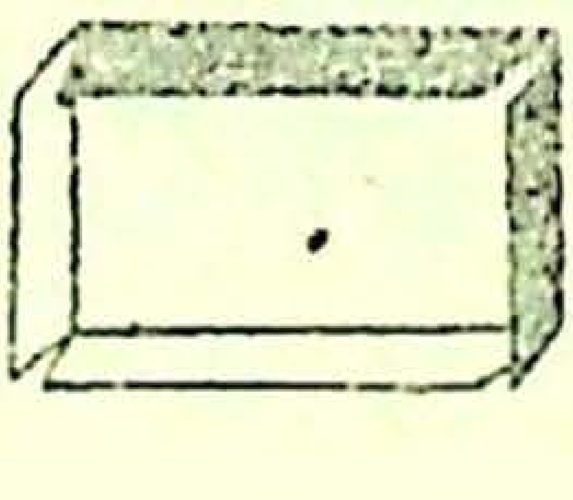
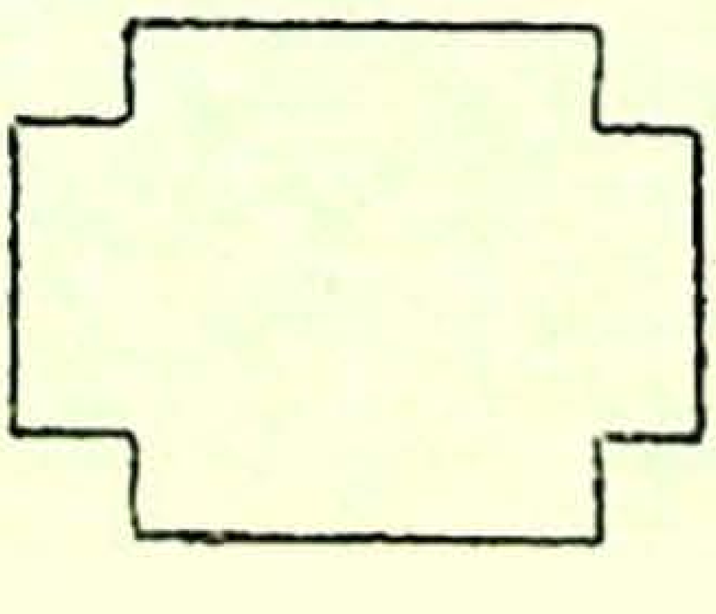
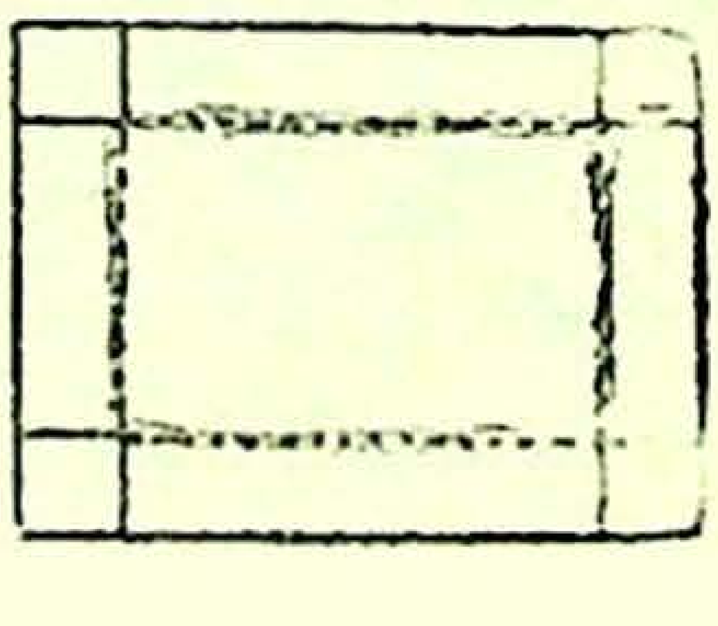
5. மூடியில்லாத ஒரு சிறு கண்ணாடித் தொட்டியின் உட்புற அளவு 20 செ.மீ.×16 செ.மீ.×12 செ.மீ. அதன் சுவர்களின் தடிப்பு 1 செ.மீ. அது நிறையத் தண்ணீர் இருக்கும்போது அதன் நிறை என்ன? (கண்ணாடி 1 க.செ.மீ. நிறை 2·5 கிராம். 1 கன செ.மீ. தண்ணீரின் நிறை 1 கிராம்.) விடையைக் கிராம் திருத்தமாகத் தருக.

6. தேக்கு மரத்தால் செய்த மூடியுள்ள ஒரு மரப் பெட்டியின் வெளி அளவு $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் × 1 மீட்டர் × $\frac{5}{6}$ மீட்டர். பலகையின் தடிப்பு 2 செ.மீ. அப் பெட்டி காலியாக இருக்கும்போது அதன் எடை 20 கி.கி. ஆனால் 1 க.செ.மீ. தேக்கு மரத்தின் நிறை எத்தனை கிராம்? (கிராம் திருத்தமாக விடைகொடு.)

7. ஈயத்தால் செய்யப்பட்ட மூடியுள்ள ஒரு பெட்டியின் வெளி அளவு 15 செ. மீ. × 10 செ. மீ. × 9 செ. மீ. அதன் பக்கங்களின் தடிப்பு 1 செ.மீ. அதன் நிறை 1590 கிராம் ஆனால், அதே அளவுகளுள்ள கெட்டியான ஈயக் கனச் செவ்வகத்தின் நிறை என்ன இருக்கும்?

8. ஒரு செவ்வக அறையின் வெளி நீளம் 24 மீட்டர், அகலம் $15\frac{1}{2}$ மீட்டர், உயரம் 4 மீட்டர். சுவரின் கனம் $\frac{1}{2}$ மீட்டர். அதில் 3 மீட்டர்×1 மீட்டர் உள்ள ஒரு வாயிலும், 1 மீட்டர் × $\frac{3}{6}$ மீட்டர் உள்ள இரண்டு சாளரங்களும் இருக்கின்றன. வாயில், சாளரங்கள் நீங்கலாகச் சுவர்களின் கன அளவு யாது? சுவரின் உள் உயரமும், வெளி உயரமும் ஒன்றே எனக்கொள்க.

9. மூடியுள்ள ஒரு பெட்டியின் வெளி அளவு 22 செ.மீ. × 18 செ.மீ. × 15 செ.மீ. அது செய்யப்பட்டிருக்கும் பலகையின் தடிப்பு 1 செ.மீ. அதன் நிறை 1884 கிராம். அதே உள் அளவுகளைக்கொண்டு அதே மரத்தினால் $\frac{1}{2}$ செ.மீ. தடிப்புள்ள பலகைகளால் செய்யப்பட்டுள்ள மூடியற்ற பெட்டியின் நிறை எவ்வளவிருக்கும்? விடையைக் கிராம் திருத்தமாகத் தருக.

முன் பக்கத்தில் உள்ள படத்தைப் பார். ஒரு செவ்வக அட்டையின் நான்கு மூலைகளிலிருந்தும் சமமான சதுரத் துண்டுகளை வெட்டி யெறிந்துவிட்டு மீதியிருக்கும் செவ்வகப் பாகங்களை மடித்தால் ஒரு கனச் செவ்வகப் பெட்டி கிடைப்பதைக் காண்பாய்.

பெட்டியின் நீளம் = செவ்வகத்தின் நீளம் — 2 (வெட்டியெடுத்த சதுரத்தின் பக்கம்)

பெட்டியின் அகலம் = செவ்வகத்தின் அகலம் — 2 (வெட்டியெடுத்த சதுரத்தின் பக்கம்)

பெட்டியின் உயரம் = வெட்டியெடுத்த சதுரத்தின் பக்கம்.

மாதிரி : 15 செ. மீ. நீளம், 12 செ. மீ. அகலமுள்ள ஒரு செவ்வக அட்டைத் துண்டின் நான்கு மூலைகளிலிருந்தும் 3 செ. மீ. பக்கமுள்ள சம சதுரங்கள் வெட்டியெடுக்கப்படுகின்றன. மீதியான பாகம் ஒரு கனச் செவ்வகப் பெட்டியாக மடிக்கப்படுகிறதென்றால் அப் பெட்டியின் கொள்ளளவு யாது ?

பெட்டியின் நீளம் $=[15-(2\times 3)]$ செ.மீ. $=9$ செ.மீ.
பெட்டியின் அகலம் $=[12-(2\times 3)]$ செ.மீ. $=6$ செ.மீ.
பெட்டியின் உயரம் $=3$ செ.மீ.

∴ பெட்டியின் கொள்ளளவு $\}$ $=$ 9 செ.மீ. $\times$ 6 செ.மீ. $\times$ 3 செ.மீ. $=162$ க.செ.மீ.

10. 40 செ.மீ. $\times$ 30 செ.மீ. உள்ள ஒரு செவ்வக அட்டையின் நான்கு மூலைகளிலிருந்தும் 8 செ. மீ. பக்கமுள்ள சதுரங்கள் வெட்டியெறியப்பட்டு மீதி ஒரு பெட்டியாக்கப்படுகிறது. பெட்டியின் கொள்ளளவு யாது ?

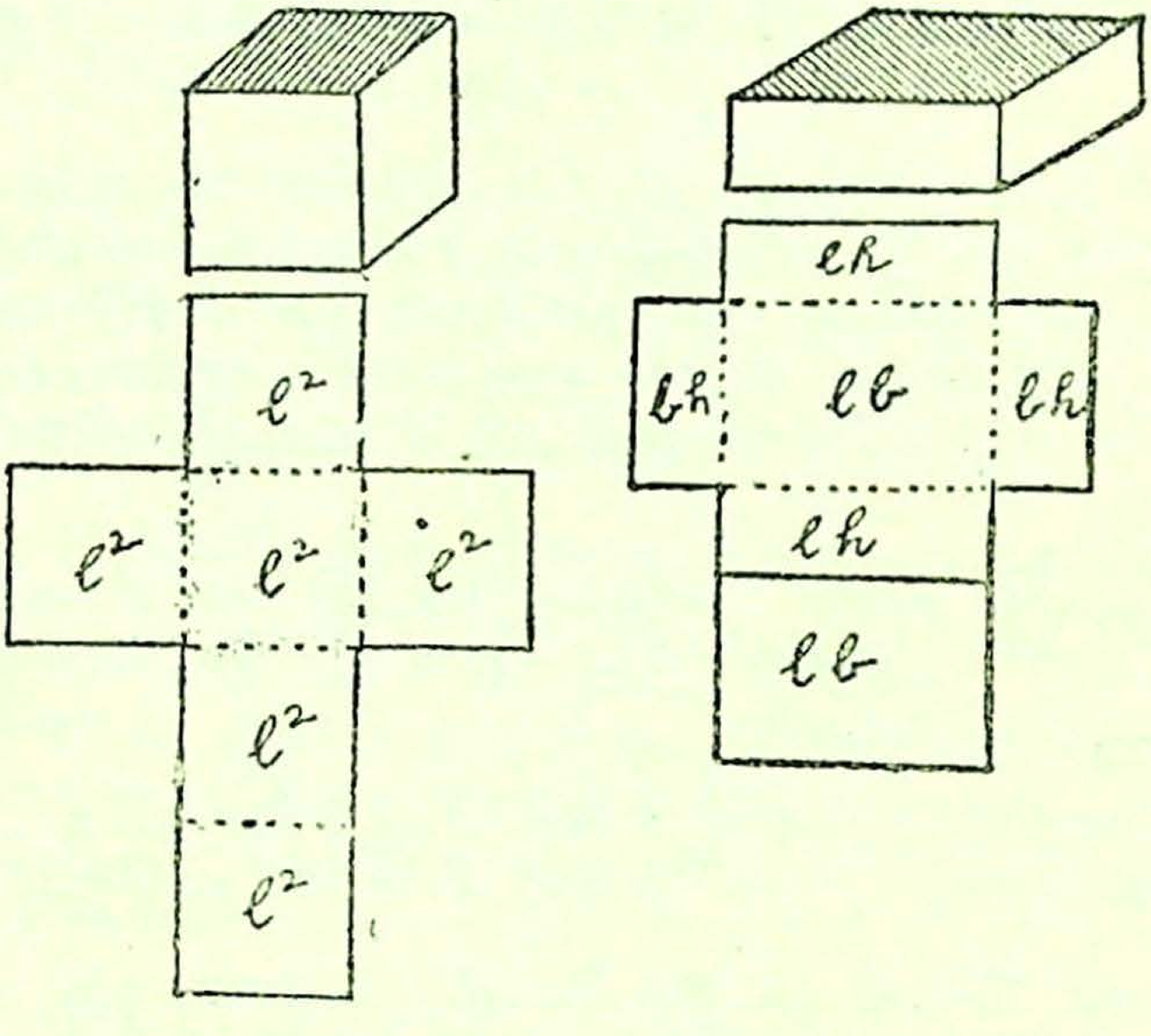
11. 40 செ.மீ. $\times$ 25 செ.மீ. உள்ள ஒரு செவ்வக அட்டையின் நான்கு மூலைகளிலிருந்தும் 5 செ.மீ. பக்கமுள்ள சதுரங்கள் வெட்டியெறியப்பட்டு மீதி ஒரு பெட்டியாக்கப்பட்டு அது மணலால் நிறைக்கப்பட்டால், அம் மணலின் எடை என்ன இருக்கும்? 1 க. செ. மீ. மணலின் எடை 45 கிராம். விடையைக் கிலோ கிராமிற்குத் திருத்தமாகத் தருக.

12. 60 செ.மீ. $\times$ 30 செ.மீ. உள்ள ஒரு செவ்வக அட்டையின் நான்கு மூலைகளிலிருந்தும் சமமான சதுரங்கள்

வெட்டியெறியப்பட்டு மீதி ஒரு பெட்டியாக்கப்படுகிறது. பெட்டியின் அகலப் பக்கங்கள் சதுரமானுல் பெட்டியின் கொள்ளளவைக் கண்டுபிடி.

கனச் செவ்வகங்களுக்கு ஆறு முகங்கள் உண்டென அறிவோம். நீளம், அகலம், உயரம் ஆகிய மூன்றும் சமமாக உள்ள உருவம் கன சதுரம் ஆகும்.

கன சதுரம் : ஒரு கன சதுரத்தின் ஒரு பக்கம் l எனக் கொண்டால்,



அதன் கன அளவு $= l^3$ க. அலகு

மொத்தப் பரப்பு $= 6l^2$ ச. அலகு

கனச் செவ்வகம் : நீளம், அகலம், உயரம் வெவ்வேருனவை. அதனுடைய நீளம் l, அகலம் b, உயரம் h எனக் கொண்டால் கன அளவு $= lbh$.

மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 2lb + 2bh + 2lh$

$= 2\,(lb + bh + lh)$

மாதிரி : ஒரு கன சதுரத்தின் ஒரு பக்கம் 2 செ. மீ. ஆனுல் அதன் கன அளவென்ன? மொத்தப் புறப்பரப்பு யாது?

கன அளவு $= a^3$ க. அலகு $= 2 \times 2 \times 2$ க. செ. மீ.

$= 8$ க. செ. மீ.

மொத்தப் புறப்பரப்பு $= 6a^2$ ச. அலகு

$= 6 \times 2 \times 2$ ச. செ. மீ.

$= 24$ ச. செ. மீ.

மாதிரி: ஒரு கன சதுரத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 150 ச. செ. மீ. அதன் ஒரு பக்க அளவு என்ன?

$6a^2 = 150$

$a^2 = 25 \quad \therefore a = \sqrt{25} = 5$

$\therefore$ ஒரு பக்க அளவு $= 5$ செ. மீ

பயிற்சி 8:

1. கீழ்க்கண்ட பக்க அளவுகள்கொண்ட கன சதுரங்களின் கன அளவுகளையும், மொத்தப் பரப்பளவுகளையும் காணுக:

(i) 4 செ.மீ. (ii) 6 மீ. (iii) $1\frac{1}{2}$ மீ. (iv) x மீட்டர்.

2. கீழ்க்கண்ட மொத்தப் புறப்பரப்புகளுள்ள கன சதுரங்களின் பக்க அளவுகளைக் கண்டுபிடி:

(i) 54 ச. செ. மீ. (ii) 6 ச. மீ. (iii) $4\frac{1}{6}$ ச. மீ. (iv) $24a^2$ ச. மீ.

3. கீழ்க்காணும் மொத்தப் புறப்பரப்புகள்கொண்ட கன சதுரங்களின் கன அளவுகளைக் கணக்கிடு:

(i) 384 ச. செ. மீ. (ii) $13\frac{1}{2}$ ச. மீ. (iii) $54a^2$ ச. மீ. (iv) $150x^2$ ச. மீ.

4. ஒரு கன சதுர இரும்புக் கட்டியின் ஒரு பக்கம் 2 மீட்டர். 1 க. மீ. இரும்பின் விலை ரூ. 240 ஆனால் அதன் விலை என்ன? அதன் மேற்புறம் முழுவதும் சாயம் பூச 1 ச. மீ.க்கு 50 பை. வீதம் என்ன செலவாகும்?

5. ஒரு கன சதுர மேடையின் மேற்புறம் முழுதும் சிமெண்டு பூசச் சதுர மீட்டருக்கு 40 பை. வீதம் ரூ. 50 செலவாகிறது. அம் மேடையின் கன அளவு யாது?

6. இரு கன சதுரங்களின் பக்க அளவுகள் a : b ஆனல் அவற்றின் (i) கன அளவுகள் (ii) புறப் பரப்புகள் என்ன விகிதத்தில் இருக்கும்?

மாதிரி : ஒரு கனச் செவ்வகத்தின் நீளம் $2\frac{1}{2}$ மீட்டர், அகலம் 2 மீட்டர், உயரம் 1 மீட்டர். அதன் மொத்த மேற் பரப்பு யாது?

$$\left.\begin{array}{l}\text{கனச் செவ்வகத்தின்}\\ \text{மொத்த மேற்பரப்பு}\end{array}\right\} = 2\,(lb+bh+lh) \text{ ச. அலகு}$$

$$= 2\,(5+2+2\tfrac{1}{2}) \text{ ச.மீ.} = 19 \text{ ச.மீ.}$$

மாதிரி : ஒரு கனச் செவ்வகத்தின் மொத்த மேற் பரப்பு 13 சதுர மீட்டர். அதன் நீளம் 2 மீட்டர், அகலம் $1\frac{1}{2}$ மீட்டர் என்றல் அதன் உயரம் என்ன?

$$2\,(lb+bh+lh) = 13$$
$$2\,(3+1\tfrac{1}{2}h+2h) = 13$$
$$6+7h = 13$$
$$7h = 13-6 = 7$$
$$\therefore h = 1$$

∴ கனச் செவ்வகத்தின் உயரம் 1 மீட்டர்.

பயிற்சி 9 :

1. கீழ்க்கண்ட நீள, அகல, உயரங்களைக்கொண்ட கனச் செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பைக் காணுக :

(i) 6 செ.மீ., 4 செ.மீ., $2\frac{1}{2}$ செ.மீ. (ii) $1\frac{1}{2}$ மீ., 1 மீ., $\frac{3}{4}$ மீ.
(iii) 8 மீ., 7 மீ., $3\frac{1}{2}$ மீ. (iv) x மீ., y மீ., z மீ.
(v) $2a$ செ.மீ., $3a$ செ.மீ., $4a$ செ.மீ.

2. ஒரு கனச் செவ்வக மேடையின் நீளம் 20 மீட்டர், அகலம் 8 மீட்டர், உயரம் 2 மீட்டர். அதன் மேற்புறம் முழுதும் சிமெண்டு பூச 10 சதுர மீட்டருக்கு ரூ. 4 வீதம் எவ்வளவு செலவாகும்?

3. 30 செ.மீ. நீளம், 20 செ.மீ. அகலம், 15 செ.மீ. உயரமுள்ள ஒரு கனச் செவ்வக வெள்ளிக் கட்டியின் வெளிப் புறம் முழுவதும் தங்க முலாம் பூச ரூ. 54 செலவானல், 40 செ.மீ. நீளம், 30 செ.மீ. அகலம், 20 செ.மீ. உயரமுள்ள

மற்றொரு கட்டிக்கு அதே விதத்தில் முலாம் பூச எவ்வளவு செலவாகும் ?

4. ஒரு கனச் செவ்வக அறையின் மொத்த உட்புறப் பரப்பு 2016 ச.மீ. அறையின் நீளம் 24 மீட்டர். அகலம் 20 மீட்டர் ஆனால் உயரம் என்ன ?

5. ஒரு கனச் செவ்வக அறையின் நீள, அகல, உயரங்கள் முறையே 5 : 4 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அதன் உட்புற மொத்தப் பரப்பு 1504 ச.மீ. ஆனால், அதன் நீள, அகல, உயரங்களைக் கணக்கிடு.

6. ஒரு நீர்த்தொட்டியின் மொத்த உட்புறப் பரப்பளவு 256 ச.மீ. அதன் நீள, அகலம் முறையே 12 மீட்டர், 8 மீட்டர் ஆனால் அதன் ஆழம் யாது ?

11. ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகள்

(Simultaneous equations in two unknowns)

ஓர் ஆட்டின் விலையும் ஒரு மாட்டின் விலையும் சேர்ந்து ரூ. 180 ஆகிறது. இதிலிருந்து ஆடு, மாடு ஆகிய இவற்றின் விலைகளைத் தனித்தனியே அறுதியிட்டுக் கூற முடியாது. ஏனெனில், ஆட்டின் விலை ரூ. 20 என்று கொண்டால் மாட்டின் விலை ரூ. 160 என்றும், ஆடு ரூ. 30 ஆனால் மாடு ரூ. 150 என்றும் கிடைக்கும். ஆகவே, இதற்குச் சரியான விடை காணவேண்டுமாயின் முதலில் கொடுத்திருப்பதோடு வேறொரு குறிப்பும் தரப்படவேண்டியதாயுள்ளது. ஆட்டின் விலை ரூ. 25 என்று கூறிவிட்டால் உடனே மாட்டின் விலை ரூ. 155 என விடையை ஐயமற அறிவிக்க முடிகிறது.

இதேபோன்று $x+y=5$ என்ற சமன்பாட்டைக்கொண்டு x, y ஆகிய இவற்றின் மதிப்புக்களைத் தனித்தனியே காண முடியாது. ஆனால் $x=2$ என்ற மற்றொரு சமன்பாட்டையும் உடன் தந்திருந்தால் yஇன் மதிப்பை 3 என்று கூறிவிடலாம். அதாவது $x+y=5$, $x=2$ என்று இரண்டு சமன்பாடுகளையும் ஒருங்கமைத்துப் பார்க்கும்போதுதான் x, y என்ற இரண்டினுடைய மதிப்புக்களையும் தனித்தனியே கண்டுபிடிக்க முடிகிறது. இங்ஙனம் இரண்டு சமன்பாடுகளை ஒருங்கமைத்துப் பார்க்கும்போது இரு வேறு தெரியாத இராசிகளின் மதிப்புக்கள் கிடைக்குமாறு அமைந்துள்ள சமன்பாடுகள் ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகள் ஆகும். இச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு தெரியாத அவ் விராசிகளின் மதிப்புக்களைத் தீர்மானித்தல் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல் ஆகும்.

$$x+y=5 \ldots\ldots(1)$$
$$x-y=1 \ldots\ldots(2)$$

இந்த இரு சமன்பாடுகளையும் ஒருங்கமைத்து x, y இன் மதிப்புக்களைத் தனித்தனியே கண்டுபிடிக்கலாம். $x+y=5$

என்ற சமன்பாட்டில் x, yக்கு ஏற்ற சில மதிப்புக்களைக் கீழ்க் கண்ட அட்டவணை காட்டுகிறது :

x	4	3	2	1	0	—1	—2	—3	—4
y	1	2	3	4	5	6	7	8	9

அதேபோல $x-y=1$ என்ற சமன்பாட்டிலும் x, yக்கு ஏற்ற சில மதிப்புக்களைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணை தருகிறது :

x	4	3	2	1	0	—1	—2	—3	—4
y	3	2	1	0	—1	—2	—3	—4	—5

இந்த இரண்டு அட்டவணைகளையும் ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்போது ஒரே ஓர் இடத்தில்மட்டும் சமமான மதிப்புக்கள் இருக்கக் காண்கிறோம். இதுவே நமக்குத் தேவையான விடை ஆகும். $x=3$, $y=2$ என்பதே அச் சரியான விடை ஆகும்.

ஒவ்வொரு முறையும் இதுபோன்று அட்டவணை தயார் செய்து மதிப்புக்களைக் காணுவது சாத்தியமானதன்று. ஆகவே வேறொரு முறை காணவேண்டுவது அவசியமாகிறது.

சமன்பாடுகளில் தெரியாத இரு வேறு இராசிகளில் ஒன்றின் அளவைச் சமமாக்கிச் சமன்பாடுகளைக் கூட்டியோ அல்லது கழித்தோ அவ் விராசியை நீக்கிவிட்டு, மற்றோர் இராசியின் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கலாம். பிறகு கண்டு பிடித்த அம் மதிப்பை வைத்துக்கொண்டு முதலில் நீக்கிய அந்த இராசியின் மதிப்பையும் கண்டுபிடித்துவிடலாம்.

மாதிரி: தீர்: $x+y=5 \ldots\ldots(1)$

$x-y=1 \ldots\ldots(2)$

சமன்பாடுகள் இரண்டையும் கூட்டினால் $2x=6$

$\therefore x=3$

xஇன் மதிப்பைச் சமன்பாடு 1இல் இட $3+y=5$

$\therefore y=2.$

$\therefore \quad x=3, \quad y=2$

மனக்கணக்குகள் :

x, yஇன் மதிப்புக்களைக் காண் :

1.	$x+y=7$ $y=4$	2.	$x+y=8$ $x=2$
3.	$x+y=5$ $x=-1$	4.	$x+y=-2$ $y=5$
5.	$2x+y=4$ $y=2$	6.	$x+2y=7$ $y=2$
7.	$2x+y=0$ $x=-1$	8.	$x-y=4$ $y=3$
9.	$-x+5y=-3$ $x=8$	10.	$x-2y=8$ $y=-1$
11.	$2x+5y=16$ $y=3$	12.	$3x-2y=4$ $x=2$
13.	$-4x+7y=11$ $x=-1$	14.	$-2x+6y=-10$ $x=2$
15.	$5x-y=12$ $5y=40$	16.	$3x-5y=2$ $y+2=4$

பயிற்சி 1 :

(கூடுமானவரை மனத்தால் செய்க)

தீர் (Solve) :

1.	$x+y=8$ $x-y=2$	2.	$x+y=20$ $x-y=4$

3. $x+y=40$
   $-x+y=10$

4. $x+y=21$
   $x-y=-1$

5. $x+y=3\frac{1}{2}$
   $x-y=\frac{1}{2}$

6. $x+y=5$
   $x-y=5$

7. $x+y=4$
   $x-y=-4$

8. $x+y=27$
   $-x+y=11$

9. $-x+y=6$
   $x+y=2$

10. $-x-y=3$
    $-x+y=-9$

11. $x-y=1$
    $-x-y=3$

12. $-x-y=7$
    $x-y=3$

13. $2x+3y=9$
    $2x-3y=3$

14. $3x+4y=11$
    $3x-4y=-5$

15. $x+3y=14$
    $x-2y=4$

16. $5x-y=13$
    $2x-y=4$

17. $x+y=0$
    $2x-y=9$

18. $x-4y=0$
    $x-8y=4$

19. $x+2y=7$
    $x-y=-8$

20 $2x-2y=6$
   $2x-3y=14$

21. $3x+y=13$
    $3x-2y=1$

22. $5x+2y=9$
    $-2x-2y=-6$

23. $11x-3y=28$
    $8x+3y=10$

24. $5x+8y=-7$
    $-12x-8y=-28$

மாதிரி : தீர் :

$$2x+5y=16 \ldots (1)$$
$$3x+2y=2 \ldots (2)$$

$(1)\times 3 \qquad 6x+15y=48 \ldots (3)$ [xஇன் குணங்களை ஒன்றாக்க.]

$(2)\times 2 \qquad 6x+4y=4 \ldots (4)$

$(3)-(4) \qquad 11y=44$

$$\therefore\ y=4$$

yஇன் மதிப்பை (1) இல் இட $2x+20=16$

$$\therefore\ 2x=16-20=-4$$
$$\therefore\ x=-2$$

$x=-2,\ y=4$ விடை.

பயிற்சி 2 :

1.	$x+2y=$	13	2.	$x+y=$	11
	$2x+y=$	11		$3x+2y=$	29
3.	$2x+y=$	11	4.	$6x+5y=$	46
	$3x-5y=$	10		$2x-3y=$	6
5.	$6x+8y=$	35	6.	$3x-16y=$	20
	$-2x+y=$	3		$2x+8y=$	18
7.	$2x+5y=$	19	8.	$7x+4y=$	37
	$3x+2y=$	12		$2x+5y=$	36
9.	$3x+4y=$	40	10.	$2x+3y=$	21
	$5x+3y=$	41		$5x+7y=$	50
11.	$9x+4y=$	5	12.	$4x+6y=$	10
	$6x+5y=$	1		$6x+10y=$	18
13.	$4x+3y=$	2	14.	$16x-2y=$	22
	$5x-2y=$	-9		$-5x+3y=$	-21
15.	$3x+4y=$	24	16.	$7x+9y=$	-23
	$-5x+6y=$	-2		$2x-7y=$	3

மாதிரி : தீர்க்கவும் : $2x=3y+1\ldots\ldots(1)$

$$5x+3y=2x+8y\ldots\ldots(2)$$

[சமன்பாடுகளில் x, y உறுப்புக்கள் சமக்குறிக்கு ஒருபுறமும், எண்கள் மறுபுறமும் இருக்குமாறு செய்து கொள்ள வேண்டும்.]

(1)இல் x, yகளை ஒரே பக்கம் கொண்டுவர $2x-3y=1\ldots(3)$

(2)இல் ,, ,, $3x-5y=0\ldots(4)$

$(3)\times 3 \quad 6x-9y=3\ldots(5)$

$(4)\times 2 \quad 6x-10y=0\ldots(6)$

$(5)-(6) \quad y=3$

yஇன் மதிப்பை (3)இல் இட $2x-9=1$

$\therefore \quad 2x=1+9=10$

$\therefore \quad x=5$

$x=5\ ; \quad y=3$ விடை

பயிற்சி 3 :

1. $x=y+4$
   $2x-y=14$

2. $5x=2y+12$
   $x+y=15$

3. $3x=7+2y$
   $2y=x+3$

4. $2x+y+8=21$
   $x+2y=y+10$

5. $4x+5y-1=30$
   $2x-3y+1=0$

6. $3x=7-2y$
   $y=x+11$

7. $5x=4y-6$
   $4y=4x+4$

8. $2x+3y-20=2y+1$
   $3x+25=-x+3y+42$

9. $x-y=2x-3y=6$

10. $3x+3y=9x-15=5y$

மாதிரி : தீர் : $4\,(x-2)+3\,(y-3)=7$ I

$5x+4\,(y+1) \quad =35$ II

Iஐச் சுருக்க $4x-8+3y-9=7$

$\therefore \quad 4x+3y=7+8+9$

$4x+3y=24$ ....(1)

IIஐச் சுருக்க $5x+4y+4=35$

$\therefore \quad 5x+4y=35-4$

$5x+4y=31$ ....(2)

$4x+3y=24$ ....(1)

$5x+4y=31$ ....(2)

$(1)\times 5 \qquad 20x+15y=120$ ....(3)

$(2)\times 4 \qquad 20x+16y=124$ ....(4)

$(3)-(4) \qquad -y=-4$

$\therefore y=4$

yஇன் மதிப்பை (1) இல் இட $4x+12=24$

$$4x=24-12=12$$

$$\therefore \quad x=3$$

$x=3;\ y=4$ விடை

பயிற்சி 4:

தீர்க்கவும்:

1. $2x+3y=23$
   $2(x-3)=y-3$

2. $3x=2y=19$
   $5(x-7)=2y+2$

3. $4(x+2)+3(y+3)=36$
   $7(x+3)-2(y+2)=14$

4. $3(x-3)+5(y+8)=83$
   $2(y-4)+4(12-x)=14$

5. $x+y-4(x-y)=0$
   $3x-5y=2-(x-y)$

6. $5(x-y)+3(x-2)=38$
   $6(y+3)-2(x-y)=-20$

மாதிரி: தீர்: $15x+21y=57$

$21x+15y=51$

இங்கு முதல் சமன்பாட்டில் உள்ள x, yகளின் குணகங்கள், இரண்டாவதில் இடம் மாறியிருப்பதைக் கவனி. இதைத் தீர்க்கப் பின்கண்ட எளிய முறையைப் பின்பற்றலாம்:

$$15x+21y=57 \ldots\ldots(1)$$

$$21x+15y=51 \ldots\ldots(2)$$

(1), (2) இரண்டையும் கூட்ட $36x+36y=108$

$$\therefore \quad x+y = 3 \ldots\ldots(3)$$

(1)இலிருந்து (2)ஐக் கழிக்க $-6x+6y=6$

$$\therefore -x+y=1 \ldots\ldots(4)$$

(3) + (4) $2y=4 \quad \therefore y=2$

yஇன் மதிப்பை (3)இல் இட $x+2=3 \quad \therefore x=1$

$\therefore x=1,\ y=2$ விடை

பயிற்சி 5 :

தீர்க்கவும் :

1. $12x+13y=51$
$13x+12y=49$

2. $20x+17y=165$
$17x+20y=168$

3. $64x+82y=210$
$82x+64y=228$

4. $45x-23y=136$
$23x-45y=136$

5. $15x-19y=23$
$19x-15y=11$

6. $72x+85y=12x+7y+198$
$6(13x+11y)=6y+216$

மாதிரி : தீர் : $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1\frac{1}{4}$ ....(1)

$$\frac{2x}{2}+\frac{y}{8}=1 \quad ....(2)$$

முதலில் பின்னத்தை நீக்கிக்கொள்ள வேண்டும்.

$(1) \times 4 \qquad 2x+y=5$ ....(3)

$(2) \times 8 \qquad 8x+y=8$ ....(4)

$(4)-(3) \qquad 6x=3 \qquad \therefore x=\frac{1}{2}$

xஇன் மதிப்பை (3)இல் இட $1+y=5 \quad \therefore y=4$

$x=\frac{1}{2};\ y=4$ விடை.

பயிற்சி 6 :

1. $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=4$
$3x-y=0$

2. $x-y=2$
$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=9$

3. $\frac{x}{2}+y=8$
$x+\frac{y}{5}=7$

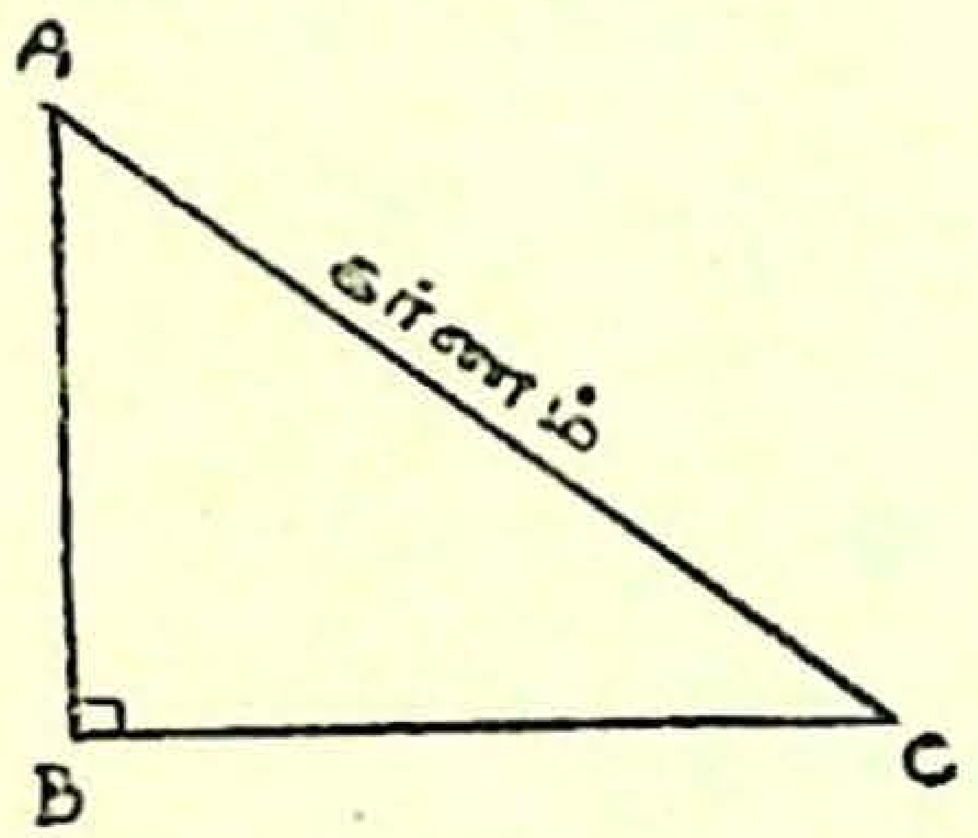
4. $x+\frac{y}{4}=4\frac{1}{4}$
$\frac{x}{3}-y=\frac{1}{3}$

5. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=6$
$\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=2$

6. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=6$
$\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}y=0$

12. செய்முறை ஜியோமிதி
(Practical Geometry)

1. செங்கோண முக்கோணங்கள் வரைதல்



ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் $90°$ ஆனால் அது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும் என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். அதில் செங்கோணத்திற்கு எதிரேயுள்ள பக்கத்திற்குக் கர்ணம் (hypotenuse) என்று பெயர். இதுவே செங்கோண முக்கோணத்தின் மிகப் பெரிய பக்கம் ஆகும். மற்ற இரண்டு பக்கங்களும் செங்கோணத்தை அடக்கிக்கொண்டிருக்கக் கூடிய பக்கங்கள் ஆகும்.

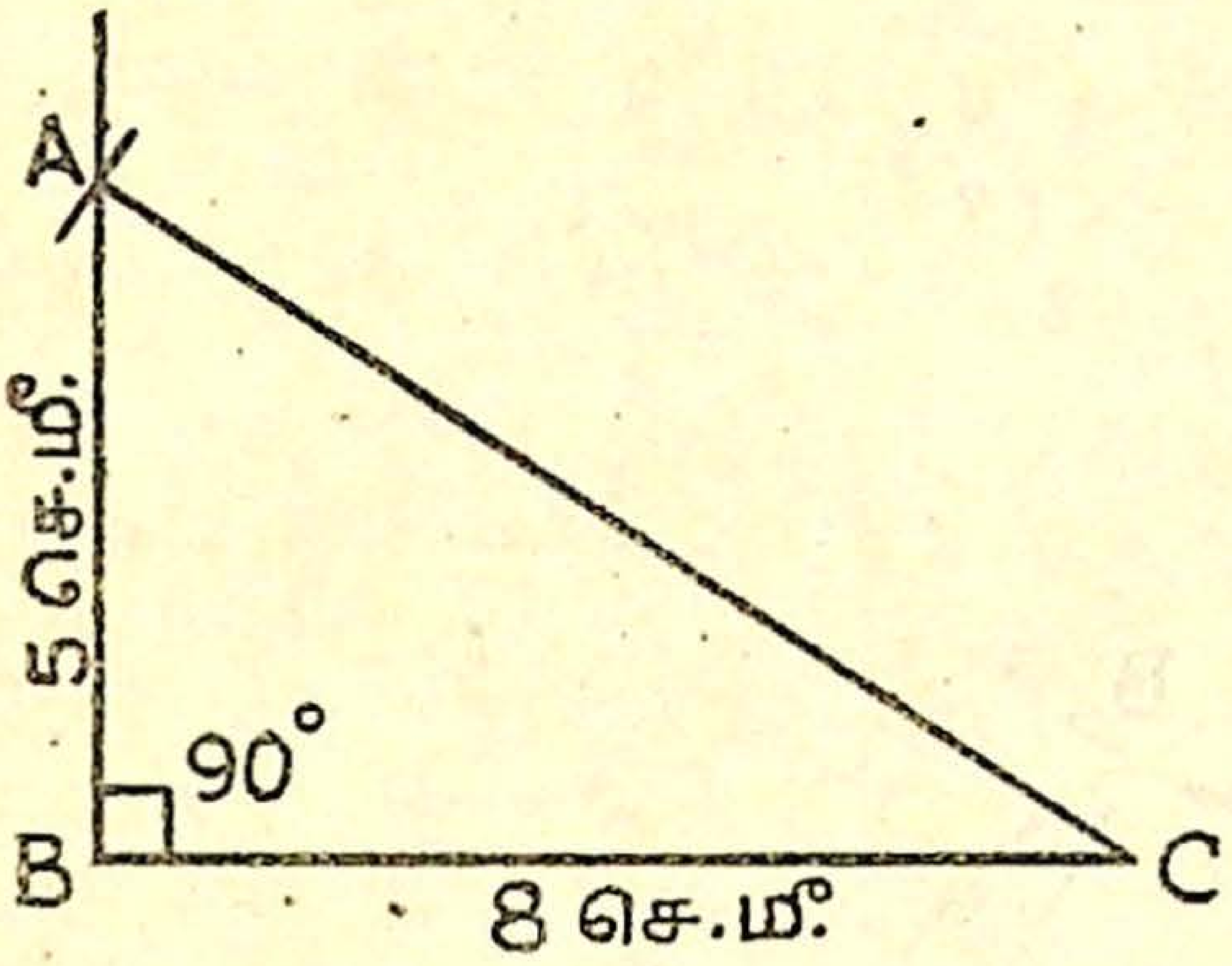
$$\left.\begin{array}{l}\text{செங்கோண } \triangle ABC\text{இன்} \\ \quad\text{பரப்பு}\end{array}\right\} \frac{\text{அடிப்பக்கம்} \times \text{உயரம்}}{2} = \frac{CB \times AB}{2}$$

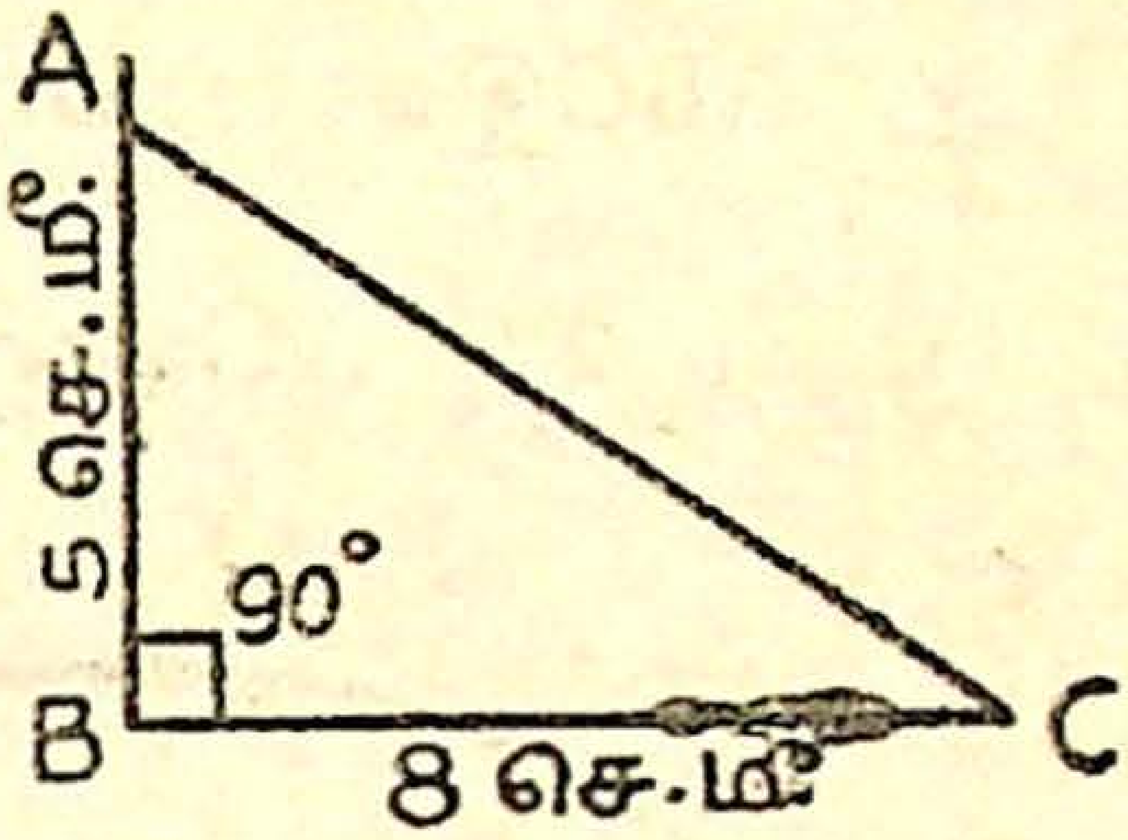
ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பு, அதன் செங் கோணத்தை அடக்கிக்கொண்டிருக்கக்கூடிய பக்கங்களின் பெருக் கற் பலனில் பாதியாகும்.

இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணம் : ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடைத்துக்கொண்டிருக் கும் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாயின் அஃது இருசம பக்க செங்கோண முக்கோணம் ஆகும். அதில் செங்கோணம் தவிர்த்த மற்றக் கோணம் ஒவ்வொன்றும் $45°$. செங்கோ ணத்தை அடக்கியுள்ள பக்கம் ஒவ்வொன்றும் a அலகு ஆனால் அதன் பரப்பு $\frac{a^2}{2}$ சதுர அலகு ஆகும்.

வரைதல் : தருந்த அளவுகளுக்குப் படம் வரையும் முன்னர் உதவிப் படம் ஒன்று வரைந்து அதில் கொடுத் துள்ள அளவுகளைக் குறித்துக்கொள்க.

மாதிரி: ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்கோணத்தை அடக்கிக்கொண்டிருக்கக்கூடிய பக்கங்கள் 8 செ.மீ., 5 செ. மீ. முக்கோணத்தை வரைக.



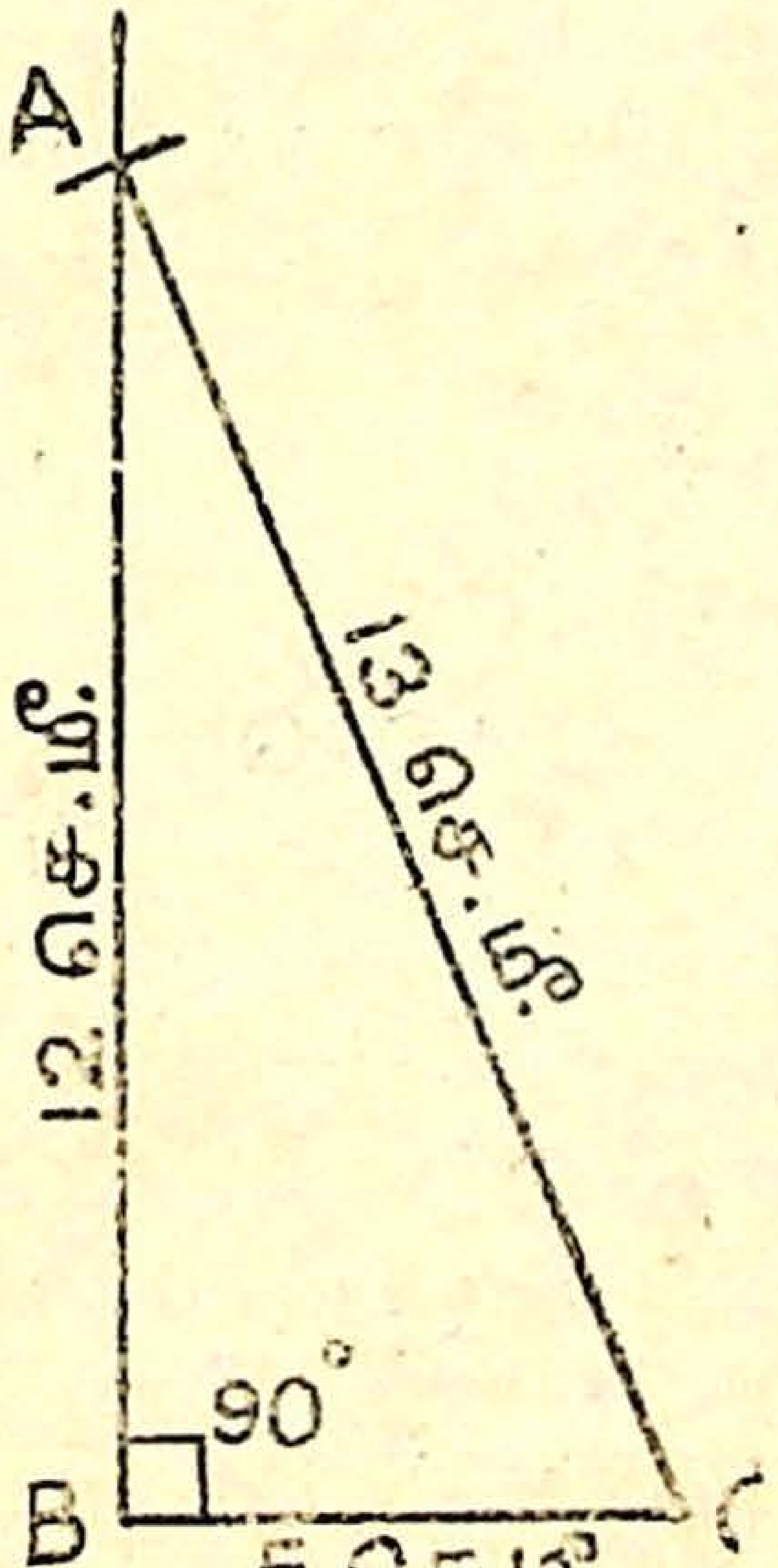


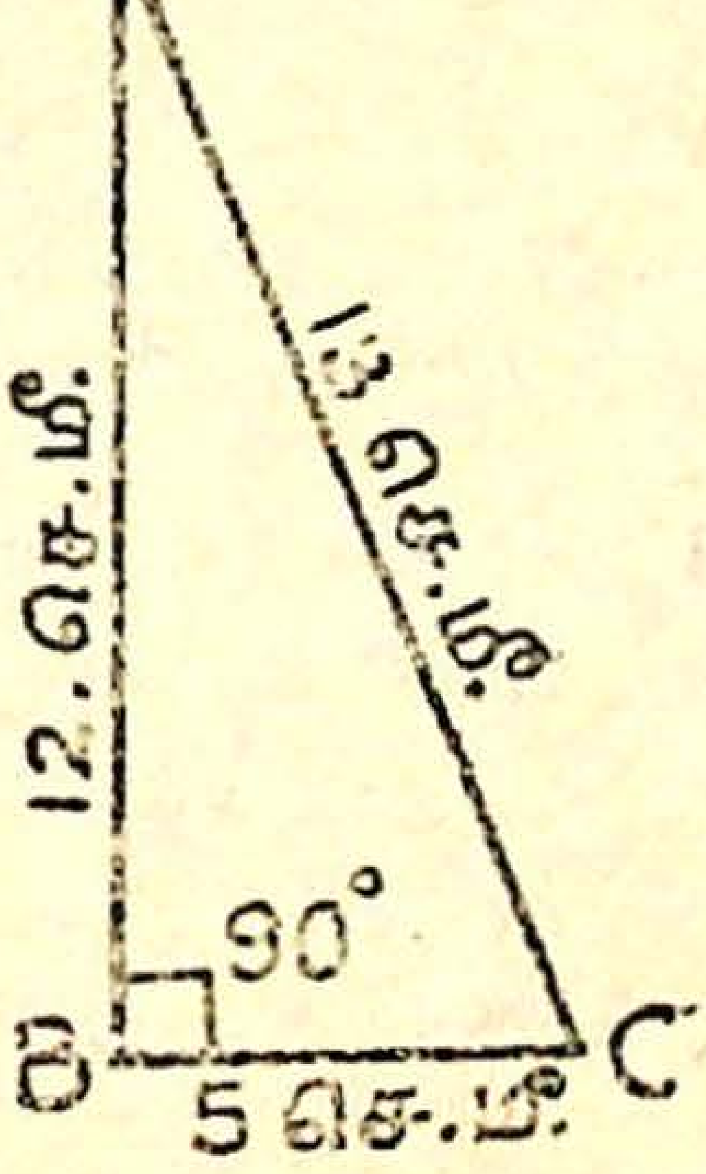
உதவிப்படம்

முறை: $\angle CBA = 90°$ இருக்கும்படி வரைந்து CB = 8 செ.மீ., AB=5 செ.மீ. இருக்கும்படி செய், ACஐச் சேர். ABC தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

மாதிரி: ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணம் 13 செ.மீ. ஒரு பக்கம் 5 செ.மீ. முக்கோணத்தை வரைந்து அதன் பரப்பைக் கண்டுபிடி.

முறை 1: BC என்ற 5 செ. மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து, அதற்கு Bஇல் ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரைக.



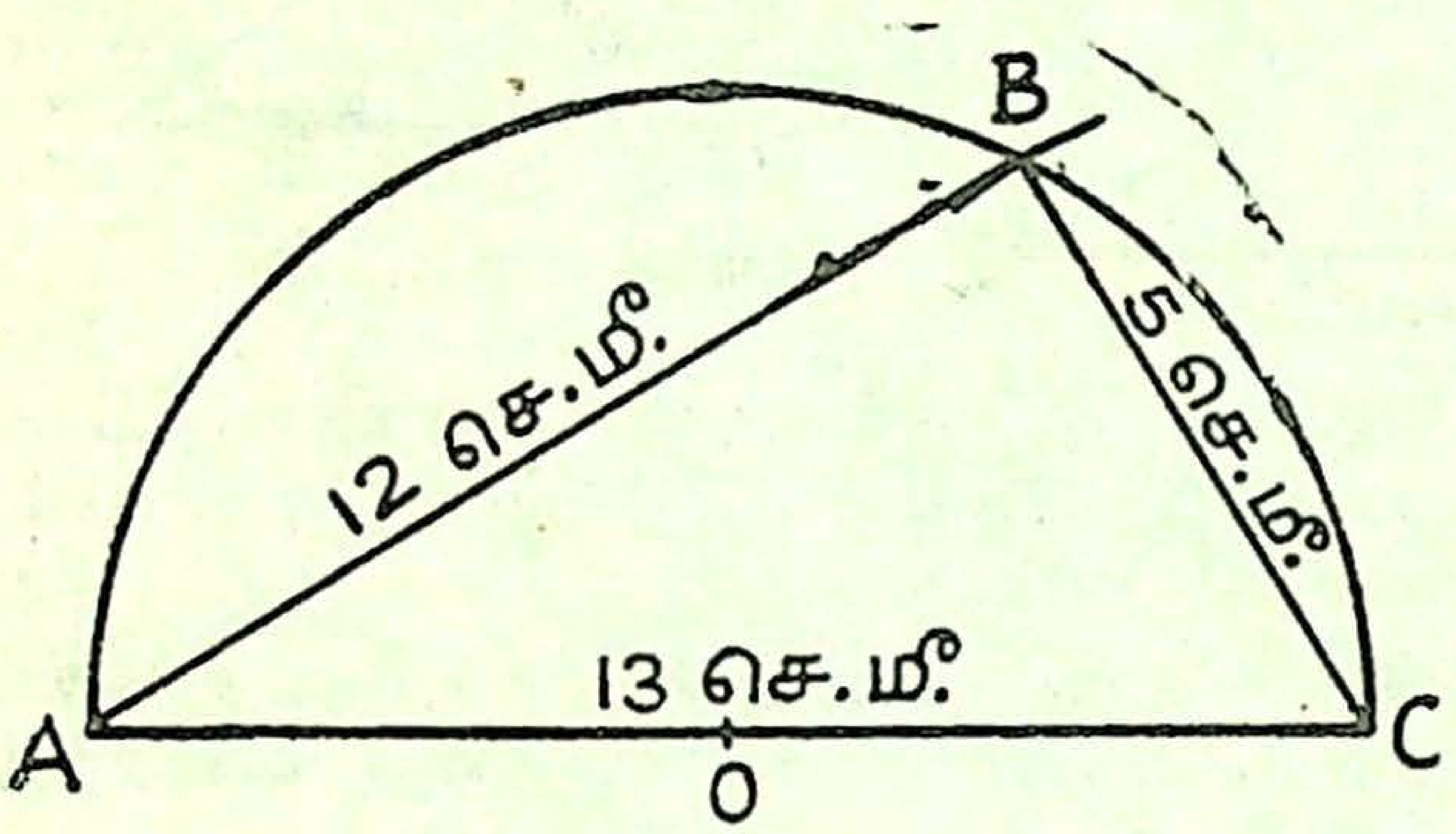


உதவிப்படம்

Cஐ மையமாகக்கொண்டு, 13 செ. மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வில் Bஇல் வரைந்த செங்குத்தை Aஇல் வெட்டுமாறு வரை. ACஐ சேர். ABஐ அளக்கவும்.

$$\triangle \text{ ABC}\text{இன் பரப்பு} = \frac{5 \times \overset{6}{\cancel{12}}}{\cancel{2}} \text{ ச.செ.மீ.} = 30 \text{ ச.செ.மீ.}$$

முறை 2: AC என்ற 13 செ. மீ. நீளமுள்ள ஒரு நேர் கோடு வரைந்து அதன் மையப் புள்ளி Oஐக் குறி. Oஐ மையமாகவும் ACஐ விட்டமாகவும் உடைய அரை வட்டம் ஒன்று வரை. Cஐ மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு வட்ட வில் அரை வட்டத்தை Bஇல் வெட்டுமாறு வரை. AB, BCகளைச் சேர்க்க நமக்குத் தேவையான முக்கோணம் கிடைக்கும்.



அரை வட்டப்பகுதிக் கோணம் செங்கோணம் என்ற உண்மை இங்குப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளதைக் கவனி.

பயிற்சி 1:

பின் கண்ட அளவுகளுள்ள செங்கோண முக்கோணங்கள் வரைந்து பரப்பளவுகளைக் கண்டுபிடி:

1. (i) செங்கோணத்தை அடக்கிக்கொண்டிருக்கக் கூடிய பக்கங்கள் 7·5 செ.மீ., 10 செ.மீ. (ii) செங்கோணத்தை அடக்கிக் கொண்டிருக்கக்கூடிய பக்கங்கள் 6 செ.மீ., 9 செ.மீ. (iii) $\triangle$ABCஇல் $\angle C = 90°$, BC = 4·5 செ.மீ., AC = 6 செ.மீ.

2. (i) கர்ணம் 10 செ. மீ., ஒரு பக்கம் 8 செ. மீ. (ii) செங்கோண முக்கோணம் ABCஇல் $\angle B$ செங்கோணம், AC = 7 செ.மீ., AB = 5 செ.மீ., (iii) $\triangle$ABCஇல் $\angle C = 90°$, AB = 12·5 செ.மீ., AC = 10 செ.மீ.

3. $\triangle ABC$இல் $\angle B$ செங்கோணம் எனக்கொண்டு கீழுள்ளவற்றை வரைந்து பரப்பைக் கண்டுபிடி :

(i) $BC = 5$ செ.மீ., $\angle C = 40°$ (ii) $AB = 8$ செ.மீ., $\angle A = 60°$ (iii) $BC = 5 \cdot 2$ செ.மீ., $\angle A = 55°$ (iv) $AB = 6 \cdot 4$ செ.மீ., $\angle C = 48°$ (v) $AC = 8$ செ.மீ., $\angle BCA = 35°$ (vi) கர்ணம் 9 செ.மீ., $\angle BCA = 25°$.

4. கீழ்க்காணும் அளவுகளைக்கொண்ட இருசமபக்க செங்கோண முக்கோணங்களை வரைந்து பரப்பைக் கண்டு பிடி :

i. செங்கோணத்தை அடைத்துக் கொண்டிருக்கும் பக்கங்களில் ஒன்று $4 \cdot 5$ செ.மீ.

ii. செங்கோணத்தை அடைத்துக் கொண்டிருக்கும் பக்கங்களில் ஒன்று $7 \cdot 5$ செ.மீ.

iii. கர்ணம் 10 செ.மீ.

iv. கர்ணம் 8 செ.மீ.

5. $8 \cdot 75$ மீட்டர் நீளமுள்ள ஓர் ஏணி, செங்குத்தான சுவரின்மீது சார்த்தப்படும்போது அதன் ஒரு நுனி தரையில் சுவரிலிருந்து $5 \cdot 25$ மீட்டர் தூரத்தில் உள்ளது. அதன் மற்றொரு நுனி தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் சுவரைத் தொடுகிறது என்று படம் வரைந்து கண்டுபிடி.

6. 10 மீட்டர், 13 மீட்டர் உயரங்களுள்ள இரு மரங்கள் ஒன்றுக்கொன்று 4 மீட்டர் இடைவெளி இருக்கும்படி செங்குத்தாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. அப்போது அவற்றின் முனைகளைச் சேர்க்க எவ்வளவு நீளமுள்ள கயிறு வேண்டுமெனப் படம் வரைந்து கண்டுபிடி.

7. $6 \cdot 5$ மீட்டர் உயரமுள்ள ஓர் ஏணி செங்குத்தான சுவரின்மீது சார்த்தப்பட்டுள்ளபோது அதன் அடி, சுவரின் அடியிலிருந்து $2 \cdot 5$ மீட்டர் தூரத்தில் உள்ளது. அதன் உச்சி சுவரைத் தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் தொடும்? ஏணியின் உச்சியைச் சுவரில் 1 மீட்டர் கீழே இறக்கினால் அதன் அடிப்பாகம் தரையில் எவ்வளவு தூரம் நகரும் என்று படம் வரைந்து கண்டுபிடி.

8. $8 \cdot 5$ மீட்டர் உயரமுள்ள ஓர் ஏணியைச் செங்குத்தான சுவரின்மீது சார்த்தும்போது அதன் உச்சி தரையி

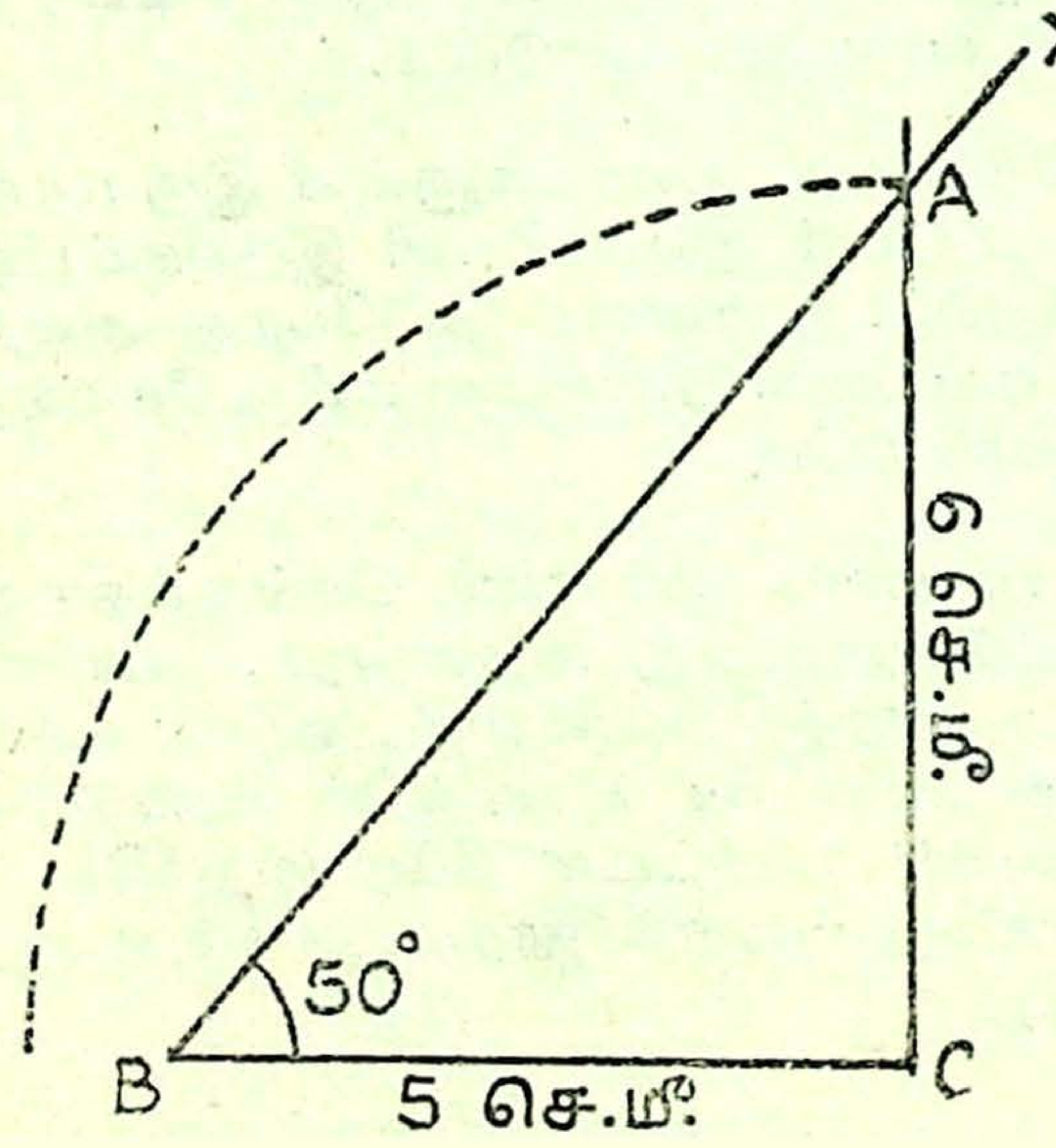
லிருந்து 7·5 மீட்டர் உயரத்தில் சுவரைத் தொடுகிறது. ஏணியின் அடிப்பாகம் சுவரின் அடிப்பாகத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது? ஏணியின் அடியைச் சுவரை நோக்கி 2 மீட்டர் நகர்த்தினுல் அதன் உச்சி சுவரின்மீது எவ்வளவு உயரம் மேலேறும் என்பதைப் படம் வரைந்து கண்டுபிடி.

II. இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றினிடையே இல்லாத ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்படும்போது முக்கோணங்கள் வரைதல்

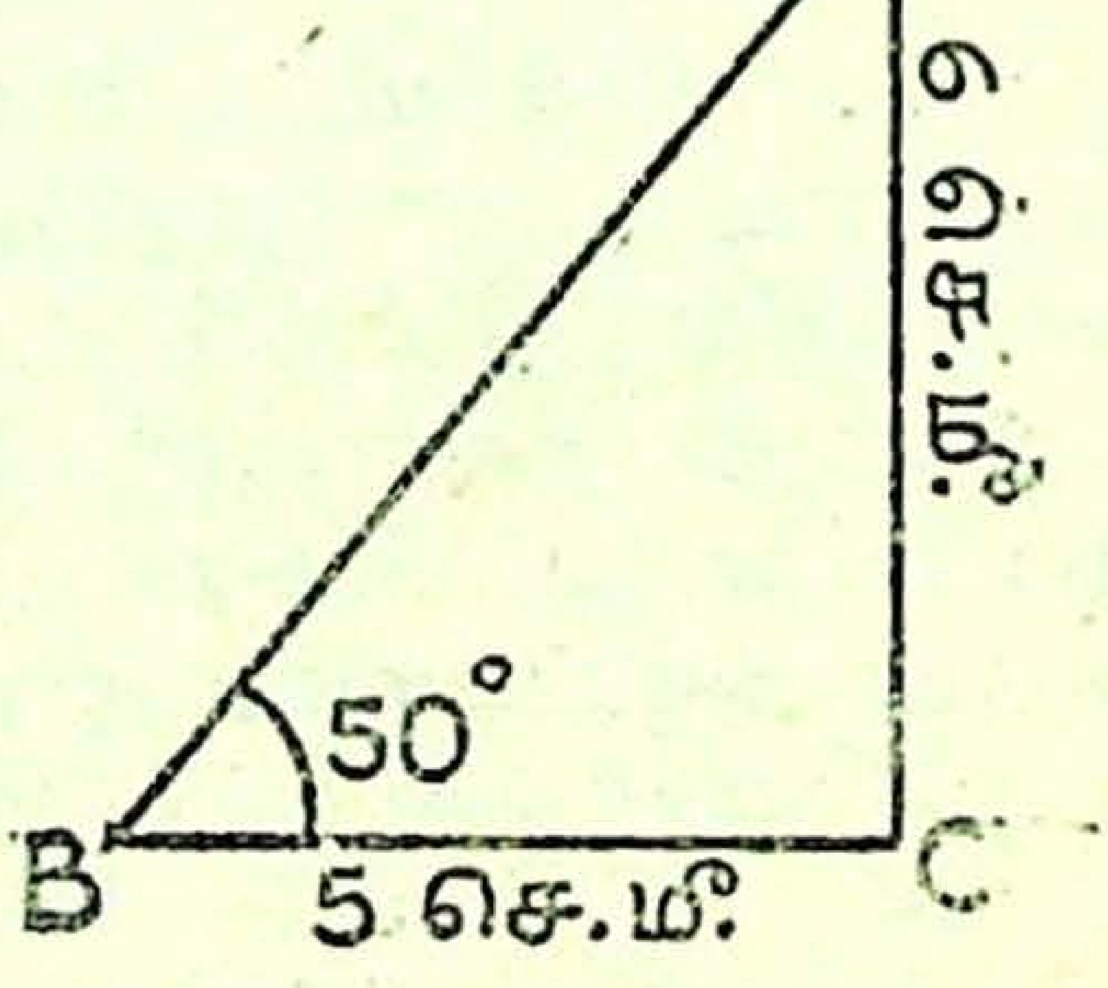
சென்ற ஆண்டில் ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களும், அவற்றின் இடையேயுள்ள கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் முக்கோணம் வரையும் முறையைக் கற்ருேம். இந்த ஆண்டு இரண்டு பக்கங்களும், அவற்றினிடையே இல்லாத ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் முக்கோணத்தை வரைவது எங்ஙனம் எனக் காண்போம்.

மாதிரி: $\triangle$ABCஇல் BC$=5$ செ.மீ., AC$=6$ செ.மீ., $\angle$B$=50°$. முக்கோணத்தை வரைக.

முறை: BC என்ற 5 செ. மீ. நேர்கோடு வரைந்து அதில் $\angle$CBX$=50°$ ஆகச் செய். Cஐ மையமாகக்கொண்டு 6 செ.மீ. ஆரமுள்ள வில் BXஐ Aஇல் வெட்டுமாறு செய்க. ACஐச் சேர். ABC கொடுத்த அளவுகளுள்ள முக்கோணமாகும்.

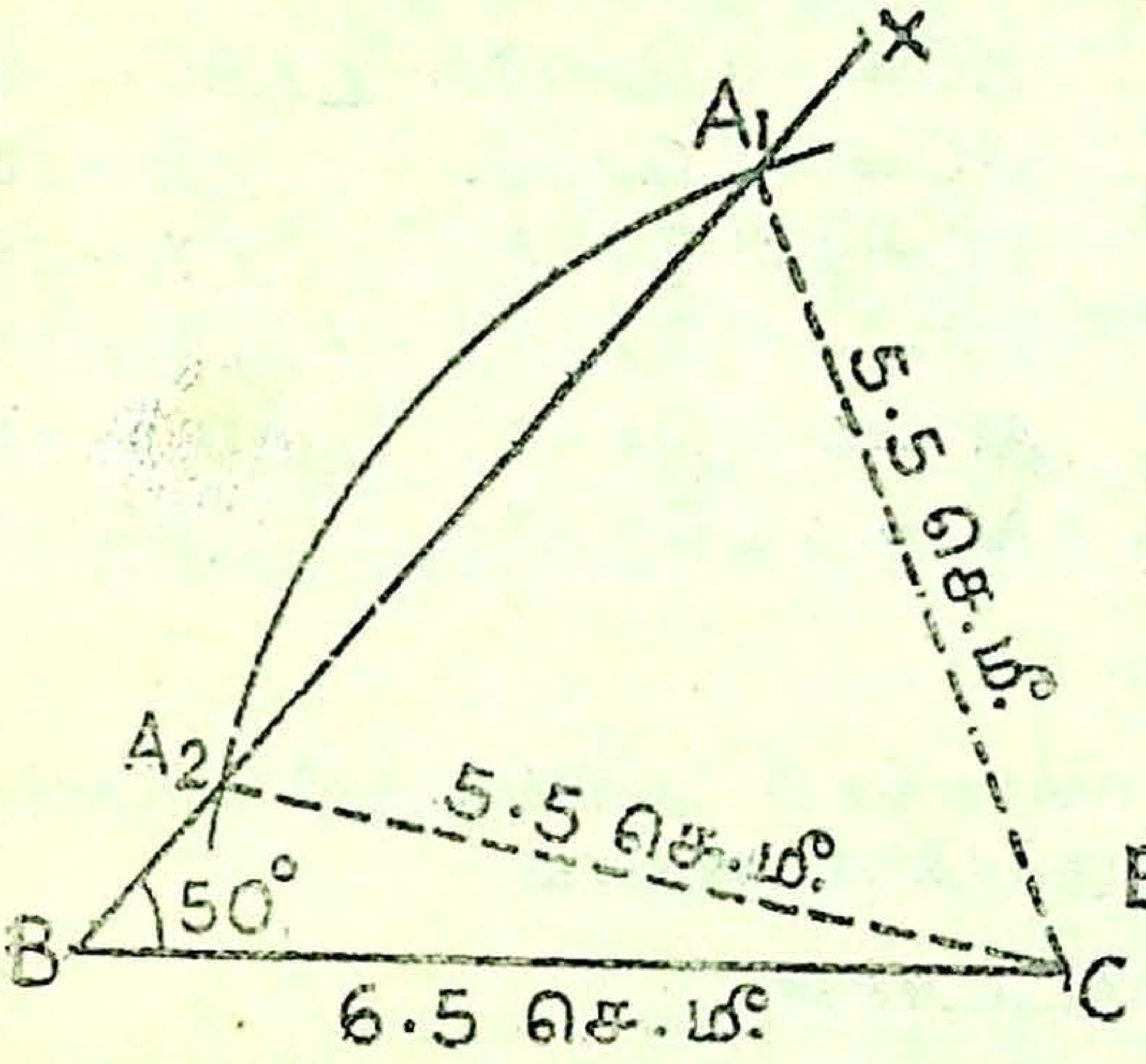


உதவிப்படம்

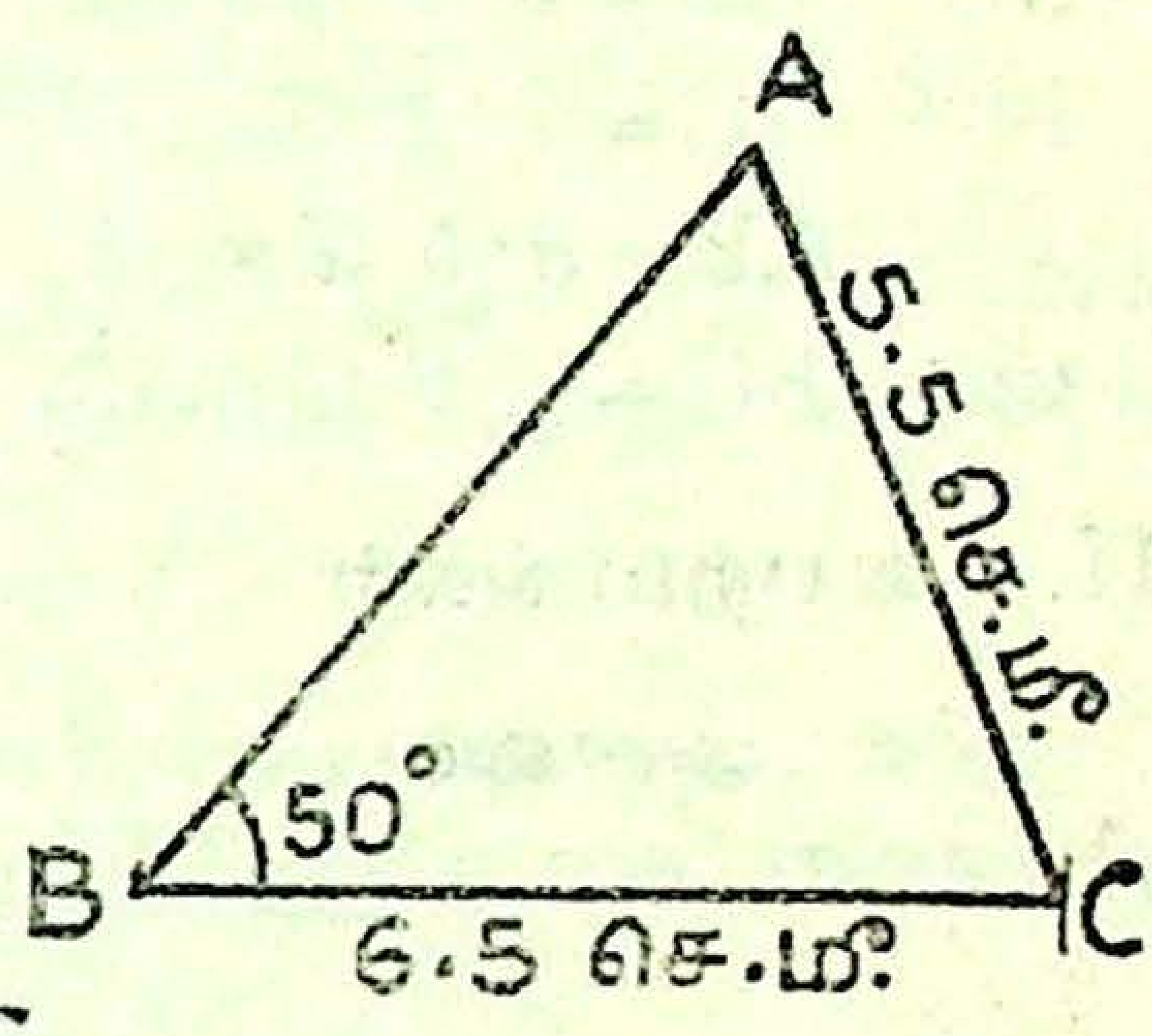


மாதிரி: $\triangle ABC$இல் $BC = 6{\cdot}5$ செ.மீ., $AC = 5{\cdot}5$ செ.மீ., $\angle B = 50°$. முக்கோணத்தை வரைக.

முறை: BC என்ற 6·5 செ.மீ. நேர்கோடு வரைந்து $\angle CBX = 50°$ இருக்கும்படி செய். Cஐ மையமாகக்கொண்டு 5·5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வில் வரைக. அது BXஐ A_1, A_2 என்ற இரு இடங்களில் வெட்டுகின்றது. ஆகவே கொடுத்துள்ள அளவுகளுக்கே A_1BC, A_2BC என்ற இரு முக்கோணங்கள் கிடைக்கின்றன.



உதவிப்படம்



அறிந்து கொள்க: ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களும் அவற்றினிடையே இல்லாத ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் கொடுத்துள்ள அளவுகளுக்குச் சில வேளைகளில் ஒரு முக்கோணமும், சில வேளைகளில் இரண்டு முக்கோணங்களும் கிடைக்கின்றன.

இரண்டு பக்கங்களும், அவற்றுள் பெரியதற்கு எதிரிலுள்ள கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் ஒரே ஒரு முக்கோணந்தான் கிடைக்கும். இரண்டு பக்கங்களும் அவற்றுள் சிறியதற்கு எதிரிலுள்ள கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் கொடுத்த அளவுகளுக்கே இரு முக்கோணங்கள் கிடைக்கக் கூடும். இங்ஙனம் கொடுத்துள்ள அளவுகளுக்குச் சரியாகவே இரண்டு முக்கோணங்கள் கிடைப்பது ஈரடி வகை (*ambiguous case*) எனப் பெயர் பெறும்.

ஈரடி வகையில் ஒன்று விரிகோண முக்கோணமாகவும், மற்றது குறுங்கோண முக்கோணமாகவும் அமைவதைக் கவனி.

பயிற்சி 2 :

1. பின்கண்ட அளவுகளுள்ள ABC என்ற முக்கோணம் வரைக !

i. BC=4·5 செ.மீ., AC=6 செ.மீ., $\angle$B=40°

ii. BC=5·5 செ.மீ., AB=7·5 செ.மீ., $\angle$C=75°

2. பின்கண்ட அளவுகளுள்ள ABC என்ற முக்கோணம் வரைக. ஈரடி வகை கிடைக்கிறதா எனப் பார் :

i.	BC= 6 செ.மீ.	AC= 5 செ.மீ.	$\angle$ABC=50°
ii.	BC=7·8 செ.மீ.	AC=5·2 செ.மீ.	$\angle$B=45°
iii.	AB=6·5 செ.மீ.	BC=4·5 செ.மீ.	$\angle$A=36°
iv.	BC=7·2 செ.மீ.	AB= 5 செ.மீ.	$\angle$ACB=35°
v.	AB=8·5 செ.மீ.	AC=6·5 செ.மீ.	$\angle$ABC=48°
vi.	BC= 6 செ.மீ.	AC= 4 செ.மீ.	$\angle$B=50°

III. வயற்படங்கள்

நில அளவையாளர்கள் தங்கள் அளவுக் குறிப்புக்களில் கீழ்க்கண்டவாறு குறித்திருக்கக் காணலாம்.

மீட்டர்கள்

	Cக்கு	
	500	
Dக்கு 200	400	
	250	Bக்கு 120
Eக்கு 80	100	
	A இலிருந்து வடக்கே செல்க	

இதன் பொருள் என்ன? Aஇலிருந்து நேர் வடக்கே 500 மீட்டர் சென்றால் C உள்ளது. Aஇலிருந்து Cக்குச் செல்லும் அவ் வழியில்,

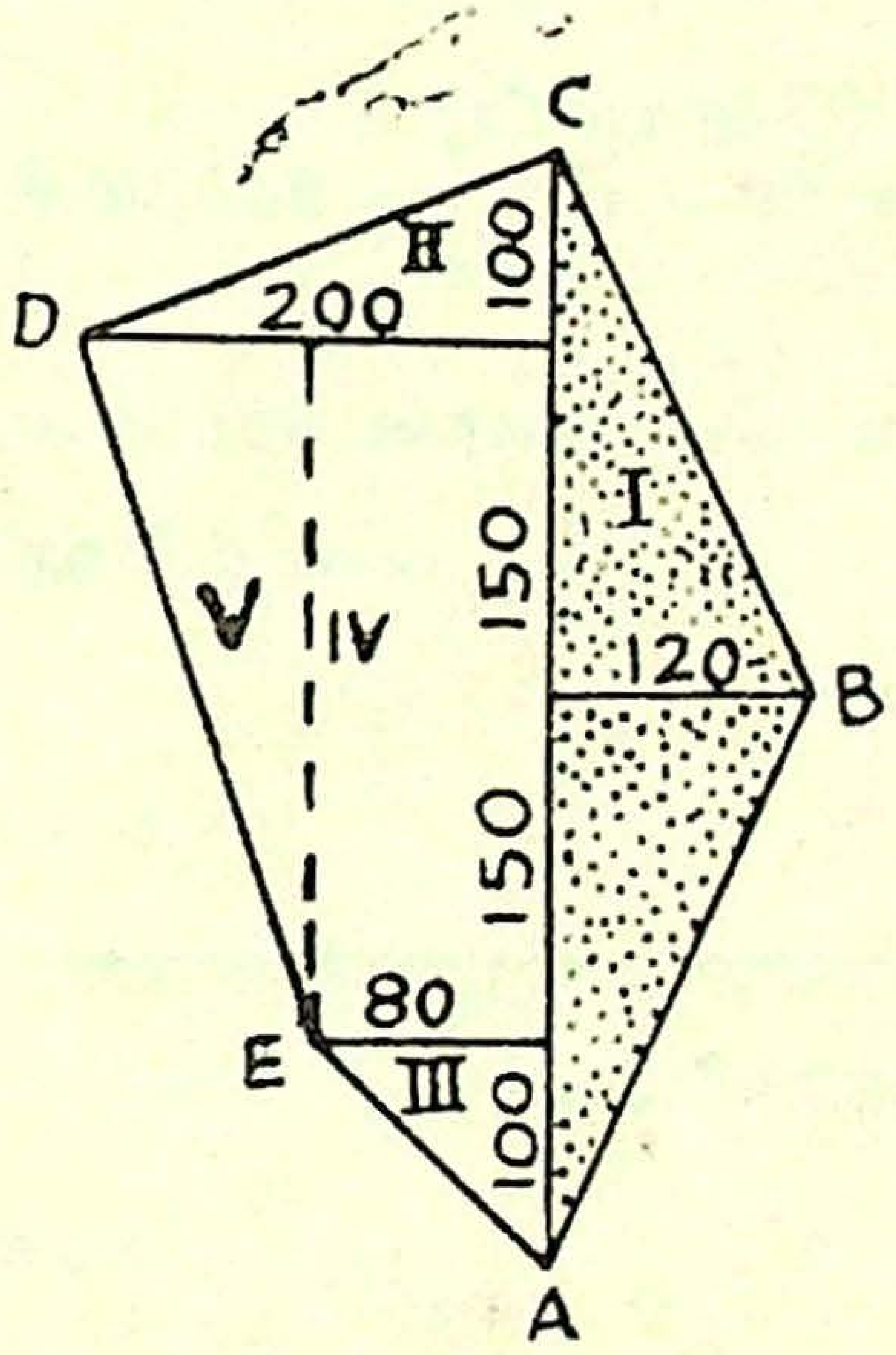
(i) Aஇலிருந்து *100* மீட்டர்கள் சென்று நேர் மேல் புறம் திரும்பினுல் *80* மீட்டர்கள் தொலைவில் E உள்ளது.

(ii) Aஇலிருந்து *250* மீட்டர்கள் சென்று நேர் கீழ்ப் புறம் திரும்பினுல் *120* மீட்டர்கள் தொலைவில் B உள்ளது.

(iii) Aஇலிருந்து *400* மீட்டர்கள் சென்று நேர் மேல் புறம் திரும்பினுல் *200* மீட்டர்கள் தொலைவில் D உள்ளது.

100, 250, 400, 500 ஆகிய ஒவ்வொன்றும் முறையே Aஇலிருந்து AC என்ற கோட்டிலுள்ள தூரம் ஆகும்.

மாதிரி : மேலே கொடுத்துள்ள அளவுகளைக்கொண்ட வயலின் கிடைப்படம் (அளவுத் திட்டப்படி இருக்க வேண்டு



வதில்லை) வரைந்து அதன் பரப்பை ஹெக்டேரில் கண்டுபிடி.

$\triangle$ Iஇன் பரப்பு

$$\frac{500 \times 120}{2} \text{ ச.மீ.} = 30000 \text{ ச.மீ.}$$

$\triangle$ IIஇன் பரப்பு

$$= \frac{100 \times 200}{2} \text{ ச.மீ.} = 10000 \text{ ச.மீ.}$$

$\triangle$ IIIஇன் பரப்பு

$$= \frac{100 \times 80}{2} \text{ ச.மீ.} = 4000 \text{ ச.மீ.}$$

$\triangle$ Vஇன் பரப்பு

$$= \frac{300 \times 120}{2} \text{ ச.மீ.} = 18000 \text{ ச.மீ.}$$

செவ்வகம் IVஇன் பரப்பு

$$= 300 \times 80 \text{ ச.மீ.} = 24000 \text{ ச.மீ.}$$

∴ வயலின் மொத்தப் பரப்பு = 86000 ச.மீ.

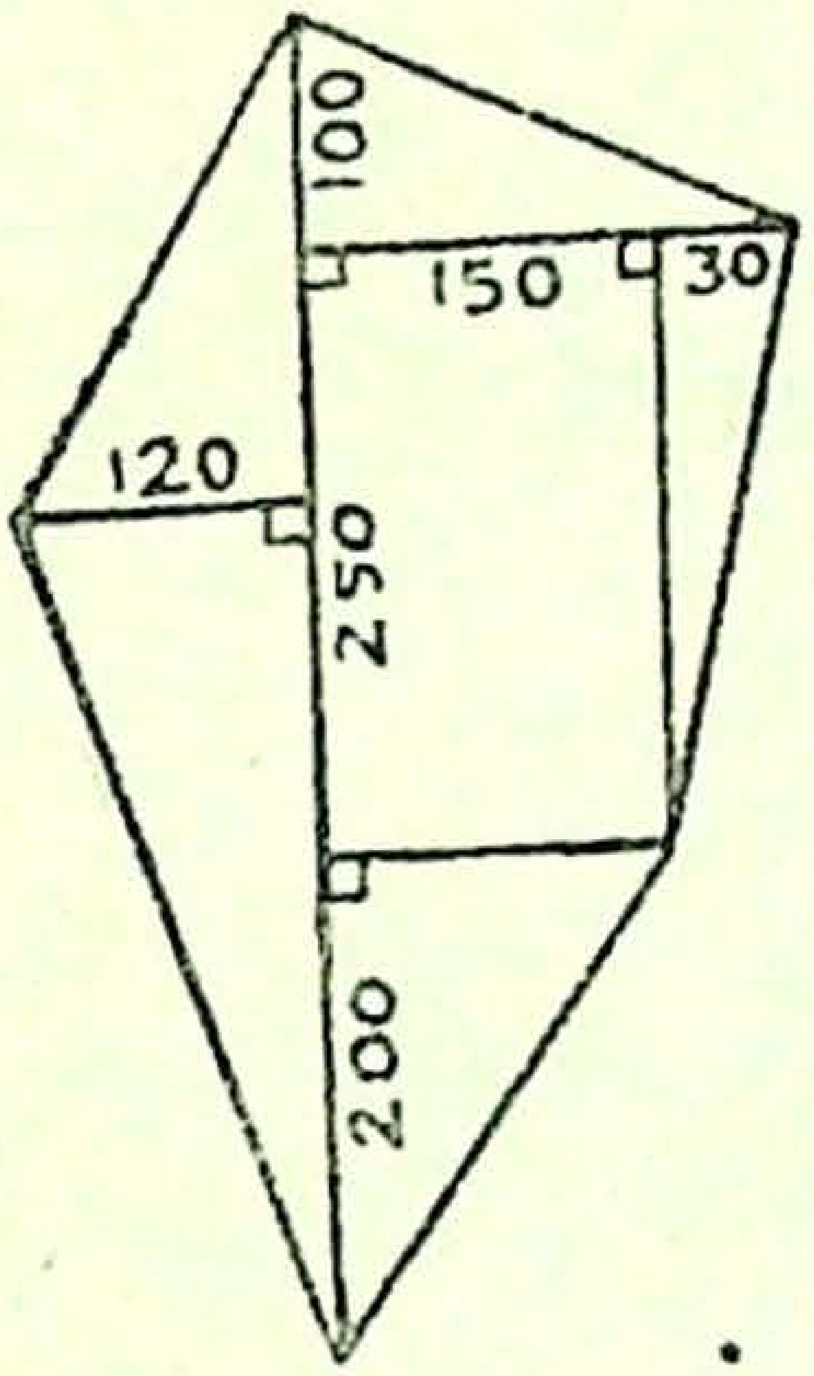
= 8·6 ஹெக்டேர்

நினைவுக்கு:

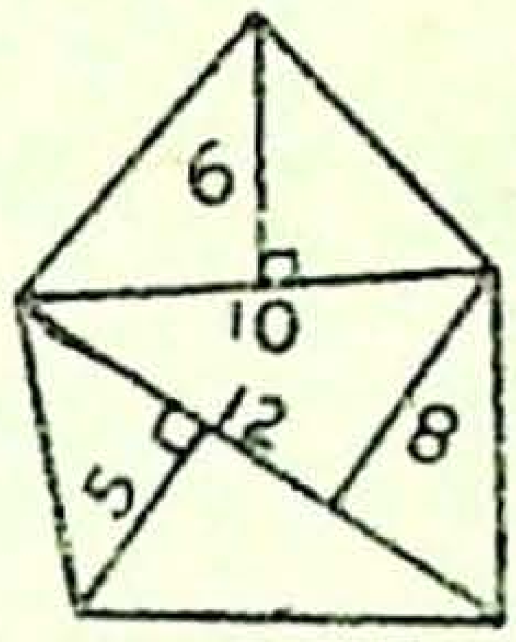
100 சதுர மீட்டர்	=	1 ஏர்
100 ஏர்	=	1 ஹெக்டேர்
1 சதுர டெக்கா மீ.	=	1 ஏர்
1 சதுர ஹெக். மீ.	=	1 ஹெக்டேர்

பயிற்சி 3 :

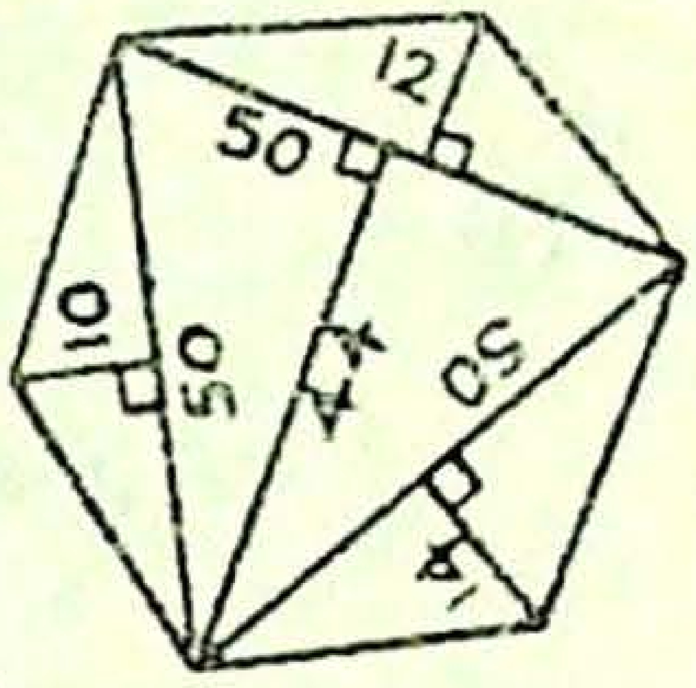
1. கீழேயுள்ளவை நிலங்களின் கிடைப்படங்கள். அவை முக்கோணங்களாகப் பிரித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளன. பரப்பளவுகளை ஹெக்டேர், ஏரில் கண்டுபிடி.



அளவுகள் மீட்டரில்



அளவுகள்
ஹெக்.மீ. இல்



அளவுகள்
டெக்.மீ. இல்

கீழுள்ளவை நில அளவை நூலிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட குறிப்புக்கள். வயலின் கிடைப்படம் வரைந்து (அளவுத் திட்டப்படி இருக்க வேண்டுவதில்லை) பரப்பைக் காணுக.

2. மீட்டர்கள்

	Dக்கு	
	800	
	600	Cக்கு 200
Eக்கு 150	350	
	200	Bக்கு 100
	A இலிருந்து வடக்கே செல்க	

பரப்பை ஹெக்டேர், ஏரில் தருக.

3. டெக்கா மீட்டர்கள்

	C க்கு	
	45	
Dக்கு 20	30	
	25	Bக்கு 15
Eக்கு 10	12	
	A இலிருந்து வடக்கே செல்க	

பரப்பை ஹெக்டேரில் தருக.

4. ஹெக்டா மீட்டர்கள்

	C க்கு	
	12	
Dக்கு 8	10	
Eக்கு 3	6	
	3	Bக்கு 4
	A இலிருந்து வடக்கே செல்க	

பரப்பை ஹெக்டேரில் தருக.

5. மீட்டர்கள்

	Cக்கு	
	600	
Dக்கு 220	400	
	150	Bக்கு 180
	A இலிருந்து வடக்கே செல்க	

அளவுத் திட்டப்படி படம் வரைந்து வயலின் சுற்றளவைக் காணுக. வயலின் பரப்பை ஏரில் காணுக.

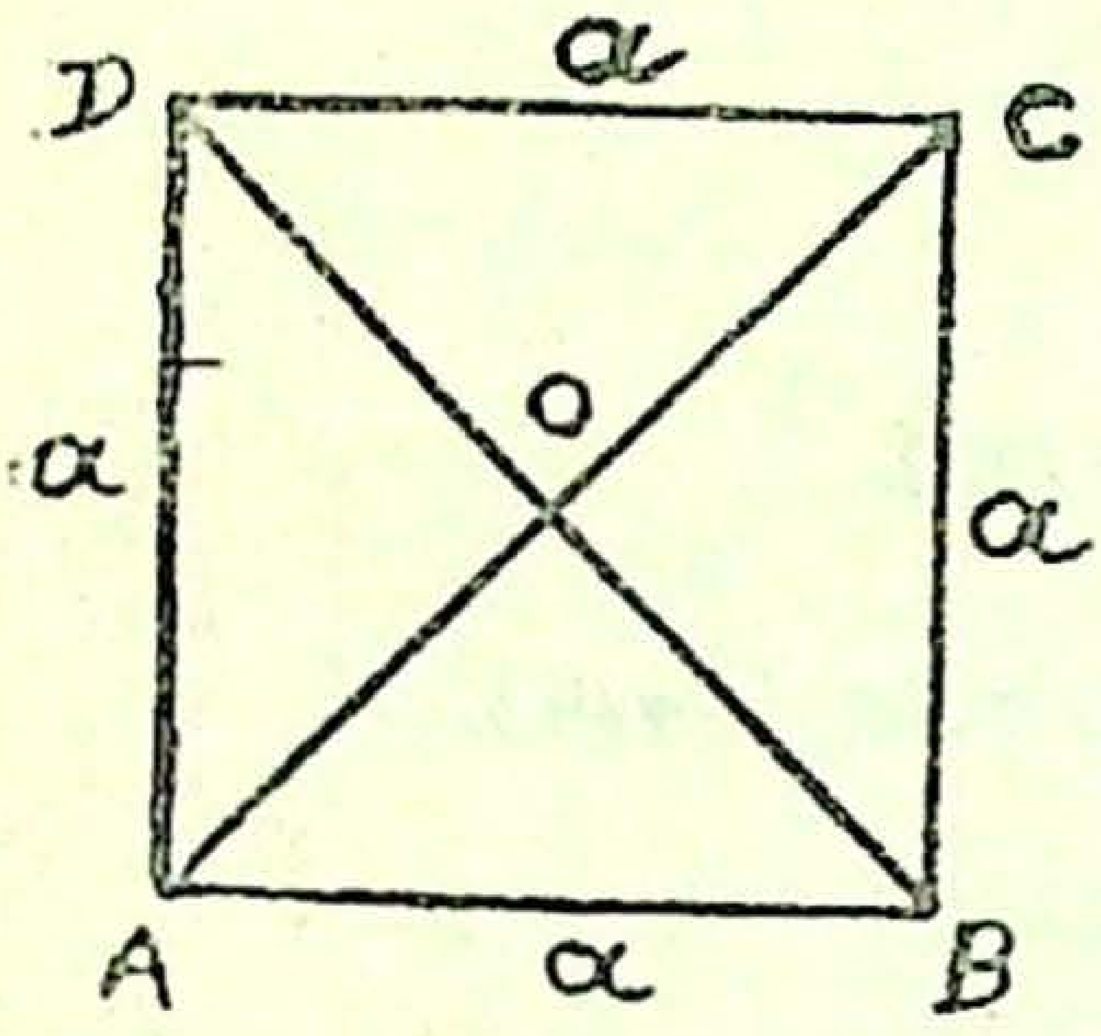
6. மீட்டர்கள்

	Cக்கு	
	950	
Dக்கு 220	750	
Eக்கு 300	600	
	250	Bக்கு 180
	Aஇலிருந்து	

அளவுத் திட்டப்படி படம் வரைந்து நிலத்தின் சுற்றளவைக் கி.மீ. இல் காணுக. வயலின் பரப்பை ஹெக்டேரில் கண்டுபிடி.

IV. சதுரம், செவ்வகம்

சதுரம்: சதுரத்தினுடைய நான்கு பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம் என்றும், நான்கு கோணங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம் என்றும் கீழ் வகுப்புக்களில் படித்திருக்கிறீர்கள். இப்போது வேறு சில முக்கியமான பண்புகளை நோக்குவோம்.



பயிற்சி 4:

ABCD என்ற சதுரங்கள் சில வரைந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க:

மூலை விட்டம் AC	மூலை விட்டம் BD	AO, CO	BO, DO	$\widehat{AOD}$	$\widehat{DAC}$	$\widehat{CBD}$
செ. மீ.	செ. மீ.	செ. மீ.	செ. மீ.	டிகிரி	டிகிரி	டிகிரி
......	......	......	......	......	......	......
......	......	......	......	......	......	......

இவற்றிலிருந்து நாம் அறிவது:

(i) சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமம். **(ii)** சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாகச் செங்கோணத்தில் வெட்டிக்கொள்ளுகின்றன. **(iii)** மூலைவிட்டங்கள் சதுரத்தின் கோணங்களை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கின்றன.

இவற்றைக் கணக்கீடு மூலமாகவும் செய்து அறியலாம்.

(1) மூலைவிட்டம் $AC=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$

மூலைவிட்டம் $BD=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$

ஆகவே மூலைவிட்டம் AC = மூலைவிட்டம் BD.

(2) $\triangle$ BACஇல் AB=BC. $\therefore \angle BAC = \angle BCA = 45°$
அதேபோன்று $\angle CDB = \angle CBD = 45°$

∴ சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் அதன் கோணங்களை இரு சமபாகங்களாக்குகின்றன.

வரைதல் :

மாதிரி : 5 செ.மீ. பக்கமுள்ள சதுரம் ஒன்றை வரைக.

முறை : 5 செ.மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து அதன் முனைகளில் செங்குத்துக் கோடுகள் வரைந்து அவற்றில் முறையே 5 சென்டிமீட்டர் உயரங்கள் வெட்டி, இவ் வெட்டுப் புள்ளிகளைச் சேர்க்கத் தேவையான சதுரம் கிடைக்கும்.

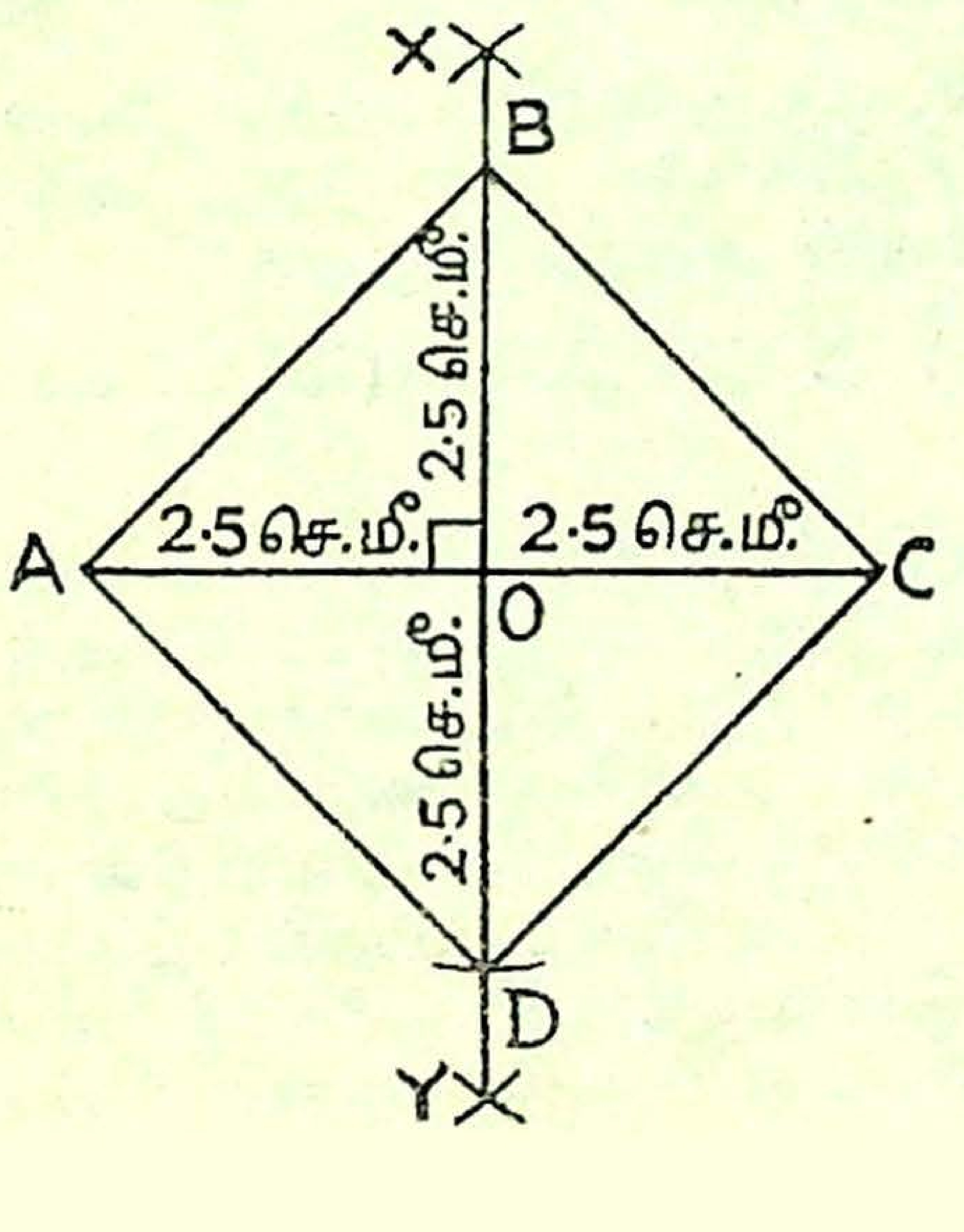
பயிற்சி 5 :

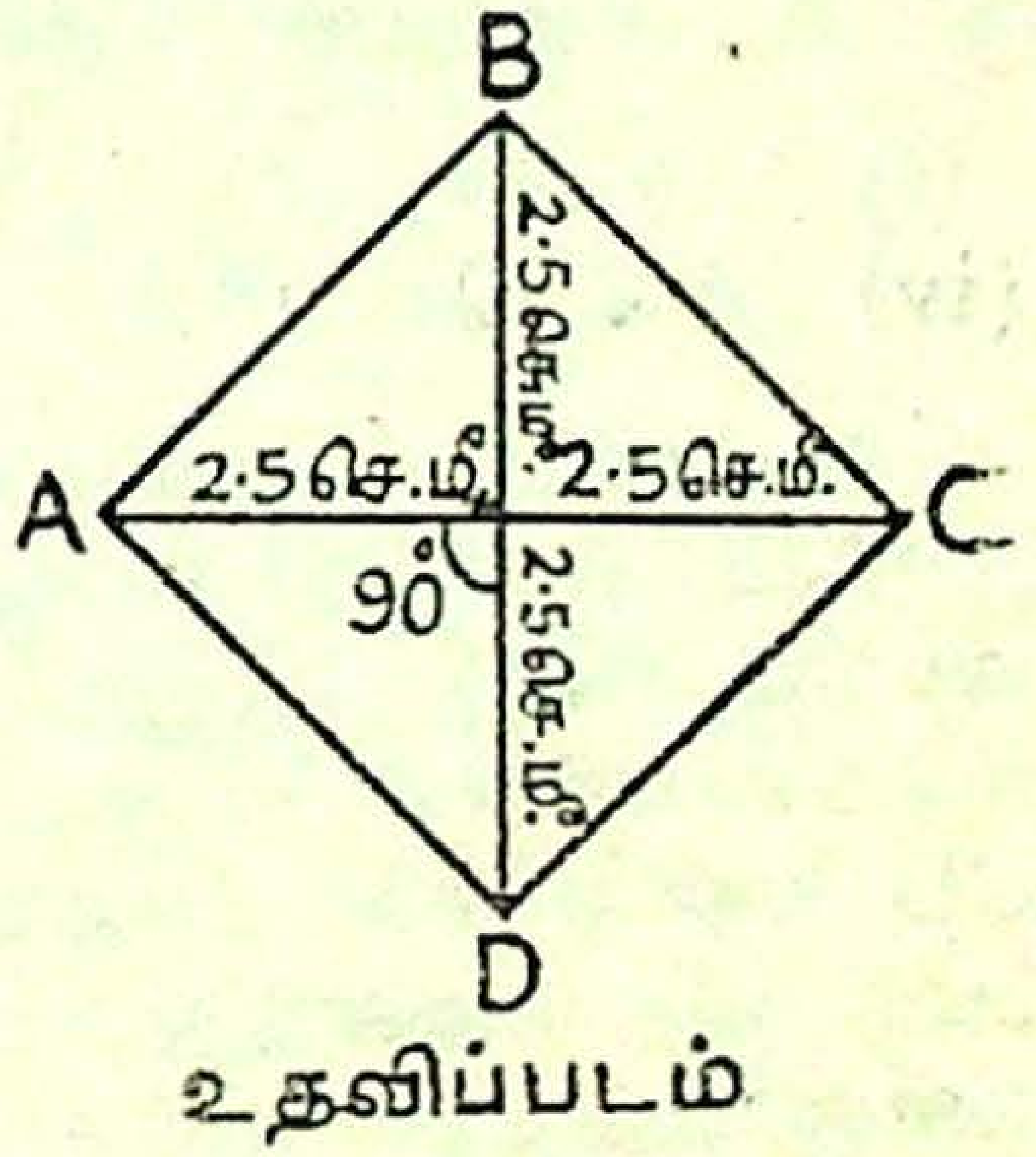
1. பின்கண்ட பக்க அளவுகளுள்ள சதுரங்கள் வரைந்து மூலைவிட்டங்களின் நீளங்களை அளந்து கண்டுபிடி :

(i) 8 செ.மீ. (ii) 6 செ.மீ. (iii) 4 செ.மீ. (iv) 6·2 செ.மீ.

மாதிரி : 5 செ. மீ. மூலைவிட்டம் உள்ள சதுரம் வரைக. இதனை இரு முறைகளில் வரையலாம் :

முறை 1 : 5 செ. மீ. நீளமுள்ள AC என்ற நேர்கோடு வரைந்து, அதன் நடுக்குத்துக்கோடு XOYஐ வரைக. பின்

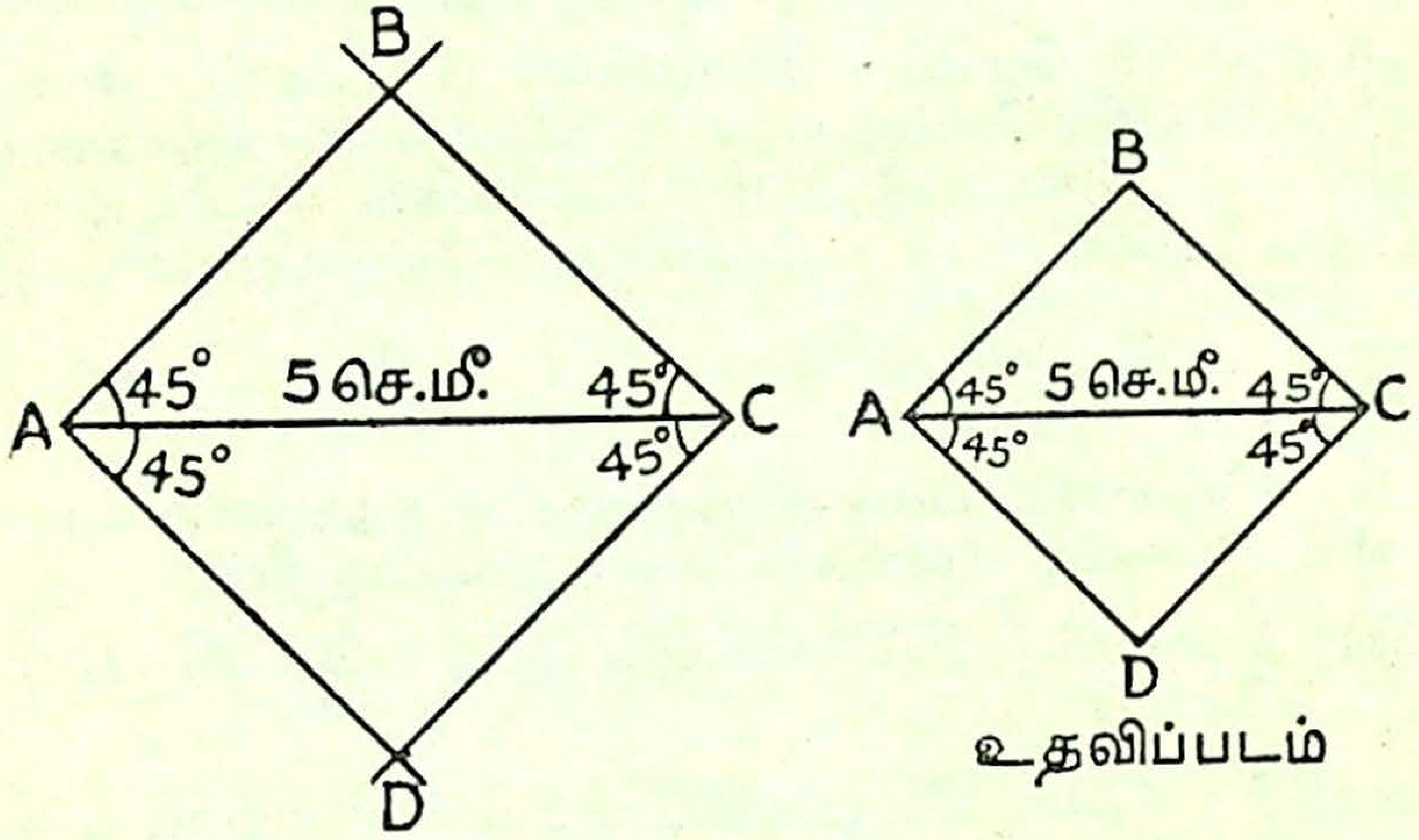




உதவிப்படம்

XYஇல் OB=2·5 செ. மீ. இருக்கும்படி Bஐயும், OD= 2·5 செ. மீ. இருக்கும்படி Dஐயும் குறி. AB, BC, CD, DAகளைச் சேர்க்க ABCD என்ற சதுரம் கிடைக்கும்.

முறை 2: AC என்ற 5 செ. மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து ∠CAB=45°, ∠ACB=45° இருக்கும்படி



உதவிப்படம்

வரைந்த கோடுகள் ஒன்றையொன்று Bஇல் வெட்டும்படி வரை. அதேபோன்று ∠ACD=∠CAD=45° ஆகச் செய். ABCD தேவையான சதுரம் ஆகும்.

2. கீழே சதுரங்களின், ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சதுரங்களை வரைந்து அவற்றி னுடைய பக்கங்களின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக:

(i) 10 செ. மீ. (ii) 8 செ. மீ. (iii) 7 செ. மீ. (iv) 8·4 செ. மீ.

செவ்வகம்: செவ்வகத்தினுடைய நீளப் பக்கங்கள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்; அகலப் பக்கங்கள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்; கோணங்கள் நான்கும் செங்கோணங்கள் என்பதனை ஏற்கெனவே அறிவீர்கள். ABCD என்ற சில செவ்வகங்கள் வரைந்து அவற்றின் மூலை விட்டங்களை அளந்து பார். மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக் கொள்ளுமிடத்திலிருந்து செவ்வகத்தின் முனைகள் உள்ள தூரத்தையும் அளந்து, பின் உள்ள உண்மைகள் கிடைப்ப தைக் கவனி.

செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்கள் சமம்; அவை ஒன்றை யொன்று இரு சமபாகங்களாக வெட்டிக்கொள்கின்றன. மூலை விட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளுமிடத்தில் செங்கோணம் உண்டாவதில்லை.

வரைதல்: ஒரு செவ்வகத்தை வரைய 2 அளவுகள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

மாதிரி: நீளம் 8 செ.மீ., அகலம் 5 செ.மீ. உள்ள ஒரு செவ்வகம் வரைக.

முறை: 8 செ. மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து அதன் இரு முனைகளிலும் செங்குத்துக் கோடுகள் வரைந்து அவை ஒவ்வொன்றிலும் 5 செ. மீ. உயரத்தில் புள்ளிகளைக் குறி. அவற்றைச் சேர்க்க, நமக்குத் தேவையான செவ்வகம் கிடைக்கும்.

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள செவ்வகங்களை வரைந்து மூலைவிட்டங்களை அளக்கவும்:

(i) நீளம் 8 செ. மீ., அகலம் 6 செ. மீ.

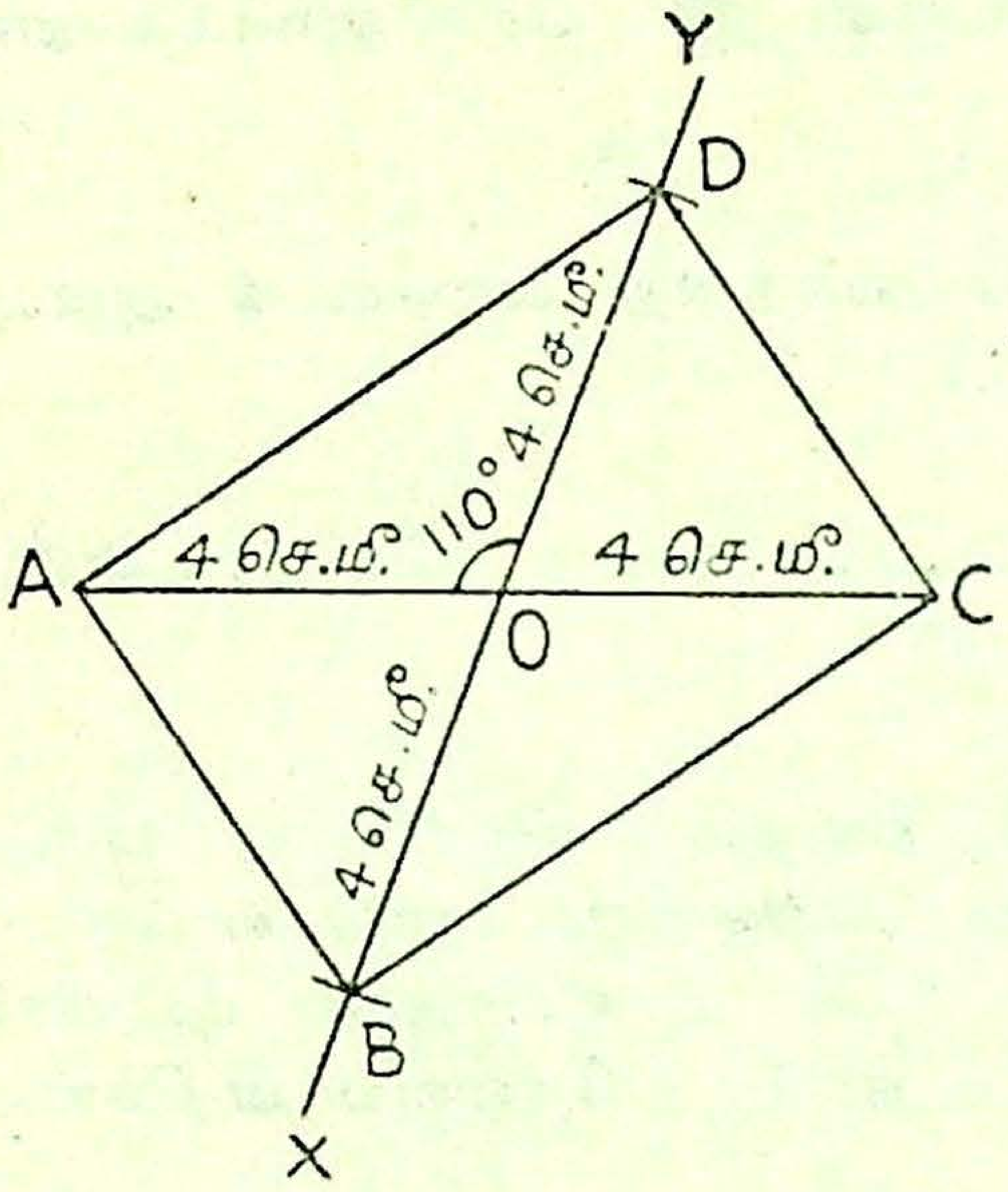
(ii) நீளம் 6 செ. மீ., அகலம் 5 செ. மீ.

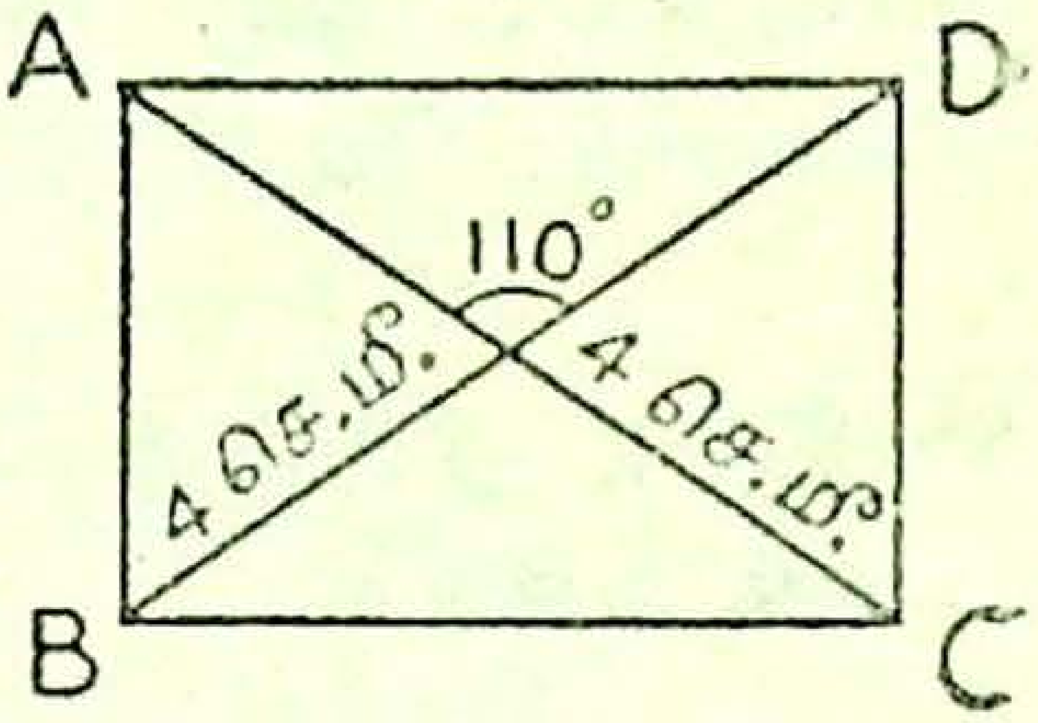
(iii) செவ்வகம் ABCDஇல் $AB = 5 \cdot 2$ செ. மீ., $AD = 3 \cdot 1$ செ. மீ.

மாதிரி: செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்களில் ஒன்று 8 செ. மீ. மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளுமிடத்தில் உண்டாகும் கோணங்களில் ஒன்று 110°. செவ்வகத்தை வரைக.

முறை: AC என்ற 8 செ. மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து அதன் மையப்புள்ளி Oஐக் குறி. $\angle AOY = 110^\circ$ இருக்கும்படி YOX என்ற கோடு வரைக. Oஐ மையமாகக்

கொண்டு முறையே 4 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட விற்கள் OYஐ Dஇலும் OXஐ Bஇலும் வெட்டுமாறு வரை.





உதவிப்படம்

AB, BC, CD, DAகளைச் சேர். ABCD தேவையான செவ்வகம்.

4. கீழ்க்கண்ட அளவுகளைக்கொண்ட செவ்வகங்களை வரைக :

(i) நீளம் 8 செ.மீ., ஒரு மூலைவிட்டம் 9 செ.மீ.

(ii) செவ்வகம் ABCDஇல் BD=8 செ.மீ., AB=5 செ.மீ.

(iii) செவ்வகம் ABCDஇல் AB=6 செ.மீ., $\angle$BDC=40°.

(iv) செவ்வகம் PQRSஇல் QR=6 செ.மீ., $\angle$QRP=55°.

5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக்கொண்டு செவ்வகங்கள் வரைந்து அவற்றின் நீள அகலங்களைக் கண்டுபிடி !

(i) ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 8 செ.மீ. மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் இடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 70°.

(ii) ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 7·5 செ.மீ. மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் இடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 120°.

(iii) ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 8 செ. மீ. மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் இடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 50°.

(iv) ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 6·4 செ. மீ. மூலைவிட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் இடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 115°.

சதுரம், செவ்வகம் இவற்றின் பரப்பளவுகள்

சதுரம் (1): சதுரத்தின் பரப்பு = பக்கம் × பக்கம்

$A = a^2$ என்பதை ஏற்கெனவே அறிவீர்கள்.

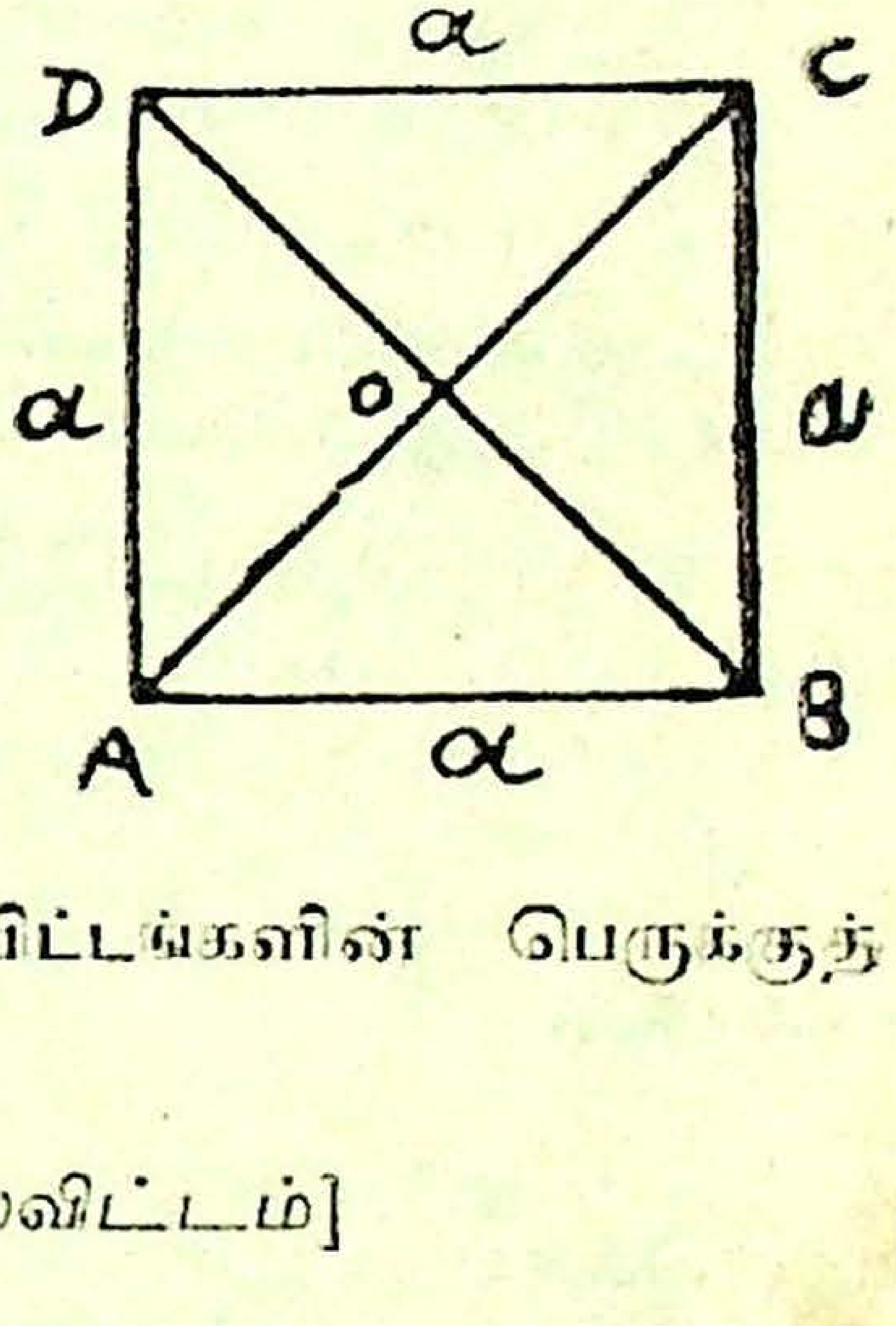
சதுரம் ABCDஇன் பரப்பு

= △ACDஇன் பரப்பு + △ACBஇன் பரப்பு

$$= \frac{AC \times OD}{2} + \frac{AC \times OB}{2}$$

$$= \frac{AC}{2}(OD + OB)$$

$$= \frac{AC \times BD}{2}$$



∴ சதுரத்தின் பரப்பு = மூலைவிட்டங்களின் பெருக்குத் தொகையில் பாதி.

$$A = \frac{d^2}{2}$$ [d என்பது மூலைவிட்டம்]

செவ்வகத்தின் பரப்பு = நீளம் × அகலம்

$A = lb.$

மனக்கணக்குகள் :

1. சதுரத்தின் பக்க அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பரப்பளவுகளைக் கூறுக :

(i) 5 செ.மீ. (ii) 10 செ.மீ. (iii) 6 செ.மீ.
(iv) 1·1 மீட்டர் (v) 1·6 மீட்டர் (vi) x மீட்டர்

2. சதுரத்தின் மூலைவிட்டத்தின் நீளங்கள் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன. பரப்புகளைக் கூறுக :

(i) 15 செ.மீ. (ii) 2·5 மீட்டர் (iii) 4 மீட்டர்
(iv) 16 செ.மீ. (v) 2·2 மீட்டர் (vi) y மீட்டர்

3. செவ்வகங்களின் பரப்புகளைக் கூறுக :

(i) நீளம் 10 செ.மீ., அகலம் 5 செ.மீ.
(ii) நீளம் 8 மீட்டர், அகலம் 5 மீட்டர்
(iii) நீளம் 24 மீட்டர், அகலம் 10·5 மீட்டர்
(iv) நீளம் x மீட்டர், அகலம் y மீட்டர்

4. ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களைச் சேர்க்கும்போது எத்தகைய முக்கோணங்கள் கிடைக்கும் ?

5. ஒரு செவ்வகத்தின் மூலைவிட்டங்களைச் சேர்க்கும் போது எத்தகைய முக்கோணங்கள் கிடைக்கும் ?

6. 1 செ.மீ. = 100 மீட்டர் என்ற அளவுக்கு வரையப் பட்ட ஒரு சதுர வயலின் கிடைப்படத்தின் ஒரு பக்க நீளம் 2 செ.மீ. ஆனால் வயலின் பரப்பு எத்தனை சதுர மீட்டர் ?

7. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 4 செ.மீ., அகலம் 3 செ.மீ. இது 1 செ.மீ. = 50 மீட்டர் என்ற அளவுக்கு வரையப்பட்ட செவ்வகத்தின் கிடைப்படம் ஆனால் வயலின் பரப்பளவு யாது ?

பயிற்சி 6 :

1. ஒரு சதுர வயலின் நீளம் 520 மீட்டர். தகுந்த அளவுக்குப் படம் வரைந்து வயலின் மூலைவிட்டத்தைக் கண்டுபிடி. பரப்பளவை ஏரில் கூறுக.

2. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் 280 மீட்டர், அகலம் 180 மீட்டர். தகுந்த அளவுக்குக் கிடைப்படம் வரைந்து வயலின் மூலைவிட்டத்தைக் கண்டுபிடி. வயலின் பரப்பை ஹெக்டேரில் எழுதுக. (விடையை இரு தசம இடங்கள் திருத்தமாகக் கூறு.)

3. ஒரு செவ்வக வயலின் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 420 மீட்டர். மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்

கொள்ளுமிடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 75°. அதன் கிடைப்படம் வரைந்து வயலின் பரப்பை ஏர், சதுர மீட்டர்களில் கண்டுபிடி.

4. ஒரு சதுர வயலின் ஒரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 540 மீட்டர். அதன் கிடைப்படம் வரைந்து வயலின் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

5. ஒரு செவ்வக வயலின் நீளம் 450 மீட்டர். அதன் மூலைவிட்டத்தின் நீளம் 600 மீட்டர். வயலின் கிடைப்படம் வரைந்து அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

பயிற்சி 7 :

[கணக்கீடுமூலம் செய்க]

1. ஓர் ஏர்=100 ச. மீ., 100 ஏர்=1 ஹெக்டேர். 500 மீட்டர் நீளம், 450 மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு நீண்ட சதுர வயலின் பரப்பை, ஹெக்டேர், ஏரில் கூறு.

2. இரு வேறு பக்கங்களைக்கொண்ட சதுரங்களின் பரப்புகளின் வித்தியாசம், அவற்றின் பக்கங்களின் கூடுதலையும், பக்கங்களின் வித்தியாசத்தையும் பெருக்கியதற்குச் சமமாகும். இதை ஏதேனும் இரண்டு சதுரங்களைக்கொண்டு நிரூபித்துக் காட்டு.

3. 5 செ.மீ. = 1 கி. மீ. என்ற அளவிற்கு வரையப்பட்ட ஒரு செவ்வக வயலின் கிடைப்படத்தின் நீளம் 20 செ.மீ., அகலம் 12·5 செ.மீ. அதன் பரப்பளவை ஹெக்டேரில் கூறுக.

4. ஒரு காய்கறித் தோட்டத்தின் நீள, அகலம் $4\frac{1}{2}$ மீட்டர் $\times$ 4 மீட்டர். அகலப் பக்கத்தின் நடுவில் நீளம் முழுவதற்கும் 1 மீட்டர் அகலமுள்ள பாதையொன்று இருக்கிறது. பாதைக்கு ஒவ்வொரு புறமுமுள்ள நிலத்தின் பரப்பு எவ்வளவு? பாதை நீங்கலாக மீதி இடத்தில் $\frac{1}{2}$ சதுர மீட்டருக்கு ஒரு தக்காளிச் செடி வீதம் எத்தனை செடிகள் நடலாம்?

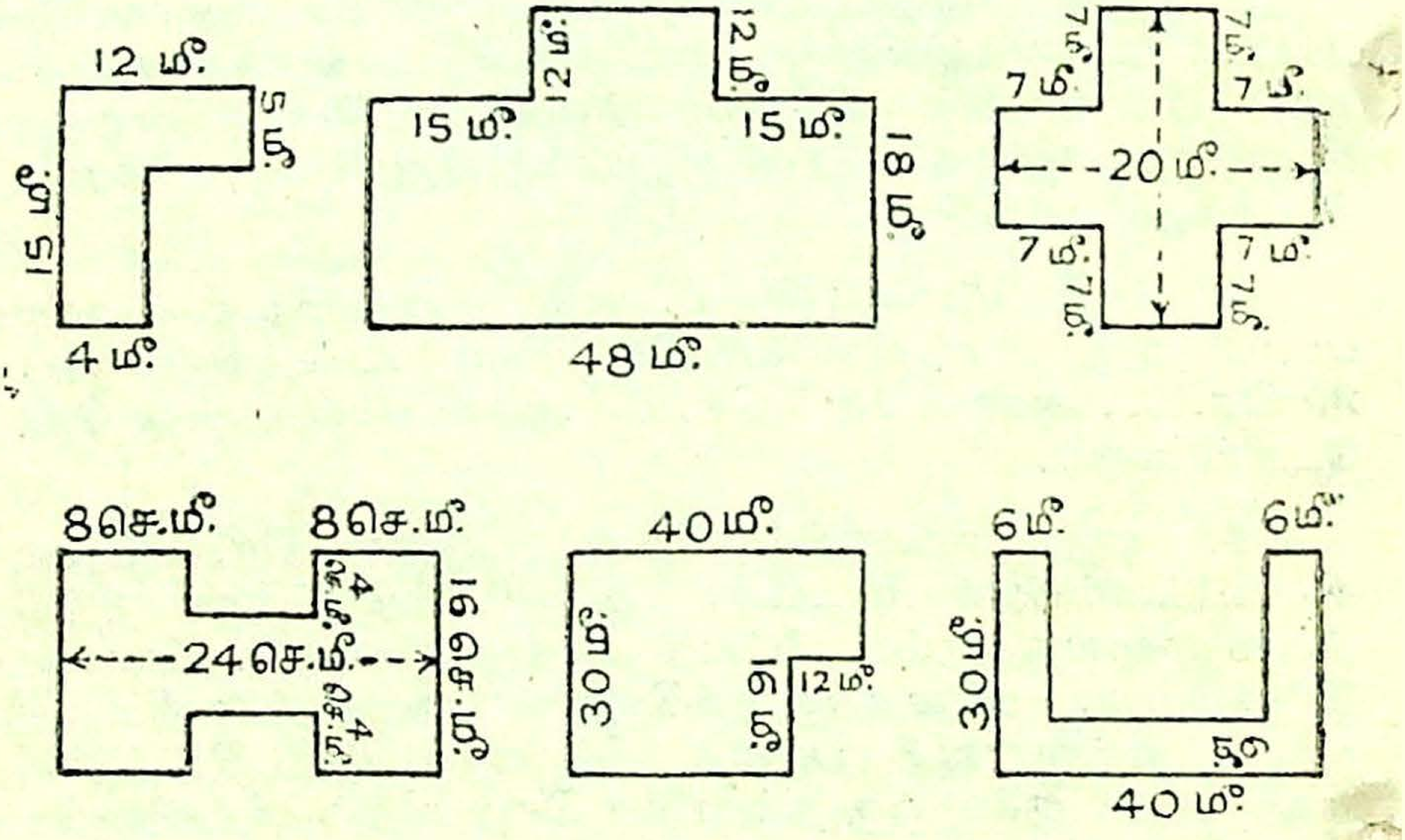
5. 40 மீட்டர் நீளம், 30 மீட்டர் அகலமுள்ள நிலத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறம் 2 மீட்டர் அகலமுள்ள பாதை ஒன்று இருக்கிறது. நிலத்தினுள் ஓர் இடத்தில் 5 மீட்டர் நீளம், 4 மீட்டர் அகலமுள்ள கிணறு ஒன்று இருக்கிறது.

(*a*) பாதையின் பரப்பளவு யாது? (*b*) கிணறு நீங்கலாக நிலத்தின் பரப்பளவு யாது?

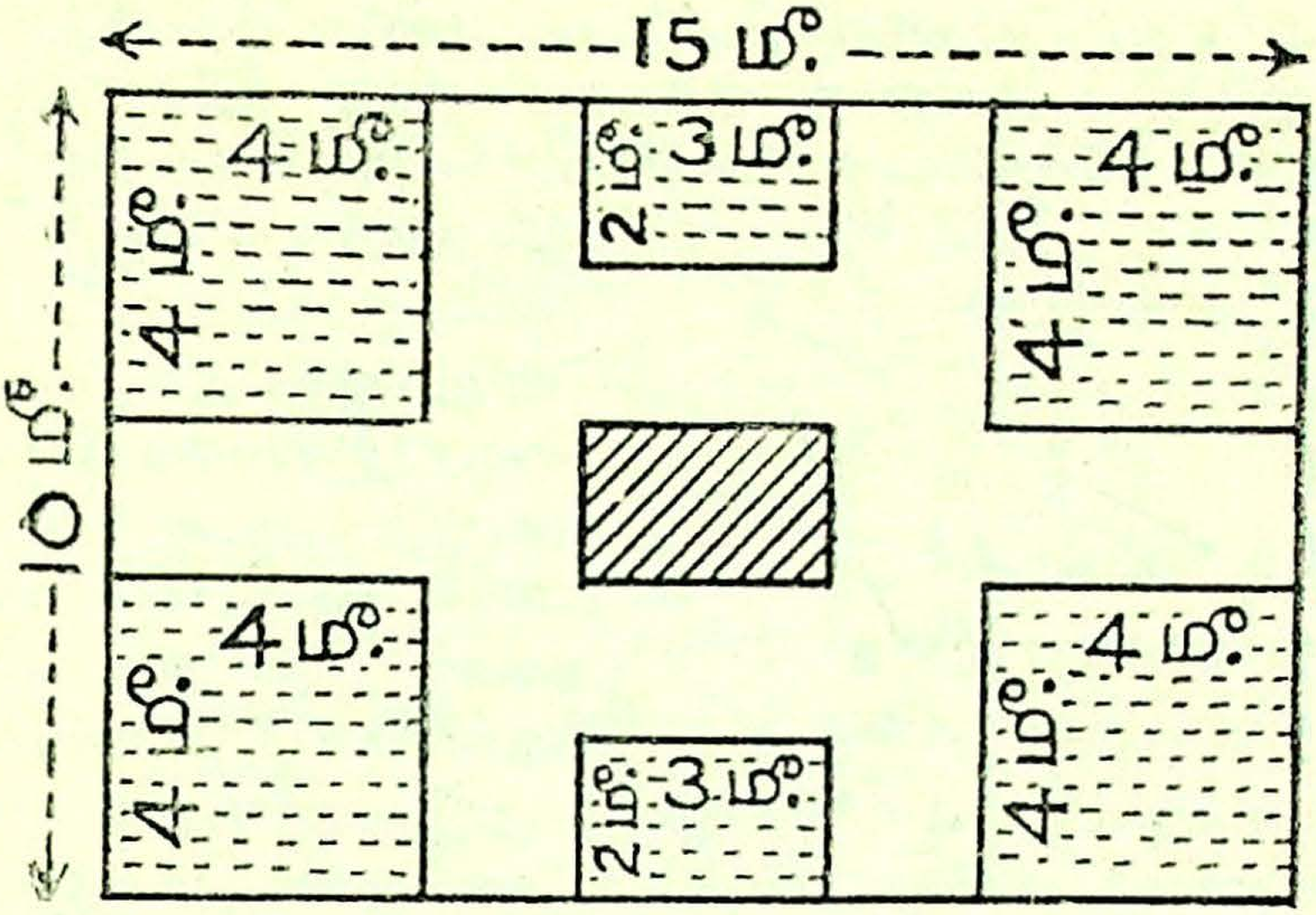
6. 50 மீட்டர் நீளம், 40 மீட்டர் அகலமுள்ள ஒரு தோட்டத்தின் மையத்தில் 6 மீட்டர் பக்கமுள்ள சதுரமான நீர்த்தொட்டி இருக்கிறது. தோட்டத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் மையத்திலிருந்தும் 2 மீட்டர் அகமுள்ள பாதை நீர்த்தொட்டி வரை செல்லுகிறது. (i) நீர்த்தொட்டியோடு தோட்டத்தின் பரப்பு யாது? (ii) நீர்த்தொட்டி, பாதைகள் நீங்கலாகத் தோட்டத்தின் பரப்பு யாது? (iii) பாதைகளின் மொத்தப் பரப்பளவு யாது?

பயிற்சி 8:

1. கீழே கொடுத்துள்ள படங்களின் பரப்புகளைக் கண்டுபிடி:



2. அடுத்த பக்கத்தில் கொடுத்திருப்பது ஒரு பூந்தோட்டத்தின் படம் ஆகும். இதில் கோடிட்டுக் காட்டியுள்ளது நீர்த்தொட்டி. புள்ளியிட்டுக் காட்டியிருப்பது பூப்பாத்திகள், மிதி பாதை.



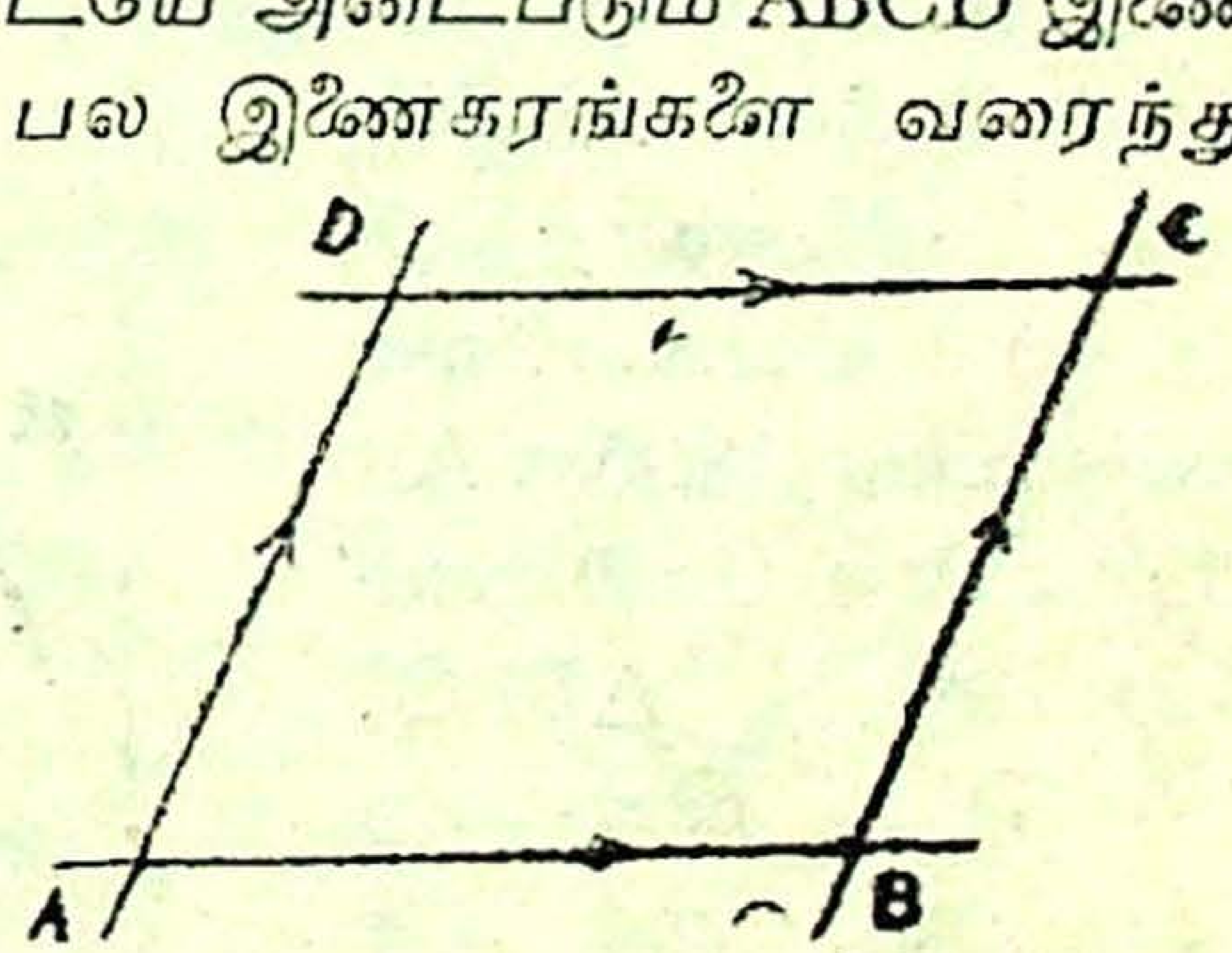
(i) நீர்த் தொட்டியின் பரப்பு எவ்வளவு?

(ii) பூப்பாத்திகளின் மொத்தப் பரப்பு என்ன ?

(iii) பாதைகளின் மொத்தப் பரப்பு எவ்வளவு ?

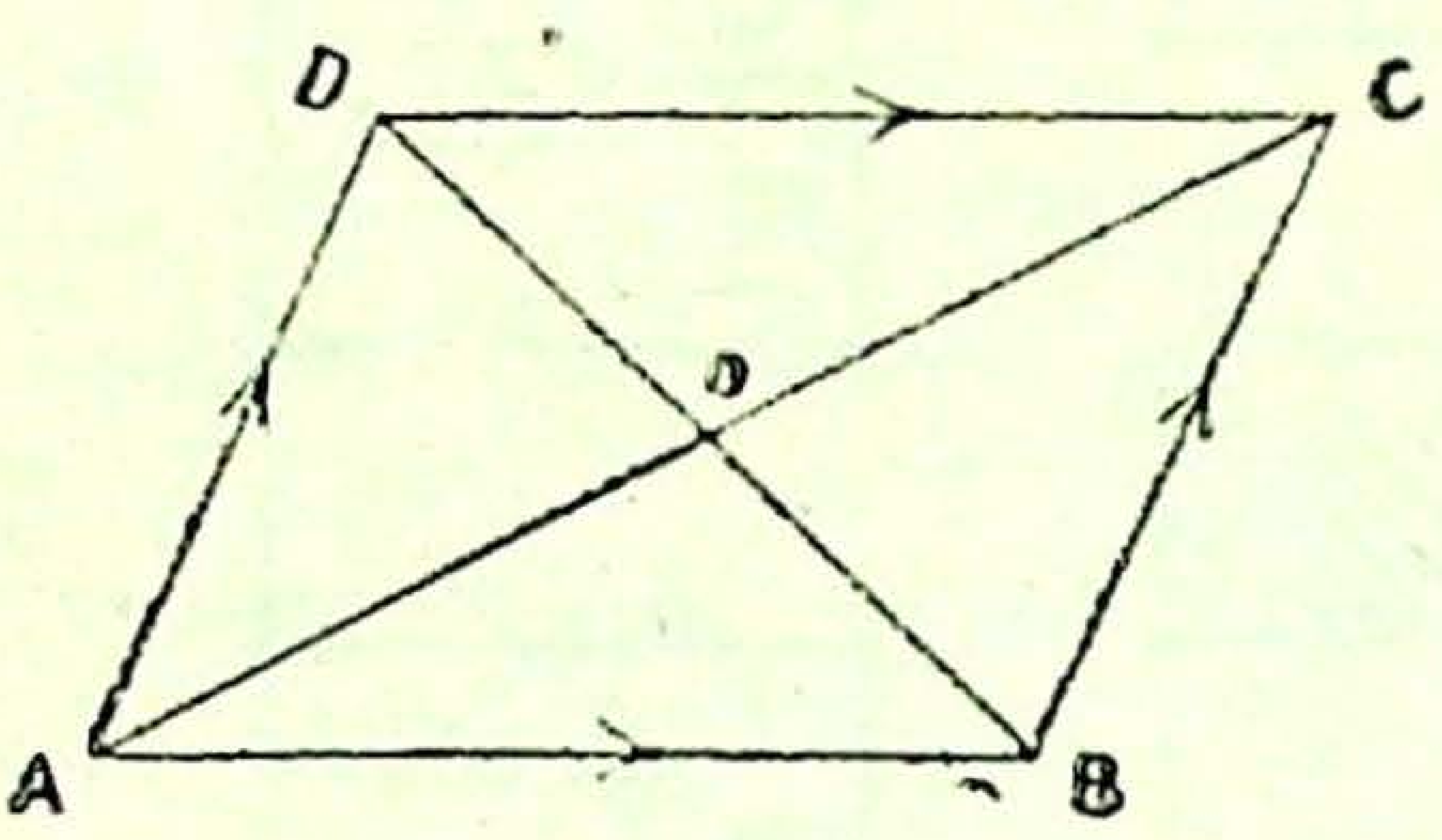
V. இணைகரம்

இரண்டு ஜோடி எதிர்ப்பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக உள்ள நாற்கரம் இணைகரம் ஆகும். முதலில் ஒரு ஜோடி இணைகோடுகள் வரைக. படத்தில் காட்டியபடி அவற்றை வெட்டும்படி மற்றொரு ஜோடி இணைகோடுகள் வரைக. இக் கோடுகளுக்கிடையே அடைபடும் ABCD இணைகரம் ஆகும். இதுபோன்று பல இணைகரங்களை வரைந்து அவற்றின் பக்கங்களையும், கோணங்களையும் அள. எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமாயிருப்பதையும் எதிர்க்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமயிருப்பதையும் காண்பாய்.



இரு அடுத்துள கோணங்களின் கூடுதல் 180° ஆகும்.

அதற்குரிய காரணத்தைச் சிந்தித்து அறிக. இணைகரத்தின் ஒரு மூலைவிட்டத்தை வரைந்தால் அஃது இணைகரத்தைத் இரண்டு முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும். அவற்றை வெட்டிப் பொருத்தினால் ஒன்று மற்றொன்றின்மீது சரிவரப் பொருந்துவதைக் காண்பாய். இணைகரம் ABCDஐ வரைந்து அதன் மூலைவிட்டங்கள் AC, BDகளை வரை. அவை ஒன்றுக்கொன்று சமமாயிரா. அவை வெட்டிக்கொள்ளும் இடமாகிய Oஇலிருந்து இணைகரத்தின் நான்கு முனைகளுக்கும் உள்ள தூரத்தை அளந்தால் OA=OCஆகவும், OD=OB ஆகவும் இருக்கக் காண்பாய். இவற்றிலிருந்து அறிவது :

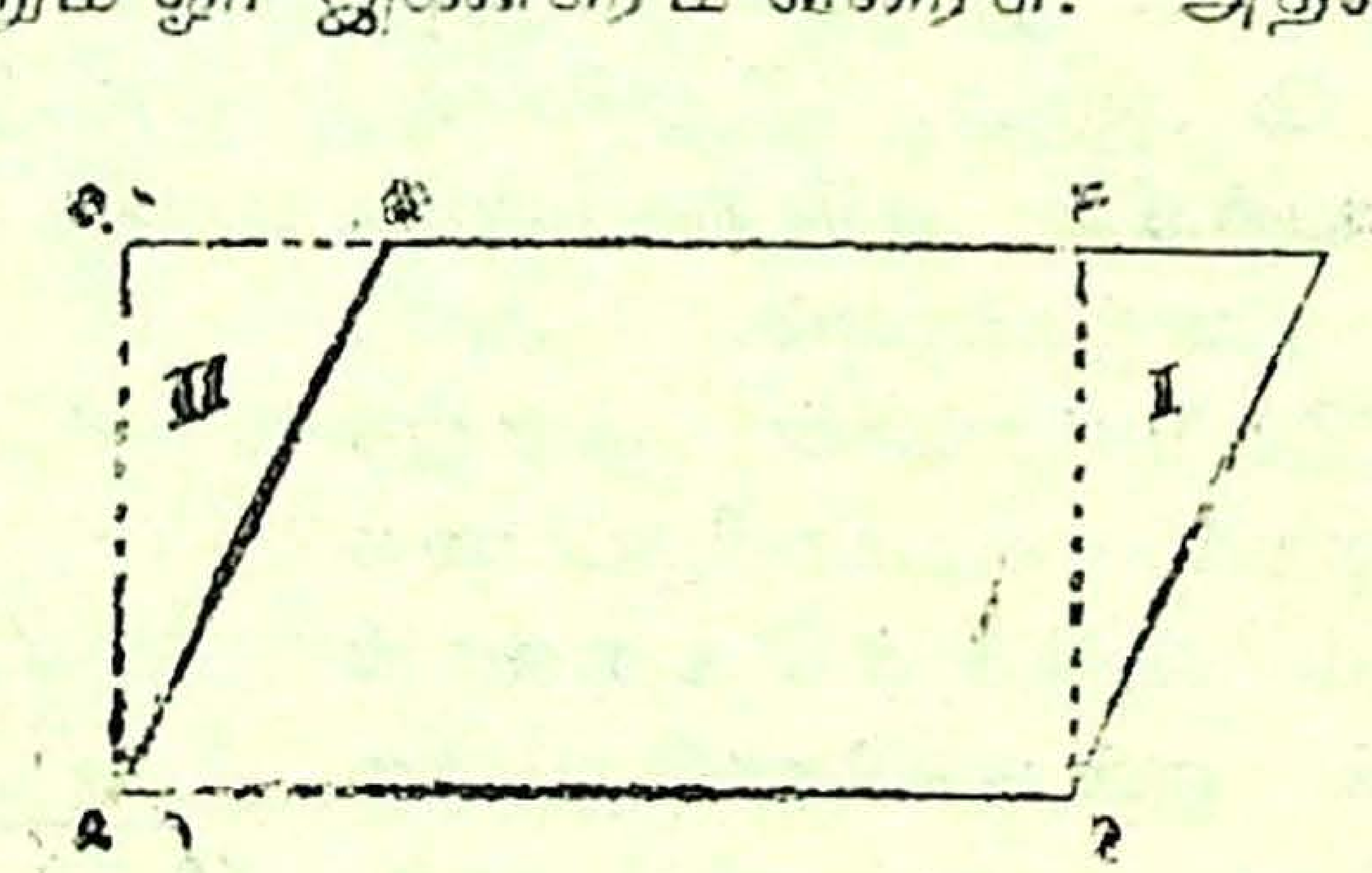


இணைகரத்தின் (i) எதிர்ப்பக்கங்கள் சமம்.
(ii) எதிர்க்கோணங்கள் சமம்.
(iii) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக வெட்டிக்கொள்ளும்.

மேலும், இணைகரத்தில் இரு அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூடுதல் 180°. ஒரு மூலைவிட்டம் இணைகரத்தை இரு சம முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும்.

இணைகரத்தின் பரப்பு

ABCD என்ற ஏதேனும் ஓர் இணைகரம் வரைக. அதன் அடிப் பக்கம் ABஇன் மீது, இணைகரத்தின் உயரம் எவ்வளவோ அதே உயரத்திற்கு ABPQ என்ற செவ்வகம் வரைக. △BPC, △AQD இவற்றை வெட்டிவிட்டால் மீதி இருப்பது நாற்கரம் ABPD ஆகும். அம் முக்கோணங்களை



ஒன்றின்மீது ஒன்றைப் பொருத்தினுல் அவை சமமாய் இருப்பதைக் காண்பாய். நாற்கரம் ABPDஉடன் △BPCஐச் சேர்த்தால் இணைகரமும் △AQDஐச் சேர்த்தால் செவ்வகமும் கிடைக்கின்றன. ஆனுல், முக்கோணங்கள் இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

ஆகவே இணைகரம் ABCDஉம், செவ்வகம் ABPQஉம் பரப்பில் சமம்

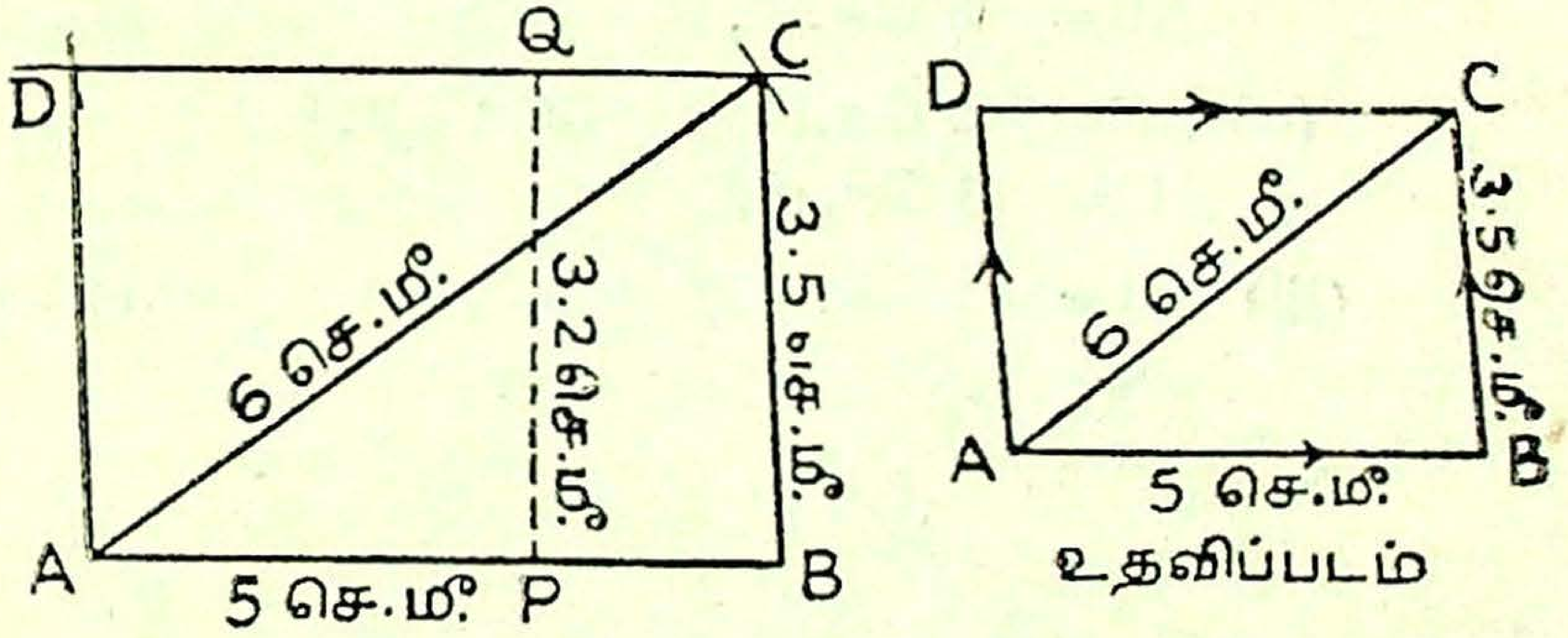
∴ இணைகரத்தின் பரப்பு = செவ்வகத்தின் பரப்பு = AB × BP.

∴ இணைகரத்தின் பரப்பு = அடிப் பக்கம் × செங்குத்து உயரம்.

இணைகரம் வரைதல்

ஓர் இணைகரத்தை வரைய மூன்று அளவுகள் கொடுக்கப் படவேண்டும்.

மாதிரி : AB = 5 செ.மீ., AC = 6 செ.மீ., BC = 3·5 செ.மீ. என்ற அளவுகளுடைய ABCD என்ற இணைகரம் வரைக. அதன் பரப்பையும் கண்டுபிடி.



வரைவு முறை : AB என்ற 5 செ.மீ. நேர்கோடு வரை. A, B இவற்றை மையங்களாகக்கொண்டு முறையே 6 செ.மீ., 3·5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட விற்கள் ஒன்றையொன்று Cஇல் வெட்டும்படி வரைந்து BCஐச் சேர். பிறகு A, C இவற்றை மையங்களாகக்கொண்டு முறையே 3·5 செ.மீ., 5 செ.மீ., ஆரமுள்ள விற்கள் ஒன்றையொன்று Dஇல் வெட்டும்படி வரை. CD, ADகளைச் சேர். ABCD

கொடுத்த அளவுகளுள்ள இணைகரம் ஆகும். ABஇல் P என்ற இடத்தில் ABக்கு வரையும் செங்குத்து CDஐ Qவில் வெட்டட்டும். PQஐ அள. அது 3·2 செ.மீ. இருக்கிறது.

∴ இணைகரத்தின் பரப்பு = 5 செ.மீ. × 3·2 செ.மீ.
= 16 ச. செ.மீ.

பயிற்சி 9 :

1. கீழே கொடுத்துள்ள அளவுகளைக்கொண்டு ABCD என்ற இணைகரங்களை வரைந்து அவற்றின் பரப்புகளைக் கண்டுபிடி :

(i) AB = 5 செ.மீ. ∠A = 50° AD = 3·5 செ.மீ.
(ii) AB = 6 செ.மீ. BC = 3·2 செ.மீ. ∠ABC = 125°

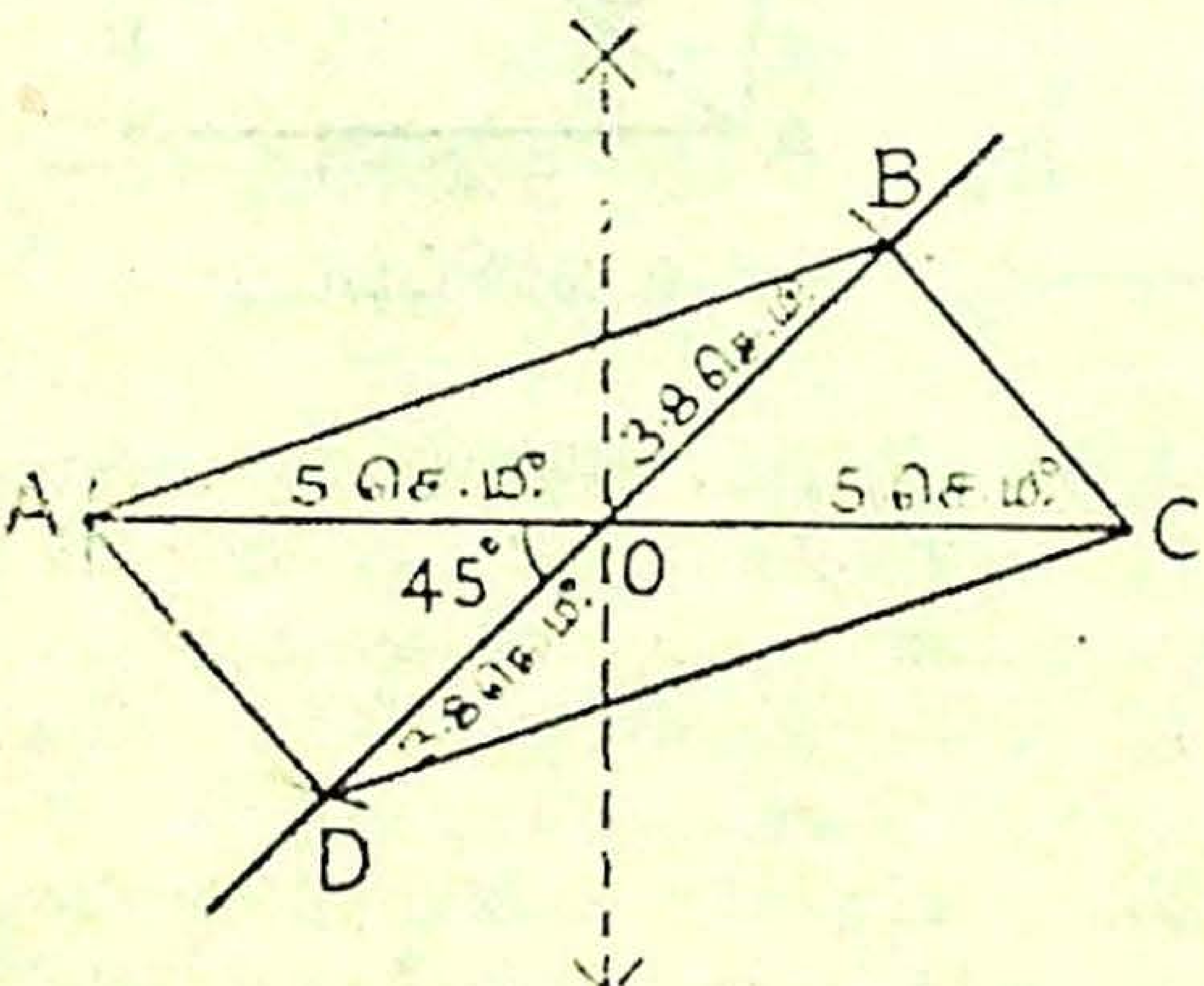
2. (i) AB = 5·5 செ.மீ. BC = 4 செ.மீ.
AC = 5 செ.மீ.

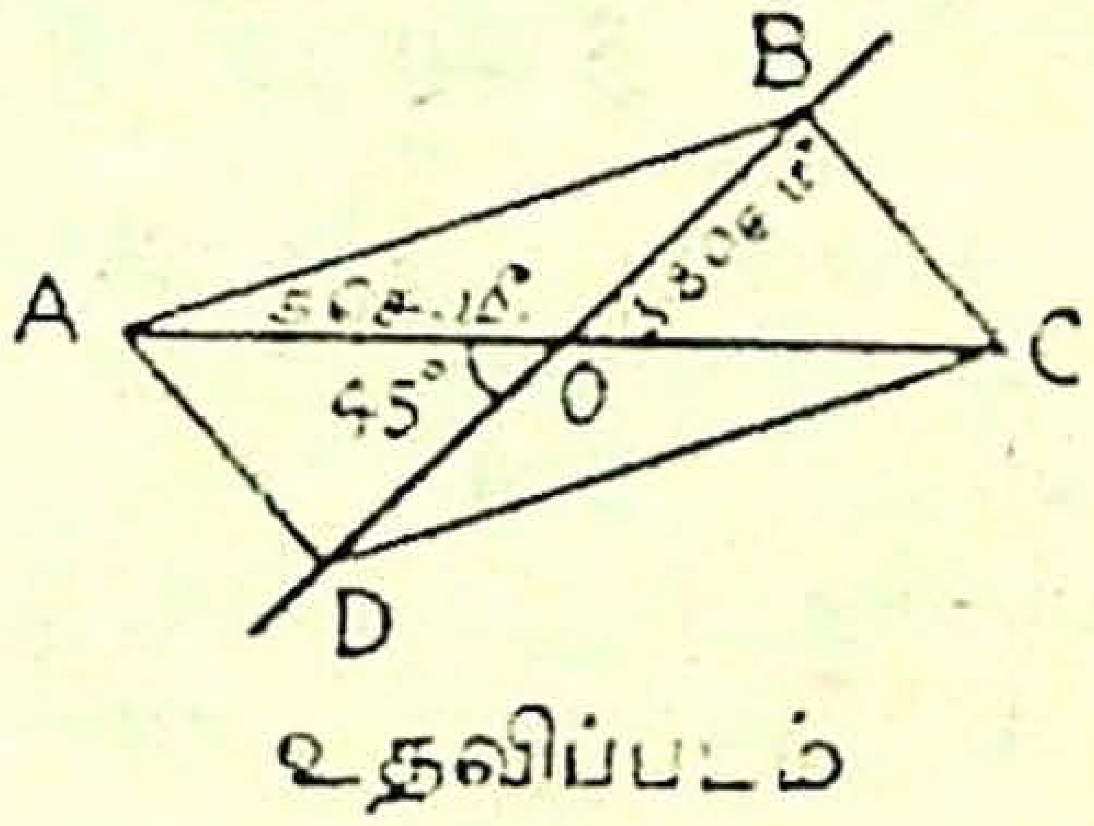
(ii) AB = 6 செ.மீ. AD = 4 செ.மீ.
BD = 9 செ.மீ.

3. (i) BC = 7·5 செ.மீ. ∠DBA = 25°
AB = 6 செ.மீ.

(ii) BC = 5·2 செ.மீ. ∠BCA = 32°
AC = 8 செ.மீ.

(iii) AB = 5·5 செ.மீ. ∠B = 105° ∠BAC = 35°





உதவிப்படம்

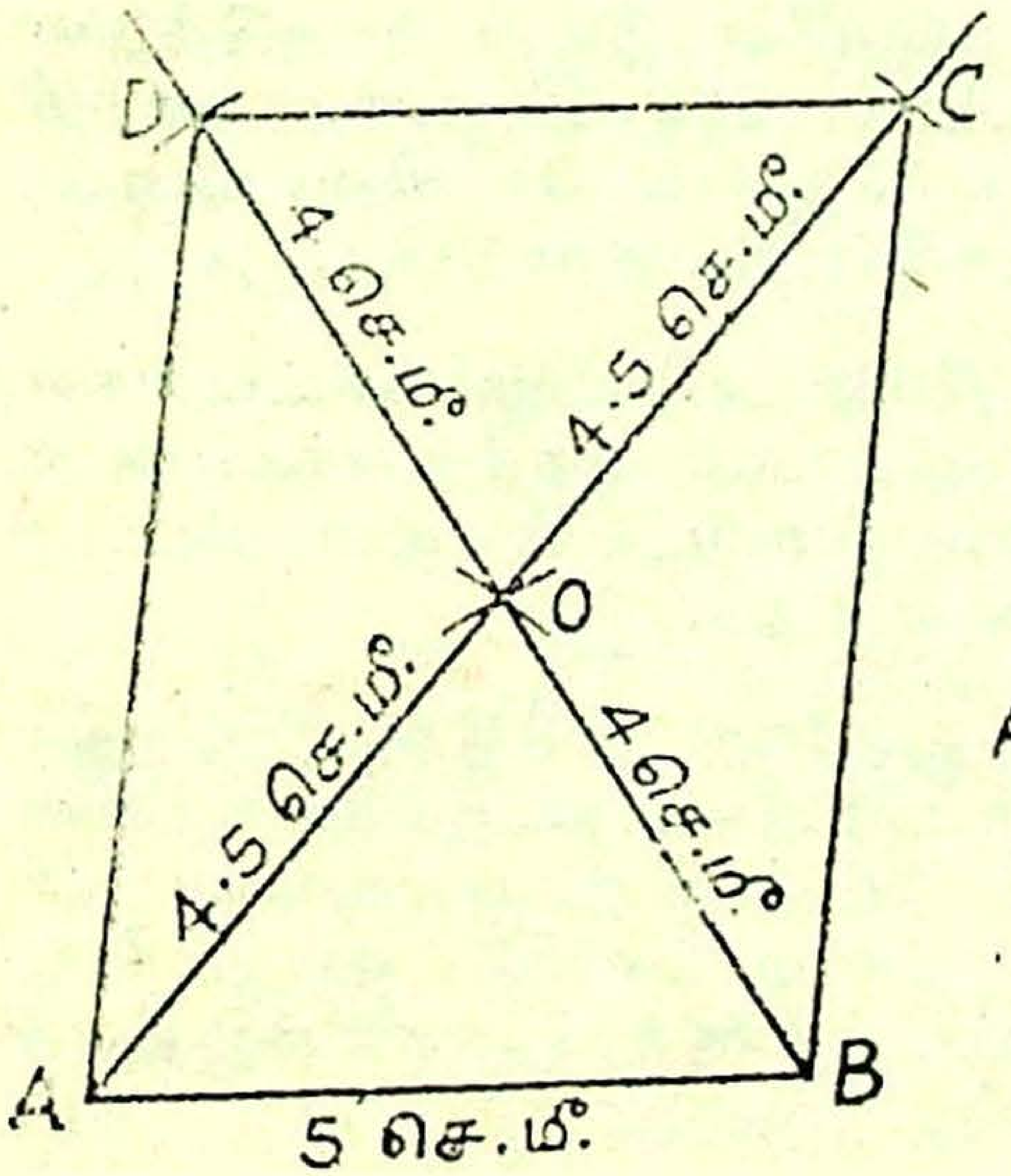
மாதிரி : ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் முறையே 10 செ.மீ., 7·6 செ.மீ. அவை வெட்டிக் கொள்ளுமிடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 45°. இணைகரத்தை வரைக.

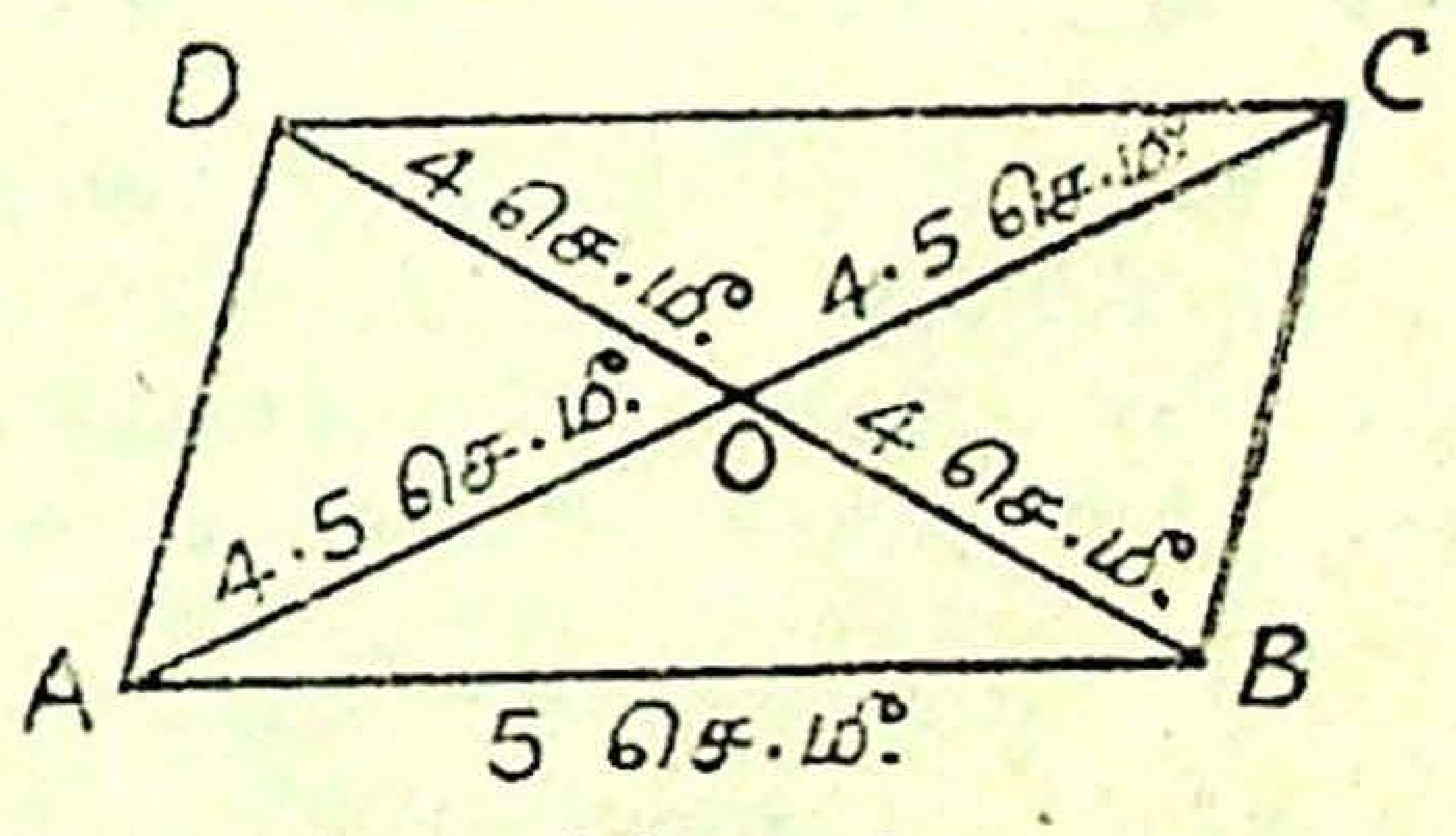
முறை : AC என்ற 10 செ.மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து அதன் மையப்புள்ளி Oஐக் குறி. ∠AOD=45° இருக்கும்படி ஒரு நேர்கோடு வரைந்து அதில் OD=OB= 3·8 செ.மீ. இருக்கும்படி DBஐக் குறி. AB, BC, CD, DA இவற்றைச் சேர். ABCD தேவையான இணைகரம்.

4. (i) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் முறையே 9 செ.மீ., 6·4 செ.மீ. அவை வெட்டிக் கொள்ளுமிடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 70°. இணைகரத்தை வரைந்து அதன் பக்கங்களின் நீளங்களையும் பரப்பளவையும் கண்டுபிடி.

(ii) இணைகரம் PQRSஇல் SQ=4·5 செ. மீ., PR= 9 செ. மீ. அவை வெட்டிக்கொள்ளுமிடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 140°. இணைகரத்தை வரைந்து அதன் பக்கங்களின் நீளங்களையும், பரப்பளவையும் கண்டுபிடி.

மாதிரி : ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் முறையே 9 செ.மீ., 8 செ.மீ. அதன் பக்கங்களில் ஒன்று 5 செ. மீ. இணைகரத்தை வரைக.





உதவிப்படம்

முறை : AB என்ற 5 செ.மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரை. A,B இவற்றை மையங்களாகக்கொண்டு முறையே 4·5 செ.மீ., 4 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட விற்கள் ஒன்றை யொன்று Oஇல் வெட்டுமாறு வரை. AOஐச் சேர்த்து அதை நீட்டி அதில் OC=4·5 செ.மீ. இருக்குமாறு Cஐயும், BOஐச் சேர்த்து நீட்டி அதில் OD=4 செ.மீ. இருக்குமாறு Dஐயும் குறி. BC, CD, DAகளைச் சேர். ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.

5. (i) இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் முறையே 10 செ. மீ., 8 செ.மீ. இணைகரத்தின் பக்கங்களில் ஒன்று 4·5 செ.மீ. இணைகரத்தை வரைந்து அதன் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் கண்டுபிடி.

(ii) இணைகரம் PQRSஇல் PQ=7·5 செ.மீ., PR=10 செ.மீ., SQ=8 செ.மீ. இணைகரத்தை வரைந்து SPஇன் நீளத்தையும், இணைகரத்தின் பரப்பையும் கண்டுபிடி.

6. பின்கண்ட அளவுகளுள்ள ABCD என்ற இணைகரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பக்கங்களின் நீளங்களைக் கண்டுபிடி :

(i) AC=8 செ.மீ., $\angle BAC=35^\circ$, $\angle BCA=40^\circ$.
(ii) BD=6 செ.மீ., $\angle BDC=40^\circ$, $\angle DBC=85^\circ$.

7. ஓர் இணைகர வடிவ வயலின் இரண்டு அடுத்துள பக்கங்கள் முறையே 320 மீட்டர், 260 மீட்டர். அவற்றி னிடையேயுள்ள கோணம் 75°. வயலின் கிடைப்படம் வரைந்து அதன் பரப்பை ஹெக்டேரில் கண்டுபிடி.

8. ஓர் இணைகர வடிவ மேடையின் மூலைவிட்டங்கள் முறையே 100 மீட்டர், 110 மீட்டர். அதன் பக்கங்களில் ஒன்றின் நீளம் 60 மீட்டர். மேடையின் கிடைப்படம் வரைந்து அதன் பரப்பை ஏரில் எழுதுக.

9. ஓர் இணைகர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் எதிரெதிர் முனைகள் கயிறுகளால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அக் கயிறுகளின் நீளங்கள் முறையே 40 மீட்டர், 20 மீட்டர். அவை வெட்டிக் கொள்ளுமிடத்தில் ஏற்படும் கோணங்களில் ஒன்று 45°. கிடைப்படம் வரைந்து தோட்டத்தின் பக்கங்களின் நீளங்களையும், பரப்பையும் கண்டுபிடி.

மனக்கணக்குகள் :

1. ஓர் இணைகரத்தின் இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள் முறையே 10 செ.மீ., 8 செ.மீ. அதன் சுற்றளவு யாது?

2. ஓர் இணைகரத்தின் சுற்றளவு 16 செ.மீ. அதன் ஒரு பக்கம் 5 செ.மீ. ஆனால், அதனை அடுத்துள பக்கத்தின் நீளம் என்ன?

3. ஓர் இணைகரத்தில் அடுத்துள இரு கோணங்களின் கூடுதல் எவ்வளவு?

4. இணைகரத்தின் ஒரு கோணம் 50° ஆனால் மற்றக் கோணம் ஒவ்வொன்றும் எவ்வளவு?

5. இணைகரத்தின் இரண்டு எதிர்க்கோணங்களின் கூடுதல் 120° ஆனால், மற்ற இரண்டு கோணங்களில் ஒவ்வொன்றும் எவ்வளவு?

6. இணைகரத்தின் ஒரு கோணத்தை 90° ஆகச் செய்தால் அஃது என்ன உருவமாக மாறும்?

7. ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்களைச் சேர்க்க உண்டாகும் முக்கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமமா? காரணம் கூறு.

8. ஓர் இணைகரத்தில் செங்கோணங்கள் இருக்க முடியுமா? விரிகோணங்கள் இருக்க முடியுமா? குறுங் கோணங்கள் இருக்க முடியுமா? ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை இருக்கும்?

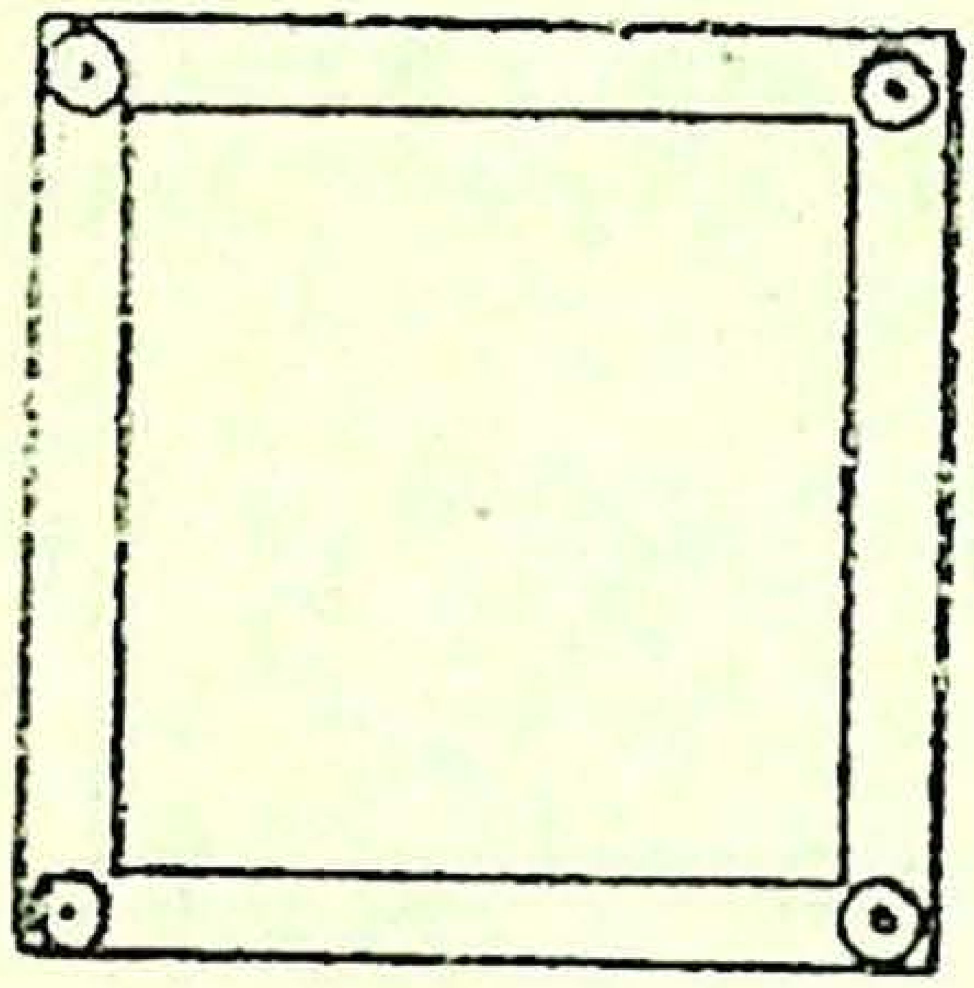
9. ஓர் இணைகரத்தில் ஒரு ஜோடி இணைப்பக்கங்களில் ஒன்றின் நீளம் 5 செ.மீ. அவற்றிற்கிடையேயுள்ள தூரம் 3 செ.மீ. என்றால், இணைகரத்தின் பரப்பு என்ன?

10. ஓர் இணைகரத்தின் பரப்பு 20 ச.செ.மீ., அதன் அடிப்பக்கம் 8 செ.மீ. ஆனால் அதன் உயரம் என்ன?

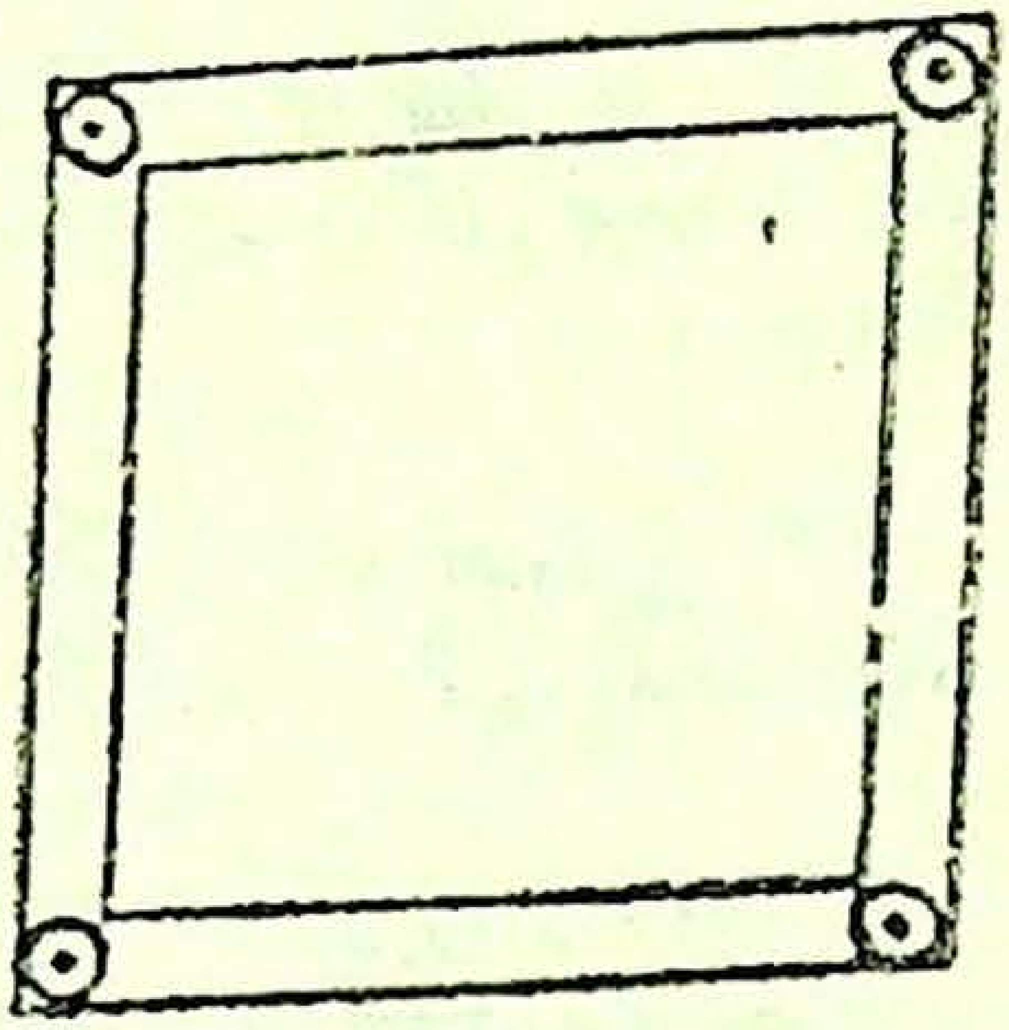
VI. சாய்சதுரம்

இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களும் சமமாக உள்ள இணைகரம் சாய்சதுரம் ஆகும். படம் 1இல் காட்டியபடி நான்கு

சட்டங்களைக்கொண்டு ஒரு சதுரம் செய்து அதன் நான்கு முனைகளிலும் ஆணிகளைப் பொருத்து. பிறகு ஆணிகளைச் சிறிது தளர்த்தி நீளச் சட்டங்களைச் சிறிது நெருக்கு. முனையி



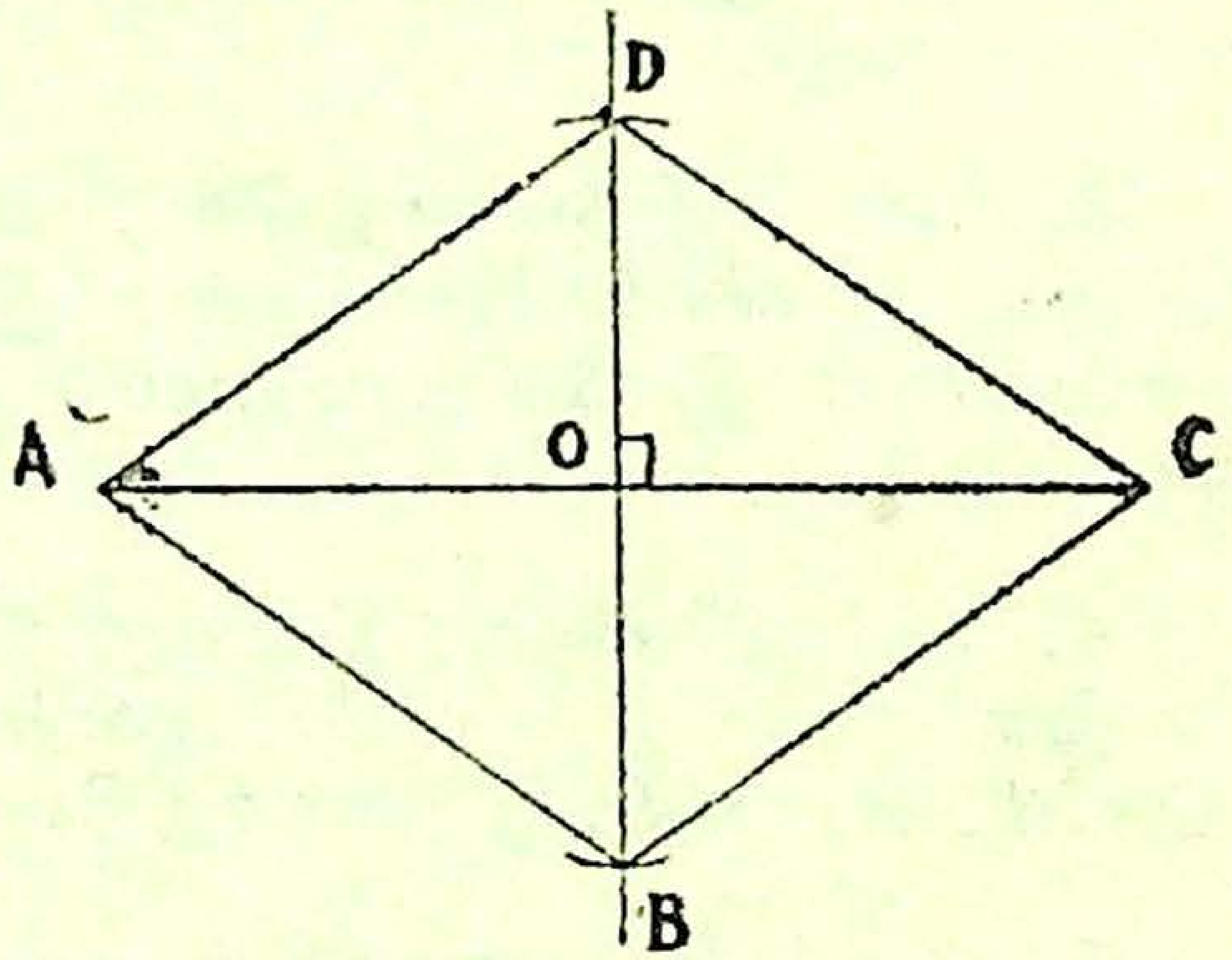
படம் 1



படம் 2

லிருக்கும் கோணம் 90° இலிருந்து மாறுதலடையும்; சட்டங்கள் செங்குத்து நிலையிலிருந்து மாறும். இங்ஙனம் கிடைக்கும் உருவம் (படம் 2) சாய்சதுரம் ஆகும். கோண அளவுகளை எப்படி மாற்றினாலும் பக்கங்களின் நீளம் மாறாது அல்லவா?

AC என்ற ஒரு நேர்கோடு வரைந்து அதன் மையப் புள்ளியாகிய O வழியே ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைந்து அதில் OB = ODஆக இருக்கும்படி B, Dகளைக் குறி. AB, BC, CD, DAகளைச் சேர். அவை ஒன்றுக்கொன்று சமமாயிருப்பதைக் கவனி.



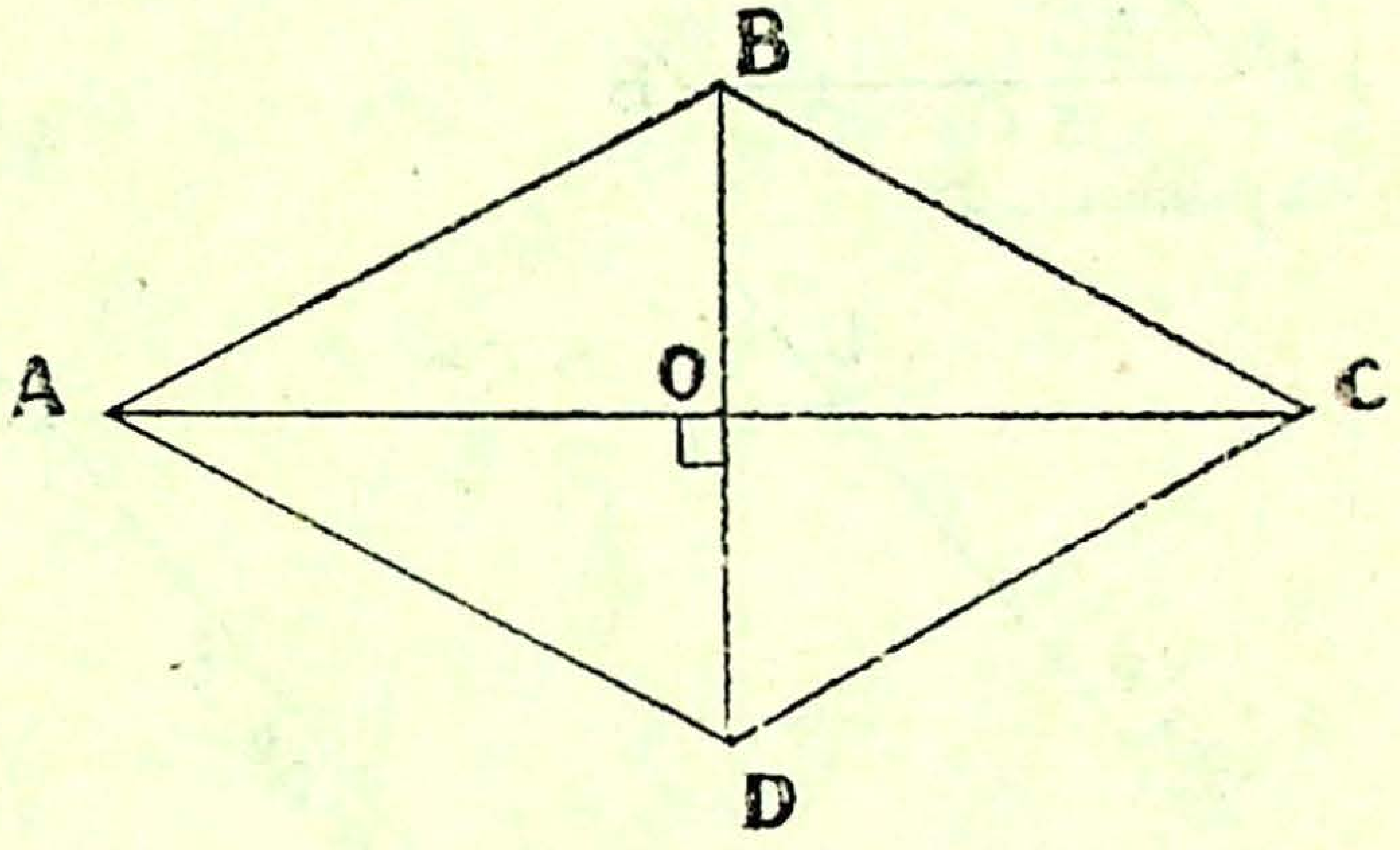
ABCD ஒரு சாய்சதுரம் ஆகும்.

சாய்சதுரத்தின் (i) பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.
(ii) எதிர்க்கோணங்கள் சமம்.
(iii) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாகச் செங்கோணத்தில் வெட்டிக்கொள்ளும்.

சதுரத்தில் மூலைவிட்டங்கள் சமம். ஆனால் சாய்சதுரத்தில் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக இரா.

சாய்சதுரத்தின் பரப்பு

சாய்சதுரத்தில் மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றன என்பதை அறிந்தோம்.



சாய்சதுரம் $ABCD = \triangle ADC + \triangle ABC$

$$= \frac{AC \times OD}{2} + \frac{AC \times OB}{2}$$

$$= \frac{AC}{2}(OD + OB)$$

$$= \frac{AC \times DB}{2}$$

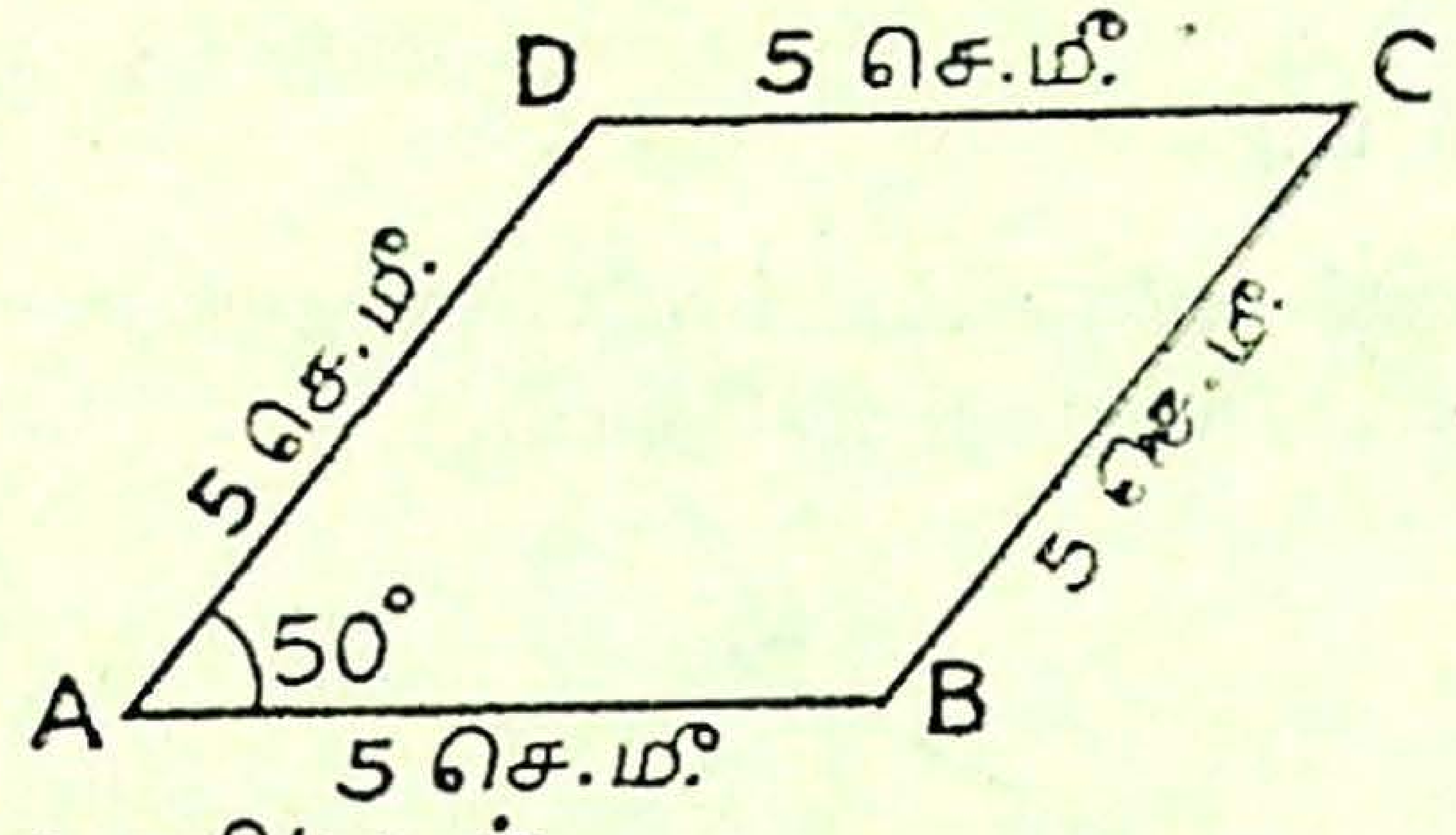
சாய்சதுரத்தின் பரப்பு அதனுடைய மூலைவிட்டங்களின் பெருக்குத் தொகையில் பாதியாக இருக்கும்.

$A = \frac{d_1 d_2}{2}$ [d_1, d_2 மூலைவிட்டங்கள்]

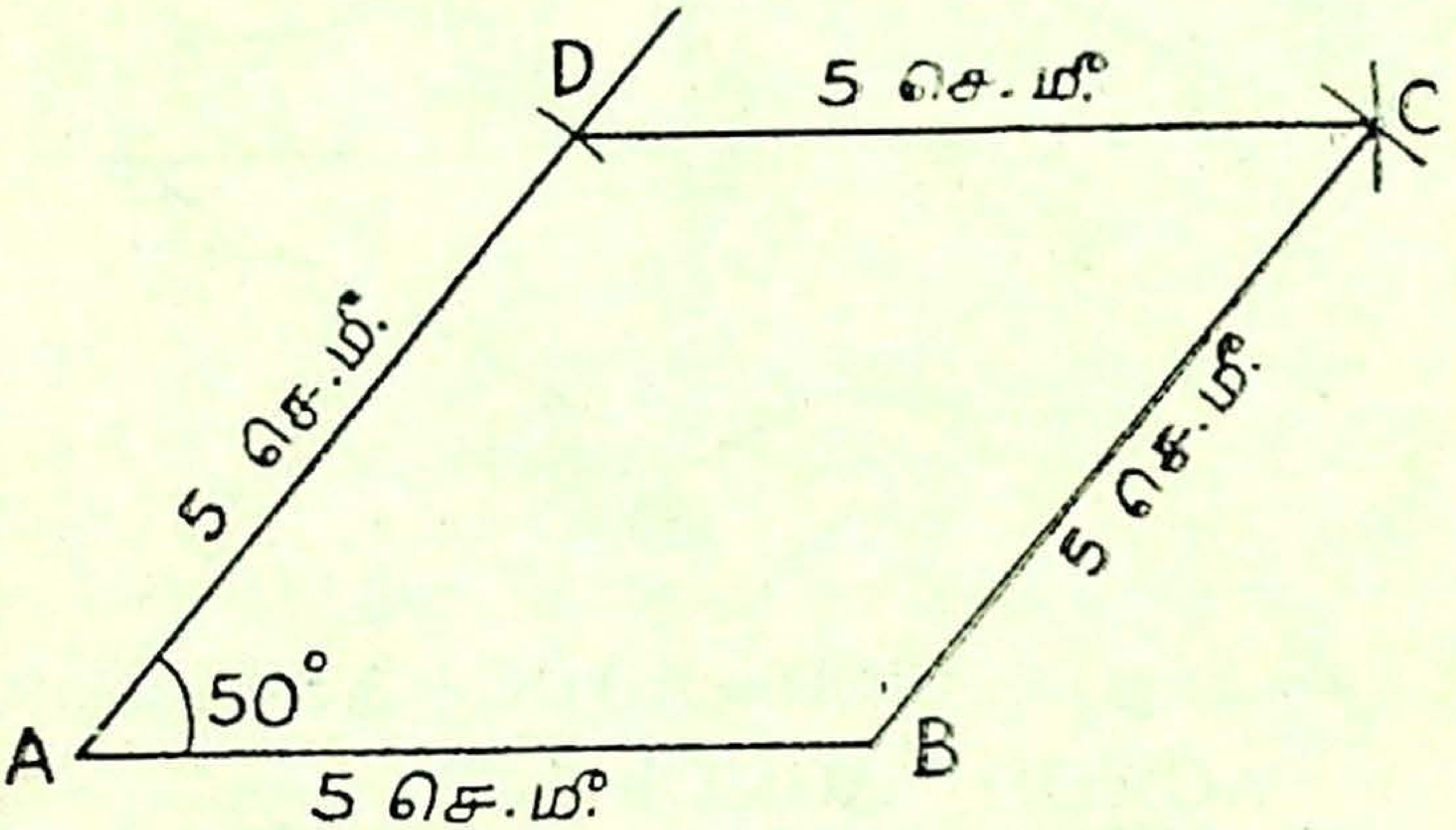
சாய்சதுரம் வரைதல்

ஒரு சாய்சதுரத்தை வரையக் குறைந்தது இரண்டு அளவுகள் கொடுக்கப்படவேண்டும்.

மாதிரி: ஒரு பக்கம் 5 செ.மீ.உம், ஒரு கோணம் 50° உள்ளதுமான சாய்சதுரம் ஒன்று வரைக.



உதவிப்படம்



வரைவு முறை: ∠BAD = 50° இருக்கும்படி வரைந்து அதில் AB = AD = 5 செ.மீ. இருக்கும்படி B, Dகளைக் குறி. B, D இவற்றை மையங்களாகக்கொண்டு முறையே 5 செ.மீ., 5 செ. மீ. ஆரமுள்ள வட்ட விற்கள் ஒன்றை யொன்று Cஇல் வெட்டும்படி வரைந்து DC, BCகளைச் சேர்.

பயிற்சி 10 :

1. கொடுத்துள்ள அளவுகளைக்கொண்ட சாய்சதுரங்கள் வரைந்து, அவற்றின் பரப்புகளைக் கண்டுபிடி :

(i) ஒரு பக்கம் 5 செ.மீ., ஒரு கோணம் 45°

(ii) சாய்சதுரம் ABCDஇல் AB = 4·5 செ.மீ., ∠ABC = 110°

(iii) ஒரு பக்கம் 5·5 செ.மீ., ஒரு மூலைவிட்டம் 7·5 செ.மீ.

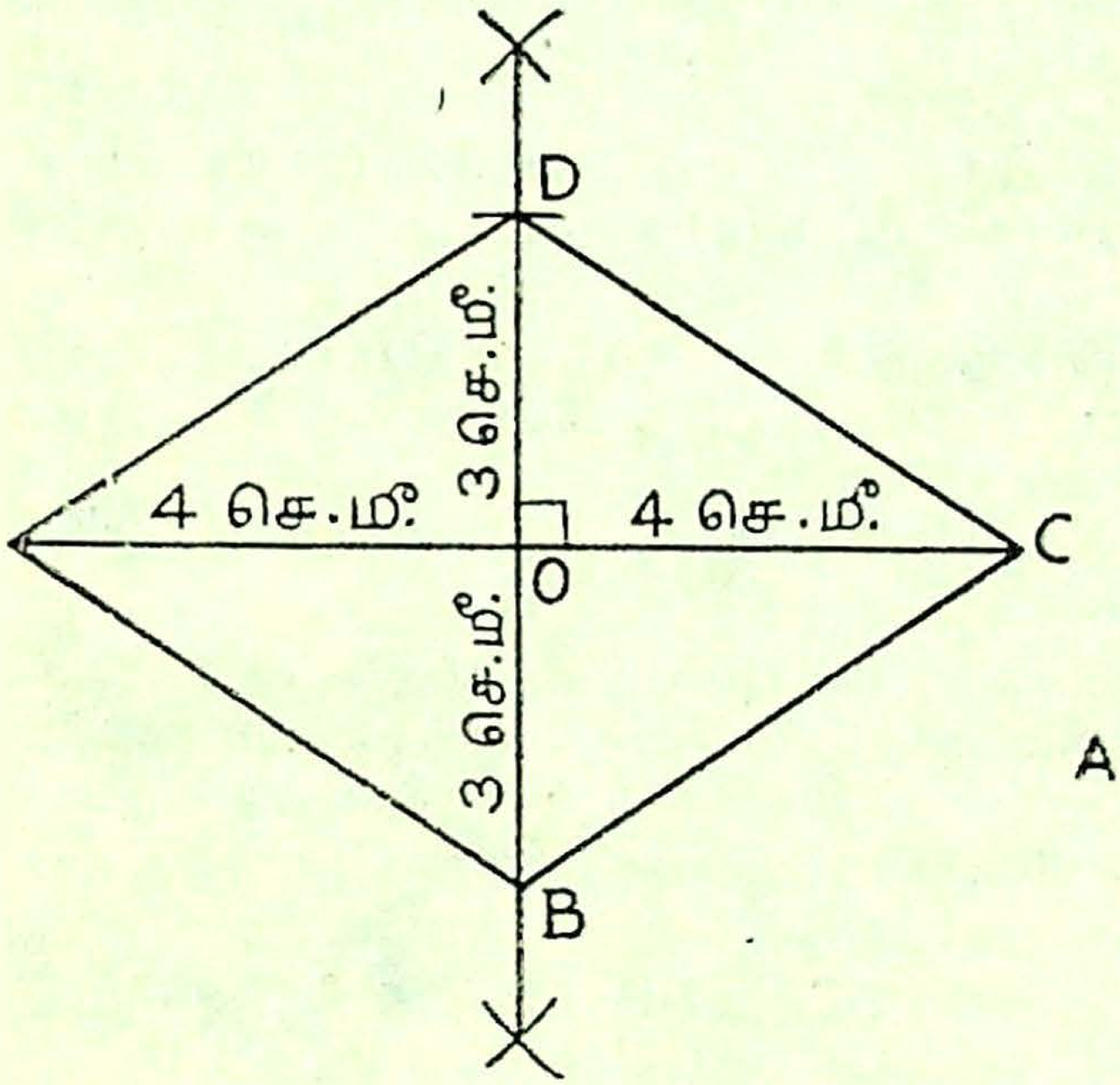
(iv) சாய்சதுரம் PQRSஇல் RS=5 செ.மீ., QS= 6·5 செ.மீ.

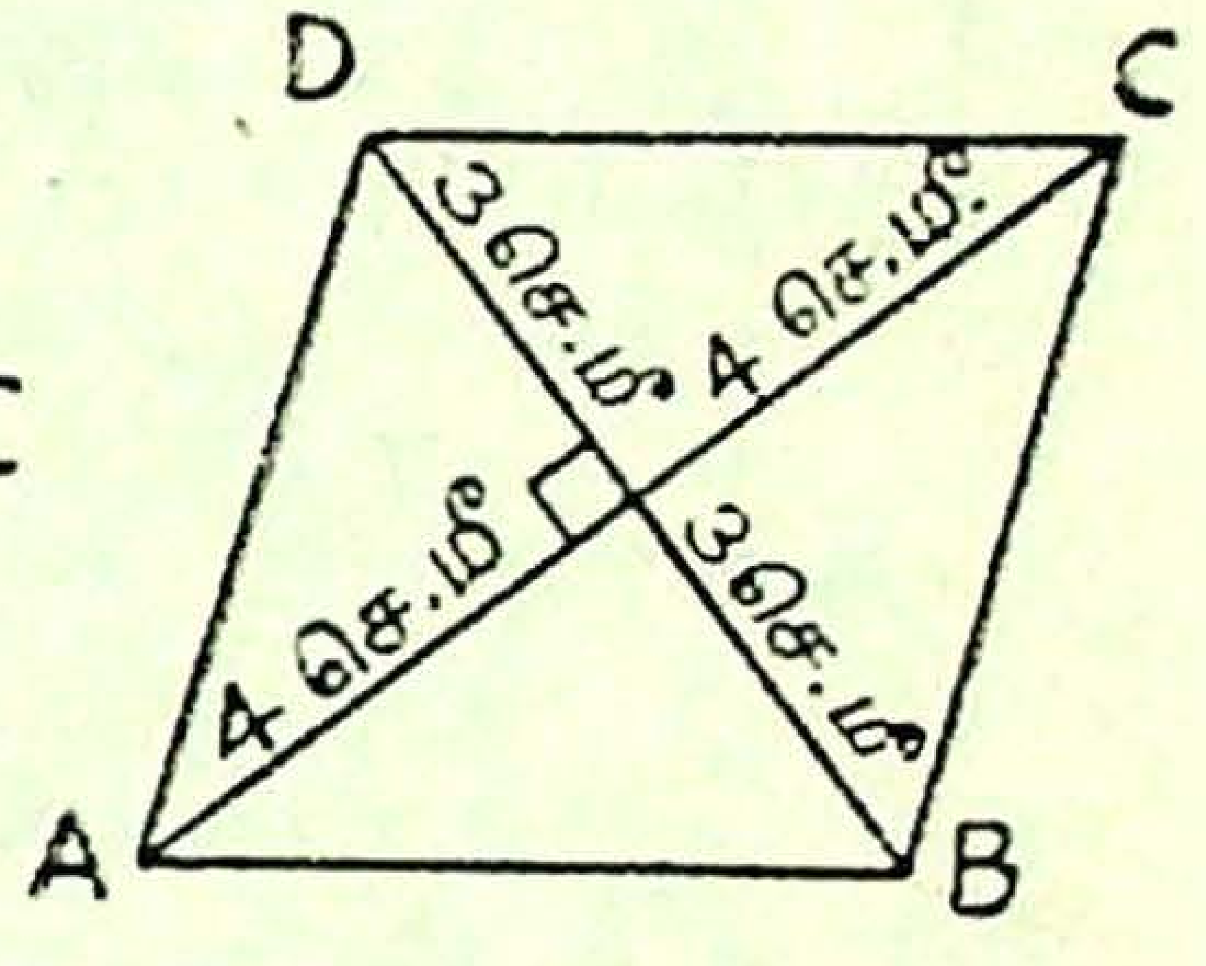
(v) ஒரு பக்கம் 4·8 செ.மீ. அப் பக்கத்தோடு மூலைவிட்டம் உண்டாக்கும் கோணம் 35°.

(vi) சாய்சதுரம் ABCDஇல் AB = 7 செ.மீ., ∠ABD=40°.

மாதிரி: மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் முறையே 8 செ.மீ., 6 செ.மீ. உள்ள சாய்சதுரத்தை வரைக.

வரைவு முறை: AC என்ற 8 செ.மீ. நீளமுள்ள நேர்கோடு வரைந்து அதன் மையப்புள்ளியாகிய O வழியே ஒரு





செங்குத்துக்கோடு வரைக. அதில் OD = OB = 3 செ.மீ. இருக்கும்படி D, Bகளைக் குறி. AB, BC, CD, DAகளைச் சேர். ABCD கொடுத்த அளவுகளுள்ள சாய்சதுரம்.

2. கொடுத்துள்ள அளவுகளைக்கொண்டு சாய்சதுரங்கள் வரைந்து அவற்றின் பக்கங்களின் நீளங்களையும், பரப்புகளையும் கண்டுபிடி:

(i) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் முறையே 6 செ.மீ., 4 செ.மீ.

(ii) மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் முறையே 6 செ.மீ., 5 செ.மீ.

(iii) சாய்சதுரம் ABCDஇல் AC = 8 செ.மீ., BD = 7 செ.மீ.

3. ஒரு சாய்சதுர வயலின் மூலைவிட்டங்கள் முறையே 660 மீட்டர், 520 மீட்டர். வயலின் கிடைப்படம் ஒன்று வரைந்து அதன் பக்கத்தின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி. வயலின் பரப்பை ஹெக்டேரில் கண்டுபிடி.

4. ஒரு சாய்சதுர மேடையின் ஒரு மூலைவிட்டம் 50 மீட்டர். அதன் ஒரு பக்கம் 40 மீட்டர். மேடையின் கிடைப்படம் ஒன்று வரைக. மேடையின் மற்ருெரு மூலைவிட்டத்தின் நீளத்தையும், பரப்பையும் கண்டுபிடி.

மனக்கணக்குகள் :

1. ஒரு சாய்சதுரத்தின் ஒரு பக்கம் (*a*) 4 செ.மீ. (*b*) 8 செ.மீ. (*c*) 5 செ.மீ. (*d*) *x* மீட்டர் ஆனுல் அதன் சுற்றளவு என்ன ?

2. ஒரு சாய்சதுரத்தின் சுற்றளவு (*a*) 44 செ.மீ. (*b*) 16 மீட்டர் (*c*) 24 மீட்டர் (*d*) *x* மீட்டர் ஆனுல் அதன் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் என்ன ?

3. ஒரு சாய்சதுரத்தின் கோணங்கள் நான்கின் கூடுதல் எவ்வளவு ?

4. ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களைச் சேர்க்கும் போது உண்டாகும் முக்கோணங்கள் எத்தகைய முக்கோணங்கள் ஆகும் ?

5. சாய்சதுரங்களின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பரப்புகளைக் கண்டுபிடி :

(i) 6 செ.மீ., 8 செ.மீ. (ii) 12 செ.மீ., 9 செ.மீ.
(iii) 7 செ.மீ., 10 செ.மீ. (iv) 8 மீட்டர், 11 மீட்டர்
(v) *x* மீட்டர், *y* மீட்டர் (vi) *a* மீட்டர், *b* மீட்டர்

6. ஒரு சாய்சதுரத்தின் பரப்பு 100 சதுர மீட்டர். ஒரு மூலைவிட்டம் 20 செ.மீ. ஆனுல் மற்ருெரு மூலைவிட்டத்தின் நீளம் என்ன ?

7. கீழே சாய்சதுரங்களின் மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் ஒரு பக்கத்தின் நீளங்களைக் கூறு :

(i) 6 செ.மீ., 8 செ.மீ. (ii) 5 செ.மீ., 12 செ.மீ.
(iii) 3 செ.மீ., 4*x* செ.மீ. (iv) 10 செ.மீ., 24 செ.மீ.
(v) 18 மீட்டர், 24 மீட்டர் (vi) 2*x* மீட்டர், 2*y* மீட்டர்

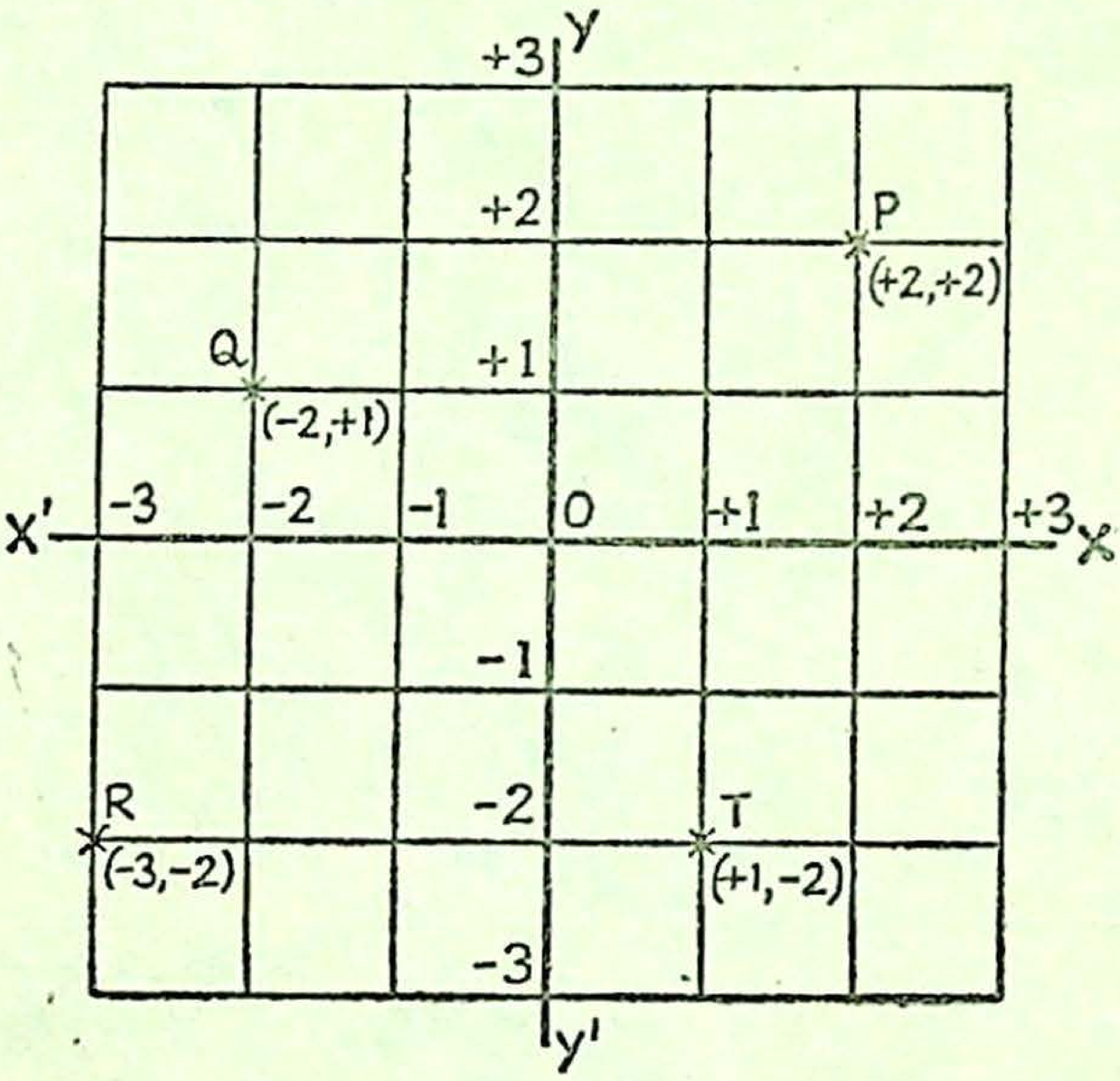
நினைவு கொள்க.

உருவம்	பக்கங்களின் தன்மை	கோணங்களின் தன்மை	மூலைவிட்டங்களின் தன்மை	பரப்பு
சதுரம்	சமம்.	சமம். ஒவ்வொன்றும் 90°.	சமம். ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக 90°இல் வெட்டிக் கொள்ளும்.	(i) பக்கம் × பக்கம் (ii) மூலைவிட்டங்களின் பெருக்குத் தொகையில் பாதி.
செவ்வகம்	எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் சமம்.	சமம். ஒவ்வொன்றும் 90°	சமம். ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக்கும். ஆனால் 90° இல் வெட்டிக் கொள்ளாது.	நீளம் × அகலம்.
இணைகரம்	எதிர்ப்பக்கங்கள் மட்டும் சமம்.	எதிர்க் கோணங்கள் மட்டும் சமம்.	சமமல்ல. ஒன்றையொன்று இரு சமபாகங்களாக்கும். ஆனால் 90°இல் வெட்டிக் கொள்வது கிடையாது.	அடிப்பக்கம் × செங்குத்து உயரம்.
சாய் சதுரம்	சமம்.	எதிர்க் கோணங்கள் மட்டும் சமம்.	சமமல்ல. ஒன்றையொன்று 90°இல் இரு சமபாகங்களாக வெட்டிக் கொள்ளும்.	மூலைவிட்டங்களின் பெருக்குத் தொகையில் பாதி.

13. வரைப்படங்கள்
(GRAPHS)

புள்ளிகளைக் குறித்தல்

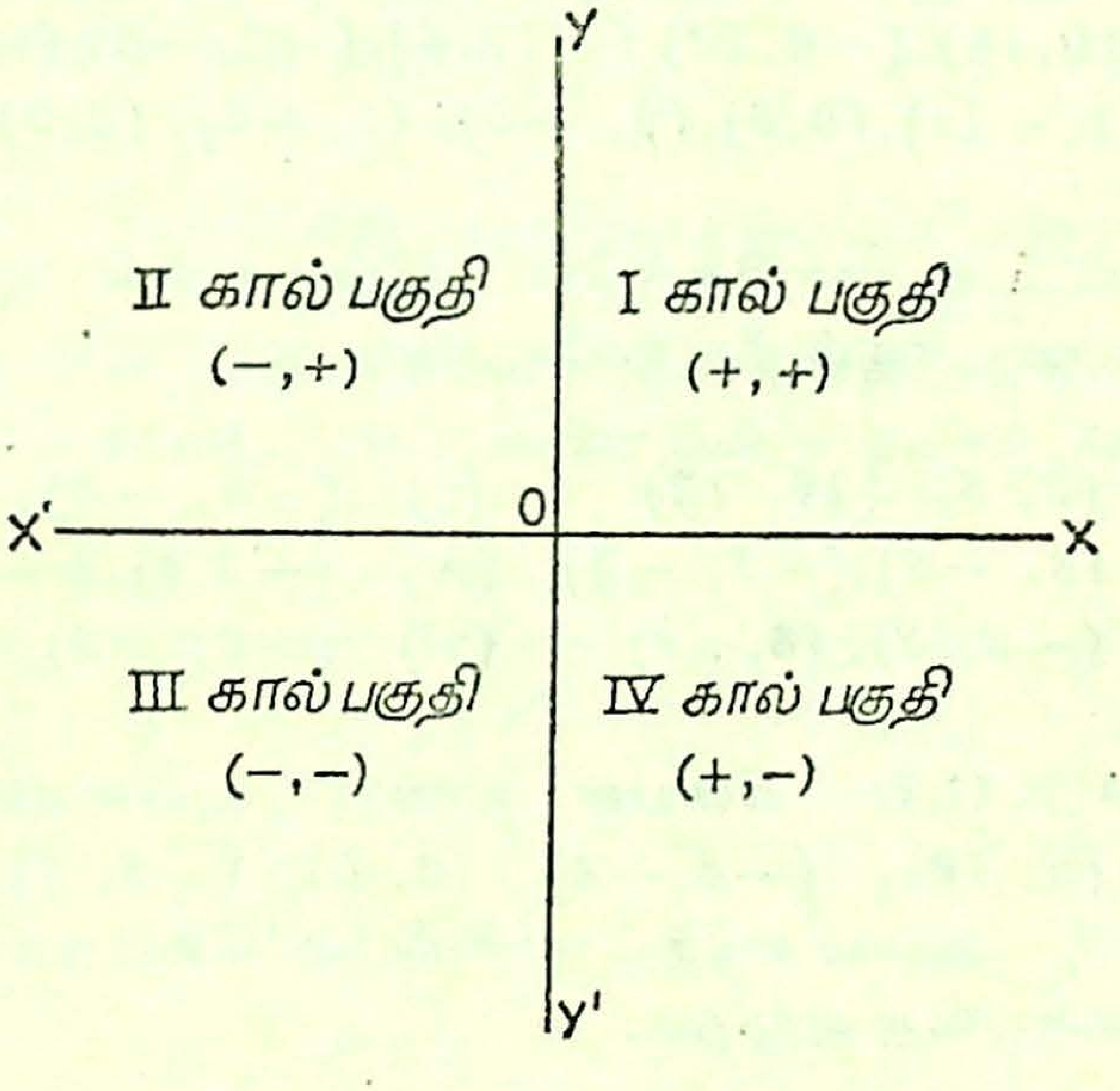
O என்பது ஊரின் மையத்தில் உள்ள ஒரு பள்ளி-xox' yoy' என்ற இரு வீதிகளும் அவ்விடத்தில் ஒன்றையொன்று செங்குத்தில் வெட்டிக் கொள்ளுகின்றன. வீதிகளின் இரு புறமும் ஒன்றுக்கொன்று சம இடைவெளி உள்ள மூன்று மூன்று வீதிகள் உள்ளன. Oக்குக் கிழக்கே உள்ள வீதிகள் $+1, +2, +3$ ஆனால், மேற்கே உள்ளவை $-1, -2, -3$ ஆகும். அதேபோன்று Oக்கு வடக்கே உள்ளவை $+1, +2, +3$



ஆனால் தெற்கே உள்ளவை $-1, -2, -3$ ஆகும். படத்தில் P என்ற இடத்தைக் கவனி. அது Oக்குக் கிழக்கே உள்ள இரண்டாம் வீதியும், வடக்கே உள்ள இரண்டாம் வீதியும் வெட்டுமிடமாகும். அதாவது $+2$வும் $+2$வும் வெட்டுமிடம். ஆகவே P என்ற புள்ளியை $(+2+2)$ எனக் குறிக்கிறோம். இதே போன்று Q என்பது $(-2, +1)$ ஆல் குறிக்கப்படும். இதை $(+1, -2)$ என்று ஏன் குறிக்கக் கூடாது? என்ற வினா எழலாம். Oக்குக் கிழக்கிலும் மேற்கிலும் இருப்பதை

முதலிலும், தெற்கு, வடக்கில் இருப்பவற்றை இரண்டாவ தாகவும் குறிப்பது வழக்கம். Rஐ $(-3, -2)$ எனவும், Tஐ $(+1, -2)$ எனவும் குறிப்பிடலாம். ஏன் ? என்ற வினவிற்கு விடை காணுக.

மேலுள்ள எடுத்துக்காட்டைப் போன்றதே வரைப் படமும். படத்தில் xox' என்பது x அச்சு. yoy' என்பது y அச்சு. அவை வெட்டுமிடமான 'o' என்பது ஆதியிடம் (origin). இரு அச்சுக்களும் வெட்டிக்கொள்ளும்போது நான்கு கால்பகுதிகள் உண்டாகின்றன. ஒரு புள்ளியைக்



குறிக்க அதன் x அச்சு மதிப்பு, அச்சு மதிப்பு ஆகிய இரண்டும் கொடுக்கப்படவேண்டும். $(2, -4)$ என்பது புள்ளி யாயின் முன் உள்ள 2 என்பது அப் புள்ளியின் x அச்சு மதிப்பையும், -4 என்பது y அச்சு மதிப்பையும் குறிக்கும்.

வரலாற்றுக் குறிப்பு: அச்சுத் தூரங்களைக் (co-ordinates) கொண்டு புள்ளிகளைக் குறிக்கும் முறையைக் கண்டவர்

பிரெஞ்சுக் கணிதப் பேராசிரியர் டெஸ்கார்டிஸ் (Rene Descartes) ஆவர். இவர் 17ஆம் நூற்றுண்டில் வாழ்ந்தவர்.

நினைவுக்கு : (o,o) என்பது ஆதியிடம். x அச்சில் y மதிப்பு பூச்சியம். y அச்சில் x மதிப்பு பூச்சியம். புள்ளியைக் குறிக்க எழுதும் எண்களில் முதல் எண் x அச்சு மதிப்பையும், இரண்டாம் எண் y அச்சு மதிப்பையும் குறிக்கும்.

பயிற்சி 1 :

1. பின் உள்ளவற்றை ஒரு கட்டக் காகிதத்தில் குறி : $(5,7)$, $(10,18)$, $(-6,13)$, $(-12,4)$, $(-2,-6)$, $(-7,-14)$, $(3,-9)$, $(1,-11)$, $(0,0)$, $(0,-5)$, $(0,+6)$, $(8,0)$, $(-9,0)$.

2. கட்டக் காகிதத்தில் பின் உள்ள புள்ளிகளைச் சேர்க்க, உண்டாகும் நீளங்களை அள:

(i) $(2, 3), (10, 12)$ (ii) $(-8, -9), (+8, +2)$
(iii) $(8, -3), (-7, -5)$ (iv) $(-2, 4), (-10, 9)$
(v) $(-2, 8), (0, -3)$ (vi) $(-8, -2), (0, 0)$

3. A,B,C,D என்பன நான்கு புள்ளிகள். அவை முறையே $(5, 10)$, $(-4, -8)$, $(3, 5)$, $(-6, 4)$. AB, CD களைச் சேர். அவை எந்தப் புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளுகின்றன என்பதை எழுதுக.

4. $(6, 10)$, $(-6, -10)$, $(-6, 10)$, $(6, -10)$ என்ற புள்ளிகளைக் குறி. அவற்றை வரிசையாகச் சேர்க்க என்ன உருவம் கிடைக்கும் ?

5. $(8, 6)$, $(-6, 9)$, $(-5, -7)$, $(4, 10)$ என்ற புள்ளிகளைக் குறித்து வரிசையாகச் சேர்க்கக் கிடைக்கும் நாற்கரத்தின் சுற்றளவென்ன ?

6. பின் உள்ள கணக்குகள் ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள நான்கு புள்ளிகளையும் குறித்து அவை ஒரு நேர்கோட்டில் அமைகின்றனவா எனப் பார்.

(i) (2,4), (6,12), (−4, −8), (−5,10)
(ii) (3,7), (5,11), (0,1), (−5,9)
(iii) (5,0), (2, −3), (−2, −7), (0, −5)

y=mx வகை

y=mx என்பதில் yஇன் மதிப்பு xஇன் மதிப்பைப் போல் ஒரு குறித்த மடங்காகும். xஉம், yஉம் ஒரு குறித்த கட்டுப்பாட்டிற்கு இணங்கியிருப்பதால் இஃது ஒரு நேர் கோட்டு வரைப்படம் ஆகும்.

மாதிரி : y=2x என்பதன் வரைப்படம் வரைக.

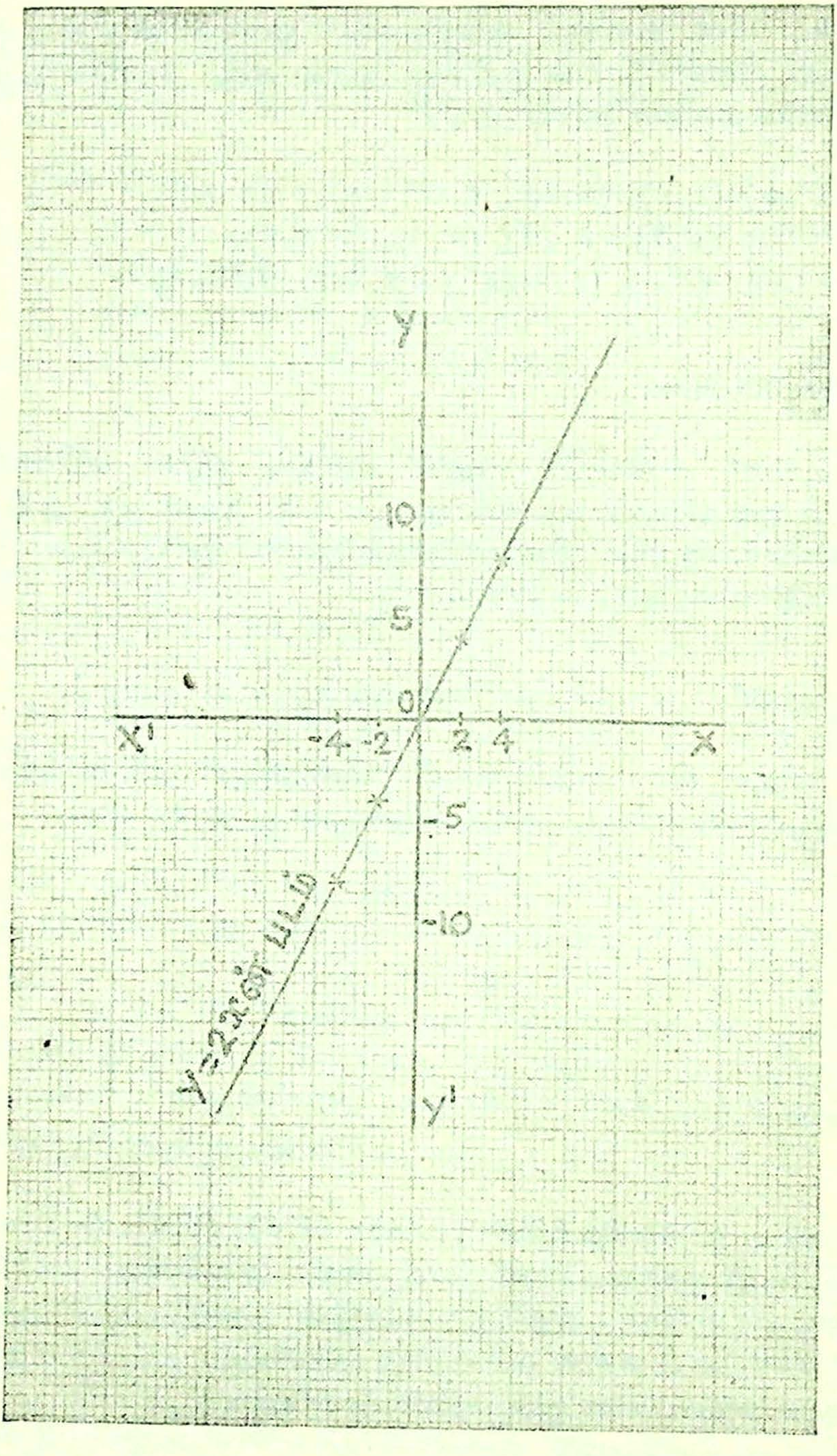
xக்குச் சில மதிப்புக்கள் கொடுத்து அதற்கேற்ற y மதிப்புக்கள்கொண்ட அட்டவணை ஒன்று தயார் செய்.

y = 2x

x	2	4	0	−2	−4
y	4	8	0	−4	−8

கட்டக் காகிதத்தில் (2, 4), (4,8), (0,0), (−2, −4), (−4, −8) என்ற புள்ளிகளைக் குறி. அவற்றை ஒரு நேர் கோட்டால் சேர். அதுவே y=2xஇன் வரைப்படம் ஆகும். இக் கோட்டில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் x அச்சு மதிப்பு, y அச்சு மதிப்பு என இரு மதிப்புக்கள் உண்டு.

இதற்குரிய வரைப்படத்தை அடுத்த பக்கத்தில் பார்.



அளவுத் திட்டம் : X அச்சு 1 செ. மீ.=5 அலகுகள் ;
Y அச்சு 1 செ.மீ.=5 அலகுகள்.

மாதிரி: $y=3x$; $y=-2x$; $y=\frac{1}{2}x$; $y=-\frac{1}{4}x$ என்ற வரைப்படங்களை ஒரே கட்டக் காகிதத்தில் வரைக.

ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலும் xக்குச் சில மதிப்புக்கள் கொடுத்து அதற்குத் தகுந்த y மதிப்புக்களைக்கொண்ட அட்டவணைகள் தயார் செய்.

$y=3x$

x	2	3	0	−2	−3
y	6	9	0	−6	−9

$y=-2x$

x	2	4	0	−2	−4
y	−4	−8	0	4	8

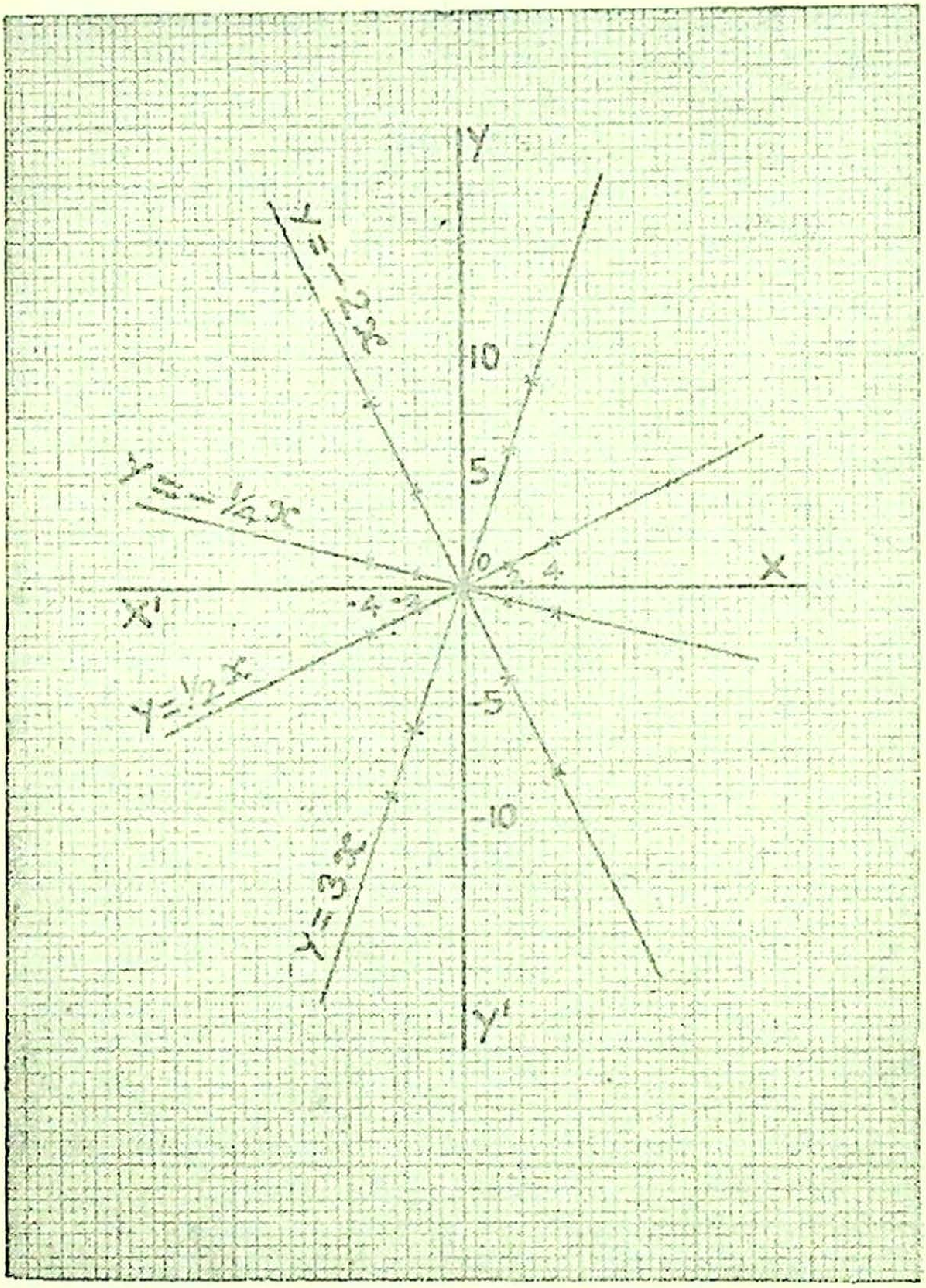
$y=\frac{1}{2}x$

x	2	4	0	−2	−4
y	1	2	0	−1	−2

$y=-\frac{1}{4}x$

x	2	4	0	−2	−4
y	$-\frac{1}{2}$	−1	0	$\frac{1}{2}$	1

அளவுத் திட்டம்: x அச்சு: 1 செ. மீ. = 5 அலகுகள்; y அச்சு; 1 செ. மீ. = 5 அலகுகள்.



அட்டவணைகளில் உள்ள புள்ளிகளைக் குறித்து நேர் கோடுகளை வரை.

ஒவ்வொரு நேர்கோட்டின் மேலும் அதன் பெயரைக் குறி.

மேலுள்ளவற்ருல் நாம் அறிவது :

(i) $y=mx$ என்பது நேர்கோட்டு வரைப்படங்கள் ஆகும்.

(ii) அவை ஆதியிடத்தின் வழியே செல்லும்.

(iii) m என்பது (+) ஆனல் கோடு, முதல், மூன்ரும் கால் பகுதிகளிலும், m என்பது (−) ஆனல் கோடு, இரண்டு, நான்காம் கால்பகுதிகளிலும் அமையும்.

(iv) mஇன் மதிப்பு அதிகரிக்கும்போது நேர்கோடு x அச்சோடு சாய்ந்திருக்கும் கோணமும் அதிகரிக்கிறது.

பயிற்சி 2 :

1. கீழ்க்காணும் வரைப்படங்களை வரைக :

(i) $y=4x$ (ii) $y=-3x$ (iii) $y=\frac{1}{4}x$

(iv) $y=-\frac{1}{8}x$ (v) $2y=5x$ (vi) $-3y=4x$

2. $3x-y=0$ என்னும் வரைப்படத்தை வரைக. அதிலிருந்து $x=3$ ஆனல், yஇன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.

(வழி : $3x-y=0$ என்பதை $y=3x$ என மாற்றிக் கொள்க.)

3. $y=5x$, $y=-3x$ என்ற வரைப்படங்களை ஒரே கட்டக் காகிதத்தில் வரைந்து அவை ஒன்றுக்கொன்று எத்தனை டிகிரியில் வெட்டிக்கொள்ளுகின்றன என்று கண்டுபிடி.

4. $2x+3y=0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைப்படம் வரைக. அது x அச்சுடன் சாய்ந்திருக்கும் கோணத்தைக் கண்டுபிடி. yக்கு மதிப்பு 2 ஆக இருக்கும்போது xக்கு என்ன மதிப்பிருக்கும் என்பதை வரைப்படத்திலிருந்து காணுக.

5. $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைப்படம் வரைக. அதிலிருந்து xஇன் மதிப்பு -2 ஆக இருக்கும்போது yஇன் மதிப்பு என்ன என்பதைக் கண்டுபிடி.

6. $c = \pi d$ என்ற சம்பந்தத்தை விளக்கும் வரைப்படம் வரைக. அதிலிருந்து $d = 10\frac{1}{2}$ செ.மீ. ஆக இருக்கும்போது cஇன் மதிப்பு யாது என்பதைக் காணுக.

II. $y = mx + c$ வகை

மாதிரி: $y = 2x - 3$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைப் படம் வரைக.

முன்பு போலவே xக்குச் சில மதிப்புக்களைக் கொடுத்து அதற்கேற்ற y மதிப்புக்களைக்கொண்ட அட்டவணை தயார் செய்க.

$$y = 2x - 3$$

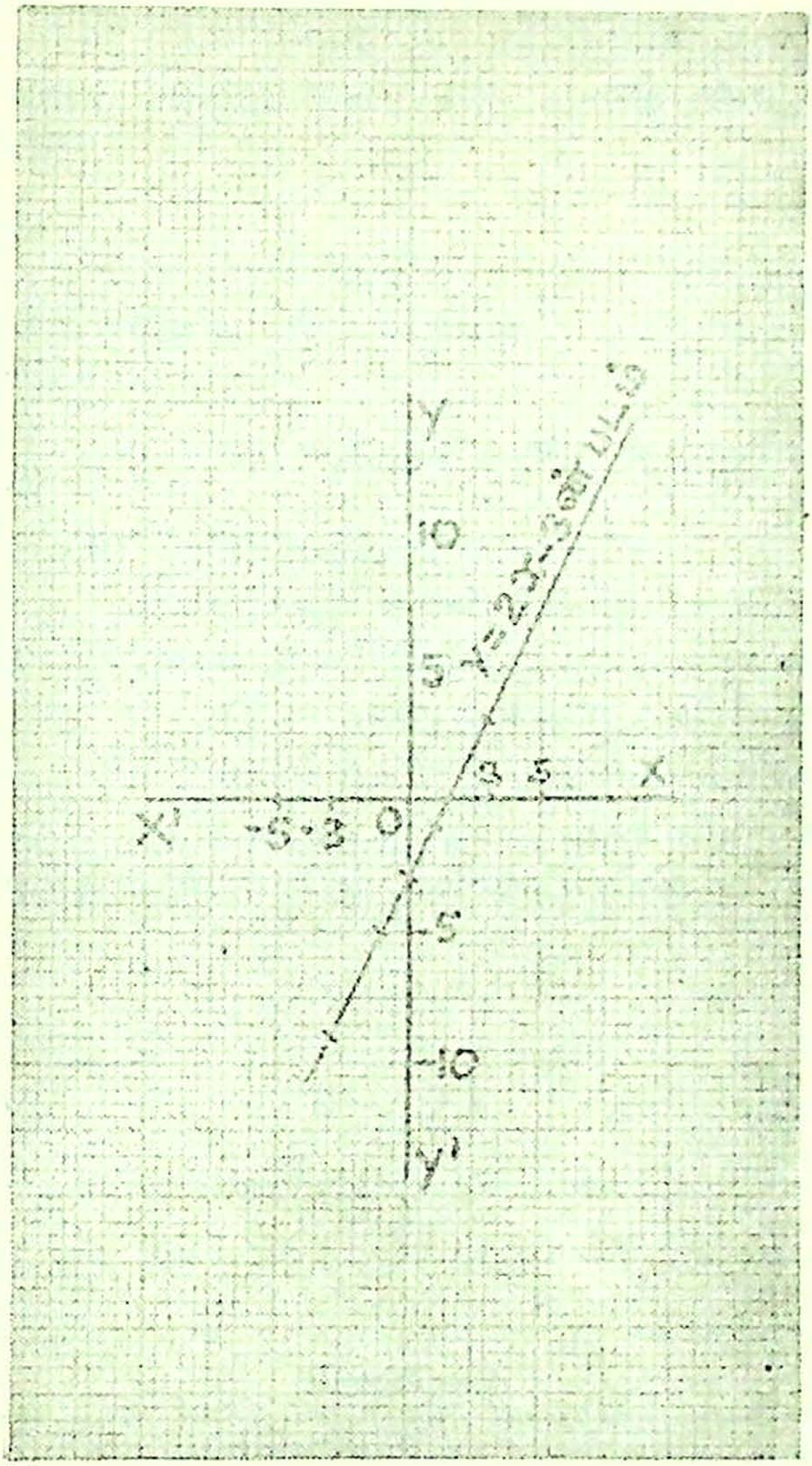
x	1	3	0	−1	−3
y	−1	3	−3	−5	−9

$(1, -1)$, $(3, 3)$, $(0, -3)$, $(-1, -5)$, $(-3, -9)$ என்ற புள்ளிகளைக் கட்டக் காகிதத்தில் குறித்துச் சேர். இதனுடைய படம் பக்கம் 229இல் உள்ளது.

படத்திலிருந்து (பக்கம் 229) அறிவது:

$y = mx + c$ என்பதும் நேர்கோட்டு வரைப்படமே. இஃது ஆதியிடத்தின் வழியே செல்வதில்லை. x அச்சையும் y அச்சையும் வெட்டிச் செல்லுகிறது.

அளவுத் திட்டம் : x அச்சு : ·2 செ.மீ. = 1 அலகு ;
y அச்சு : 1 செ.மீ. = 5 அலகுகள்.



நேர்கோடு x அச்சு, y அச்சுக்களை வெட்டுமிடங்களைக் கணக்கிடு மூலம் காணுதல் :

x அச்சை வெட்டுமிடத்தில் yஇன் மதிப்பு பூச்சியம்.

y அச்சை வெட்டுமிடத்தில் xஇன் மதிப்பு பூச்சியம் அல்லவா ?

$y = mx + c$ என்பதில் (i) $y = 0$ ஆனால், $0 = mx + c$

$$mx = -c$$

$$\therefore x = \frac{-c}{m}$$

(ii) $x = 0$ ஆனால், $y = m \times 0 + c$

$$\therefore y = c$$

ஆகவே நேர்கோடு x அச்சை வெட்டும் புள்ளி $\left(-\frac{c}{m}, 0\right)$

y அச்சை வெட்டும் புள்ளி $(0, c)$

இதன்படி, $y = 2x - 3$ என்ற நேர்கோடு

x அச்சை வெட்டும் புள்ளி $(+\frac{3}{2}, 0) = (1\frac{1}{2}, 0)$

y அச்சை வெட்டும் புள்ளி $(0, -3)$

படத்தைக்கொண்டு இதைச் சரிபார்.

மாதிரி : $y = 3x + 1$, $y = 3x - 3$, $y = 3x + 5$ என்ற சமன்பாடுகளின் வரைப்படங்களை ஒரே கட்டக் காகிதத்தில் வரை.

$y = 3x + 1$

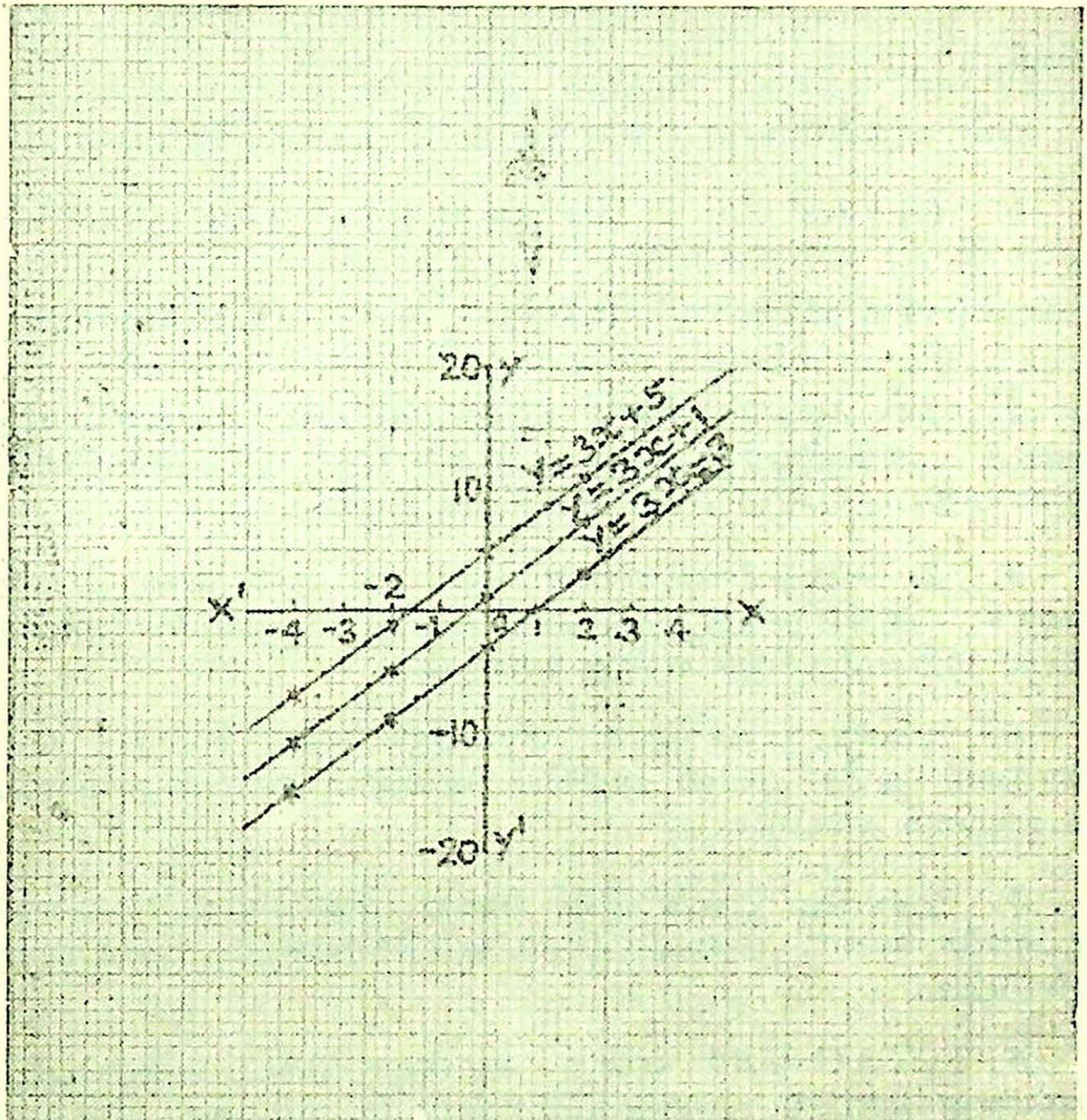
x	2	4	0	−2	−4
y	7	13	1	−5	−11

$y = 3x - 3$

x	4	2	0	−2	−4
y	9	3	−3	−9	−15

$$y = 3x + 5$$

x	2	4	0	−2	−4
y	11	17	5	−1	−7



அளவுத் திட்டம் :

x அச்சு: 0·4 செ.மீ. = 1 அலகு; y அச்சு : 1 செ.மீ. = 10 அலகுகள்.

வரைப்படத்திலிருந்து அறிவது

$y=mx+c$ என்ற நேர்கோட்டு வரைப்படங்களில் m, அளவாலும் குறியாலும் ஒன்ருக இருக்குமாயின் அந் நேர்கோடுகள் இணைகோடுகளாக இருக்கும். [c எப்படி வேண்டுமானுலும் இருக்கலாம். m அளவால் சரியாக இருந்து, குறியால் மாறுபட்டு இருந்தால்கூட அவை இணைகோடுகளாக இருக்க மாட்டா.]

பயிற்சி 3 :

பின் வரும் சமன்பாடுகளின் வரைப்படங்களை வரை :

1. (i) $y=x+5$ (ii) $y=2x+3$ (iii) $y=3x-4$

(iv) $y=4x+7$ (v) $y=\frac{x}{2}+1$ (vi) $2y=5x-2$

2. $2x-3y=5$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைப்படம் வரைக. அதிலிருந்து xக்கு மதிப்பு 7ஆக இருக்கும்போது yஇன் மதிப்பு என்ன என்பதைக் கண்டுபிடி.

3. $2y-3x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைப்படம் வரைக. அதிலிருந்து yக்கு -11 மதிப்பிருக்கும்போது xக்கு என்ன மதிப்பிருக்கும் என்று கண்டுபிடி.

4. $y=\frac{3}{2}x$, $y=x+2$, $2y=5x=+8$ என்ற நேர் கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழியே செல்லும் என்பதை வரைப் படம்மூலம் காட்டுக.

5. $y=4x$, $y=x-3$ என்ற நேர்கோட்டு வரைப் படங்களை வரை. அவை வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியைக் கண்டுபிடி.

6. $F=\frac{9}{5}C+32$ என்ற சமன்பாட்டை வரைப்படம் வரைந்து காட்டு. அதைக்கொண்டு C, 20 ஆக இருக்கும் போது Fஇன் மதிப்பு யாது என்பதையும், Fஇன் மதிப்பு 95ஆக இருக்கும்போது அதற்கேற்ற Cஇன் மதிப்பு யாது என்பதையும் கண்டுபிடி.

7. பின் உள்ள சமன்பாடுகளின் வரைப்படங்கள் x அச்சு, y அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளைக் குறிப்பிடு.

x அச்சு, y அச்சு வரைப்படக்கோடு இவற்றால் அடைபடும் முக்கோணம் எந்தக் கால்பகுதியில் இருக்க வேண்டும் என்றும் கூறுக.

(i) $y = 5x - 10$ (ii) $y = 3x+3$
(iii) $y = -2x -$ ((iv) $y = -3x+6$
(v) $y = -4x + 10$ (vi) $y = 2x+7$

y = mx, y = mx + cஐ ஒட்டிய நொடிக் கணக்கீட்டு வரைப்படங்கள்

மாதிரி: ஒரு வணிகர் தம் பொருள்களின் மேல் 25% உயர்த்தி விலை குறிக்கிறார். விற்கும்போது குறித்த விலையில் 12% தள்ளுபடி செய்து விற்கிறார். வாங்கிய விலைக்கும், விற்ற விலைக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்ட வரிவடிவம் வரைக. அதைக்கொண்டு ரூ. 120க்கு வாங்கிய பொருளின் விற்பனை விலையைக் கண்டுபிடி.

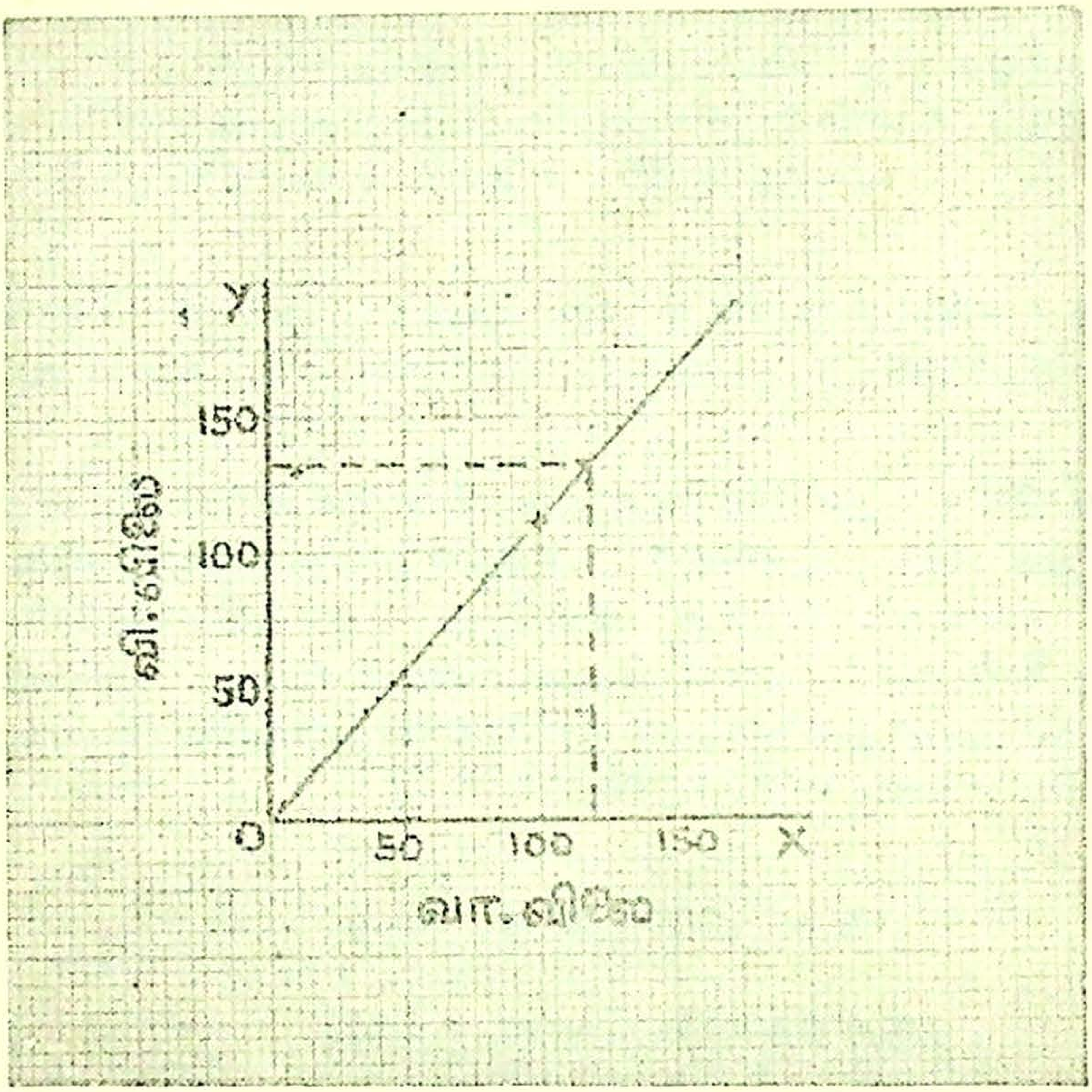
வா. விலை = ரூ. 100

குறித்த விலை = ரூ. 125

$$\text{விற்ற விலை} = \text{ரூ. } \frac{\overset{5}{\cancel{125}} \times \overset{22}{\cancel{88}}}{\underset{4}{\cancel{100}}} = \text{ரூ. } 110$$

வாங்கிய விலை ரூ.	0	100	200
விற்ற விலை ரூ.	0	110	220

அளவுத் திட்டம் : x அச்சு—வா. விலை: 1 செ.மீ. = ரூ. 50
y அச்சு— வி. விலை: 1 செ.மீ. = ரூ. 50



x அச்சில் வாங்கிய விலையையும், y அச்சில் விற்ற விலையையும் குறி. பிறகு அட்டவணையில் உள்ள புள்ளிகளைக் குறித்து அவற்றைச் சேர். படத்திலிருந்து ரூ. 120க்கு வாங்கிய பொருளின் விற்பனை விலை ரூ. 132 எனத் தெரிகிறது.

பயிற்சி 4 :

[அடைப்புக்குள் ஆண்டு குறிக்கப்பட்டுள்ளவை S.S.L.C. தேர்வு வினுக்கள்.]

1. ஒரு வணிகர் பொருள்களை 20% இலாபத்தில் விற்கிறார். வாங்கின விலைக்கும், விற்ற விலைக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்ட ஒரு வரிவடிவம் வரைக. அதிலிருந்து ரூ. 240க்கு வாங்கிய பொருளின் விற்ற விலையையும், ரூ. 144க்கு விற்ற பொருளின் வாங்கின விலையையும் கண்டுபிடி.

2. ரூ. 400க்கு 5% தனிவட்டி வீதம் 6 ஆண்டுகள் வரை வட்டி கணக்கிட உதவும் நொடிக் கணக்கீட்டு வரைப் படம் ஒன்று வரை. அதைக்கொண்டு $1\frac{1}{2}$ ஆண்டு முடிவில் கிடைக்கும் வட்டியையும், ரூ. 100 வட்கு கிடைக்க ஆகும் காலத்தையும் கண்டுபிடி.

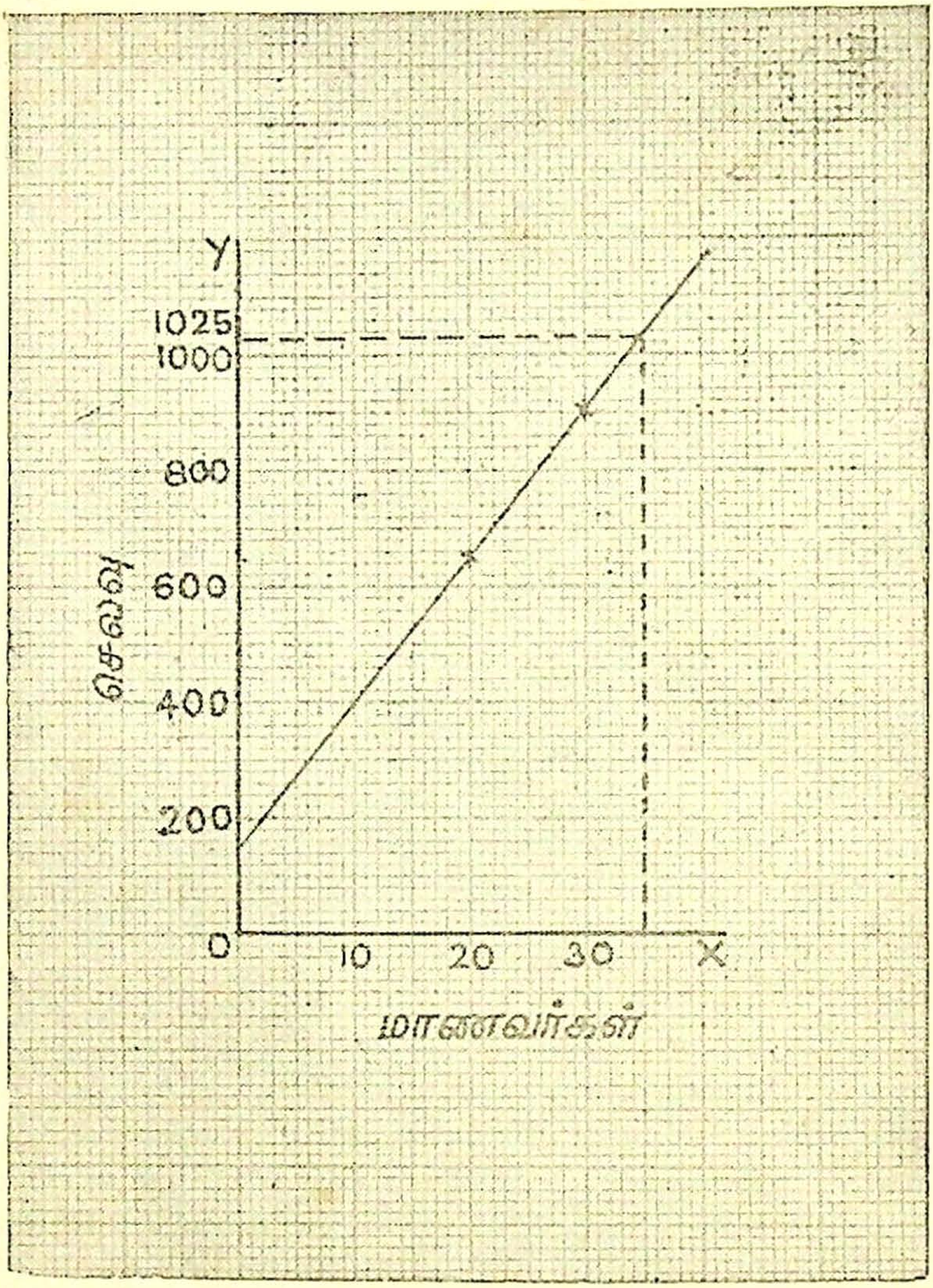
3. ரூ. 100 ஆனது 3% தனிவட்டி வீதம் வட்டிக்கிடப் பட்டது. 5, 10, 15, 20, 25 ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகைகளைக் காட்டும் வரைப்படம் வரைக. அதிலிருந்து 18 வருடக் கடைசியில் கிடைக்கும் மொத்தத் தொகையையும், ரூ. 136 மொத்தத் தொகை எத்தனை ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் என்றும் கண்டுபிடி. (1939

4. ஒரு பண்ணையத் தொழிலாளி ஒரு பொருளைச் செய்வதில் உபயோகிக்கும் முதல் சரக்கில் (raw material) 5% வீணுவதாகக் காண்கிறார். வெவ்வேறு அளவுள்ள முதல் சரக்குகளைப் பயன்படுத்துவதில் எவ்வளவு பாகம் வீணுகிறது என்பதைக் காட்ட உதவும் வரிவடிவம் வரைக. அதிலிருந்து 64 கிலோ முதல் சரக்குக்கு எவ்வளவு வீணுகும் என்று எடுத்தெழுது. (1940)

5. ஒரு வணிகர் தம் பொருள்களின்மேல் 40% உயர்த்தி விலை குறிக்கிறார். விற்கும்போது குறித்த விலையில் 25% தள்ளுபடி செய்து விற்கிறார். குறித்த விலைக்கும் விற்ற விலைக்குமுள்ள தொடர்பைக் காட்ட ஒரு வரிவடிவம் வரைக. அதைக்கொண்டு ரூ. 210 குறித்த விலையுள்ள பொருளின் விற்பனை விலையையும், ரூ. 336 விற்ற விலையுள்ள பொருளின் குறித்த விலையையும் காணுக.

மாதிரி: ஒரு விடுதியின் செலவில் ஒரு பாகம் நிலையானது. மற்றது அதில் உண்போரின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தது. அதில் 20 மாணவர்கள் உண்ட மாதத்தில் ரூ. 650வும், 30 பேர்கள் உண்ட மாதத்தில் ரூ. 900வும்

செலவாயிற்று. வரைப்படம் வரைந்து (i) நிலையான செலவையும் (ii) 35 பேர்கள் உண்ட மாதத்தில் ஏற்பட்ட செலவையும் கண்டுபிடி.



அளவுத் திட்டம் :

x அச்சு — மாணவர் : 1 செ.மீ. = 10 மாணவர்

y அச்சு — செலவு : 1 செ.மீ. = ரூ. 200

மாணவரின் எண்ணிக்கையையும், செலவையும் முறையே x, y அச்சுக்களில் குறி. (20 மாணவர், ரூ. 650), (30 மாணவர், ரூ. 900) என்ற புள்ளிகளைக் குறி. அவற்றைச் சேர்த்து நீட்டு. அது y அச்சை ரூ. 150 என்ற புள்ளியில் வெட்டிச் செல்கிறது. 0 மாணவர் என்பதற்கு நேரே செலவு ரூ. 150 எனக் கிடைக்கிறது. அதுவே நிலையான செலவு. படத்திலிருந்து 35 பேர்கள் உண்ட மாதத்தில் செலவு ரூ. 1025 என அறிகிறோம்.

[குறிப்பு: இம் மாதிரியில் அளவுத் திட்டம் குறிக்கும் போது மாணவர், செலவு ஒவ்வொன்றையும் 0 இலிருந்து தொடங்கிக் குறிக்க வேண்டும்.]

பயிற்சி 5:

1. ஓர் உணவு விடுதியின் செலவில் ஒரு பாகம் மாறுவது. மற்றது அதில் உண்போரின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தது. 30 பேர்கள் உண்ட ஒரு மாதத்தில் ரூ. 750வும் 45 பேர்கள் உண்ட ஒரு மாதத்தில் ரூ. 1050வும் செலவாயிற்று என்றால் விடுதியின் மாறாத செலவை வரைப்படம் மூலம் கண்டுபிடி. மேலும் அதைக்கொண்டு 40 பேர்கள் உண்ட மாதத்தில் ஏற்பட்ட செலவையும், ரூ. 650 செலவு ஏற்பட்ட மாதத்தில் உண்டவர்களின் எண்ணிக்கையையும் கண்டுபிடி.

2. ஒவ்வோர் இரயில் பிரயாணியும் கொஞ்சம் நிறையுள்ள மூட்டையை இலவசமாக எடுத்துச் செல்லலாம். அதற்கு மேற்பட்ட நிறைக்குக் கட்டணம் செலுத்த வேண்டும். முறையே 70 கி. கி., 100 கி. கி., 120 கி. கி. நிறைகளுக்கு மூன்று பிரயாணிகள் ரூ. $1\frac{1}{2}$, ரூ. 3, ரூ. 4 கொடுக்க வேண்டிதா யிருக்கிறது. வரிவடிவம் வரைந்து (i) 145 கிலோ கிராமுக்கு எவ்வளவு கட்டணம் கொடுக்க வேண்டுமென்றும் (ii) ரூ. 6க்கு எடுத்துச் செல்லக்கூடிய நிறையையும் (iii) எவ்வளவு நிறை இலவசமாக எடுத்துச் செல்லப்படலாமென்பதையும் கண்டுபிடி. (1926)

3. ஒரு கமிஷன் ஏஜெண்டுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட தொகை வரை விற்பதற்குக் கமிஷன் கிடையாது. மேற்கொண்ட தொகைக்குக் கமிஷன் உண்டு. அவர் ரூ. 1500க்கு விற்ற மாதத்தில் ரூ. 120வும், ரூ. 2000க்கு விற்ற

மாதத்தில் ரூ. 180வும் கமிஷன் பெற்றார். வரைப்படம் மூலம் (i) எவ்வளவு விற்பனைவரை கமிஷன் கிடையாது? (ii) மேற்கொண்ட விற்பனைக்கு ரூ. 100க்கு கமிஷன் எவ்வளவு? (iii) ரூ. 60 கமிஷன் கிடைத்த மாதத்தில் எவ்வளவுக்கு விற்றிருக்க வேண்டும் என்று கண்டுபிடி.

4. நிழற்படம் எடுக்கும் செலவில் ஒரு பாகம் நிலையானது. மீதி நமக்கு வேண்டிய படிகளின் (copies) எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தது. 25 படிகள் வாங்கும் போது ரூ. $52\frac{1}{2}$வும், 40 படிகள் வாங்கும்போது ரூ. 75வும் செலவாகிறது. வரைப்படம்மூலம் கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு விடை காணுக:

(i) நிலையான செலவு யாது?

(ii) ஒரு படி என்ன விலை விதம் கொடுக்கப் படுகிறது?

(iii) 30 படிகள் வாங்கும்போது ஏற்படும் மொத்தச் செலவு யாது?

(iv) மொத்தச் செலவு ரூ. 10 ஆகும்போது எத்தனை படிகள் கிடைக்கும்?

5. ஓர் ஏஜெண்டுக்கு அவருடைய வியாபாரத்தின் வெவ்வேறு அளவுகளுக்கு ஏற்றபடி கிடைத்த கமிஷன்களின் மதிப்புக்கள் அடியிற்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன:

வியாபார அளவில் மதிப்பு — ரூபாயில்	1000	1200	1400	1600
கிடைத்த வருமானம் — ரூபாயில்	165	190	215	240

அவருடைய வியாபார அளவுக்கும் கமிஷனுக்கும் உள்ள தொடர்பைக் காட்ட உதவும் வரிவடிவம் வரைக.

அதிலிருந்து (i) ரூ. 1500 வியாபார அளவுக்கு ஏற்ற கமிஷன் எவ்வளவு என்றும் (ii) ரூ. 196 கமிஷன் கிடைக்க எவ்வளவு தொகைக்கு வியாபாரம் செய்ய வேண்டும் என்றும் கண்டுபிடி. (1954 மார்ச்)

இனமாற்றல் வரைப்படங்கள்

சென்ற ஆண்டில் புள்ளி விவரங்களை விளக்க உதவும் வரைப்படங்கள் வரைந்தோம். இவ்வாண்டில் இரண்டு இனங்களை ஒப்பிட்டு ஒன்றுக்குச் சமமான மற்றொன்றைக் காண உதவும் இனமாற்றல் வரைப்படங்களை (Conversion graphs) வரையும் முறையைக் கற்றுக்கொள்வோம்.

மாதிரி : 1 செ. மீ. நீளமுள்ள கம்பியின் எடை 2·5 கிராம். கம்பியின் நீளத்திற்கும் அதன் எடைக்குமுள்ள சம்பந்தத்தைக் கட்டத்தாளில் வரைப்படம் மூலமாகவும் செய்யமுடியும்.

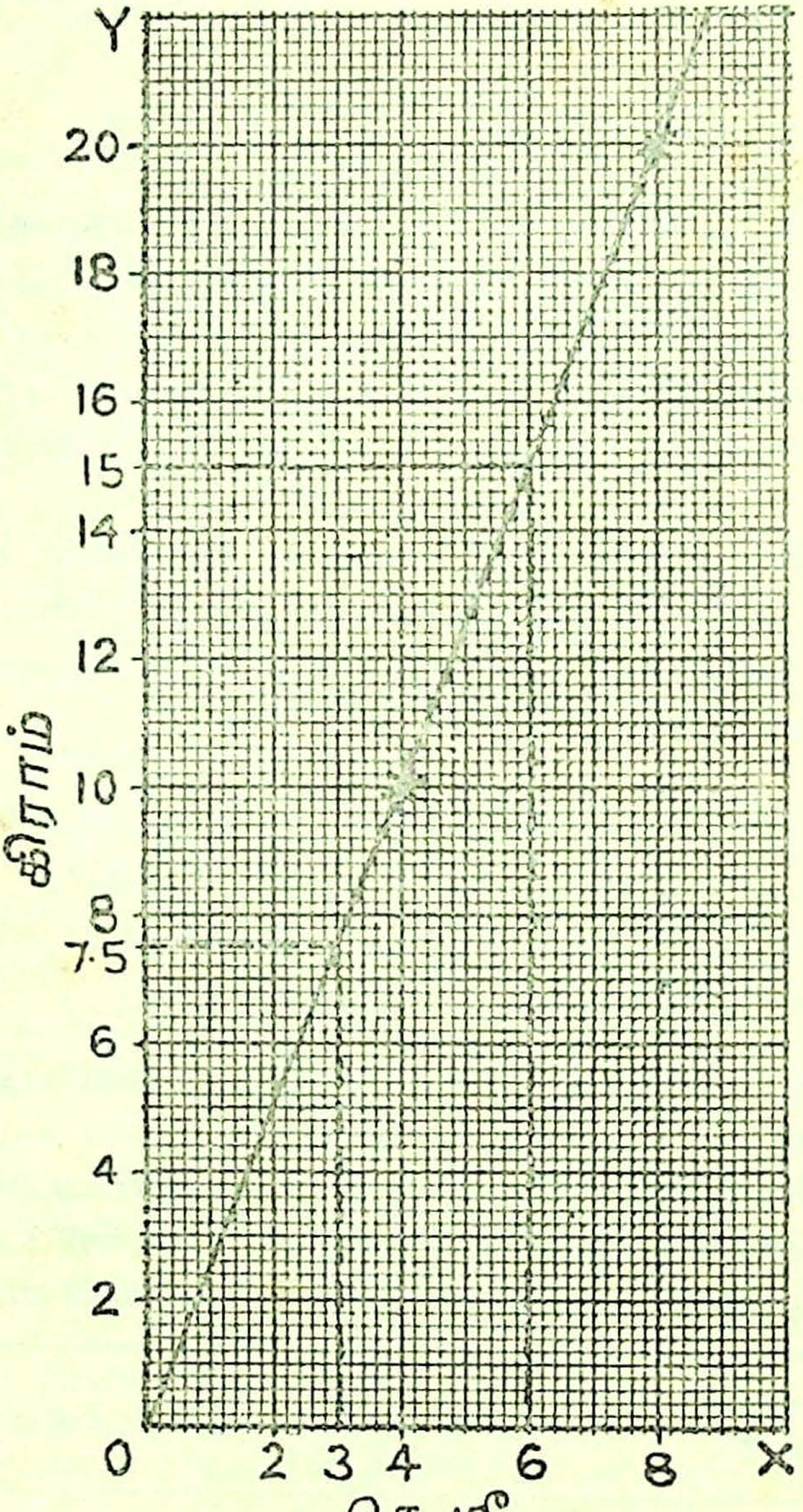
1 செ. மீ. = 2·5 கிராம் என்பது ஒரு நேர்விகித சமம். இவற்றின் சம்பந்தம் ஒரு கட்டுப்பாட்டிற்கு இணங்க, ஒழுங்காக இருக்கும். ஆகவே, இஃது ஒரு நேர்கோட்டு வரைப்படம் ஆகும்.

முறை : இங்குத் தொடர்புபடுத்த வேண்டிய இராசிகள் இரண்டு. ஆதலின் சென்டி மீட்டரை x அச்சிலும், கிராமை y அச்சிலும் கொள்வோம். வரைப்படம் வரையக் கட்டத் தாளில் குறிக்கச் சில புள்ளிகள் வேண்டும் அல்லவா? அதைக் கீழ்க்கண்டவாறு தயாரித்துக் கொள்ளலாம்.

சென்டி மீட்டர்	0	4	8
கிராம்	0	10	20

அளவுத் திட்டம் :

x அச்சு : 1 செ. மீ. = 2 செ. மீ. கம்பியின் நீளம்
y அச்சு : 1 செ. மீ. = 2 கிராம்.



இதுபோன்று எவ்வளவு அளவுகள் தேவையோ அவ்வளவு தயாரித்துக் கொள்ளலாம். பிறகு (0,0), (4, 10),

(8, 20) என்ற புள்ளிகளைக் கட்டத்தாளில் குறி. இப் புள்ளிகளைச் சேர்க்கக் கிடைக்கும் நேர்கோடு, கம்பியின் நீளத்தைச் செண்டி மீட்டரில் தெரிந்துகொண்டு அதற்குச் சரியான எடையைக் கிராமில் அளக்க உதவும் வரைப்படம் ஆகும்.

இதைக்கொண்டு 3 செண்டி மீட்டருக்குச் சரியான கிராம் எடையையும் 15 கிராம் எடைக்குச் சரியான செண்டி மீட்டர் நீளத்தையும் கண்டுபிடி.

x அச்சில் 3 என்று குறிக்கப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைந்தால் அது வரைப்படத்தை ஒரு புள்ளியில் வெட்டும். அங்கிருந்து x அச்சுக்கு இணையாக y அச்சை வெட்டுமாறு கிடைக்கோடு வரைக. அது y அச்சை 7·5 கிராம் என்ற இடத்தில் வெட்டுகின்றது. எனவே, 3 செண்டி மீட்டருக்குச் சமமானது 7·5 கிராம் ஆகும். இதே போன்று 15 கிராமிற்கு 6 செண்டி மீட்டர் சமமானதாக இருப்பதைக் கவனி.

பயிற்சி 6 :

1. ஒரு பொருளின் விலை ரூ. 5·25. பொருள்களின் எண்ணிக்கையையும் அவற்றின் விலையையும் தொடர்பு படுத்தும் வரைப்படம் ஒன்று வரைக. அதிலிருந்து ரூ. 31½க்கு வாங்கக்கூடிய பொருள்கள் எத்தனை என்று கண்டுபிடி.

2. 1 குவிண்டல் = 100 கி. கிராம். குவிண்டலைக் கிலோ கிராமாகவும், கிலோ கிராமைக் குவிண்டலாகவும் மாற்ற உதவும் வரைப்படம் வரைந்து அதைக்கொண்டு 2·2 குவிண்டலுக்குச் சமமான கிலோ கிராமைக் கண்டுபிடி.

3. 1 ஏர் = 100 சதுர மீட்டர் என்ற தோராய சமத்தை விளக்கும் வரைப்படம் வரைந்து அதைக்கொண்டு 2·2 ஏருக்குச் சமமான சதுர மீட்டரையும் 7·5 சதுர மீட்டருக்குச் சமமான ஏரையும் கண்டுபிடி.

4. 8 கிலோ மீட்டர் = 5 மைல் ஆகும். இத் தொடர்பைக் காட்டும் வரைப்படம் வரைக. அதைக்கொண்டு 2·4 கிலோ மீட்டருக்குச் சமமான மைலையும், 3·5 மைலுக்குச் சமமான கிலோ மீட்டரையும் கண்டுபிடி.

5. பின் உள்ள அட்டவணையில் சில சென்டி கிரேடு அளவுகளும் அதற்குத் தகுந்த பாரன்ஹைட்டு அளவுகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன :

சென்டிகிரேடு	10°	25°	50°
பாரன்ஹைட்டு	50°	77°	112°

சென்டிகிரேடைப் பாரன்ஹைட்டாகவும், பாரன் ஹைட்டைச் சென்டிகிரேடாகவும் மாற்ற உதவும் வரைப் படம் வரைக. அதிலிருந்து 15° சென்டிகிரேடுக்குத் தகுந்த பாரன்ஹைட்டையும், 86° பாரன்ஹைட்டுக்குத் தகுந்த சென்டிகிரேடையும் கண்டுபிடி.

6. 10 கிலோ கிராம் = 22 இராத்தல். கிலோ கிராமை இராத்தலாகவும், இராத்தலைக் கிலோ கிராமாகவும் மாற்ற உதவும் வரைப்படம் வரைக. அதிலிருந்து 2·7 கிலோ கிராமுக்குச் சமமான இராத்தலையும், 8·4 இராத்தலுக்குச் சமமான கிலோ கிராமையும் கண்டுபிடி. (S.S.L.C.)

7. ஒரு ரூபாய் என்பது 100 பை.க்குச் சமம் என்ற தொடர்பை வரிவடிவம்மூலம் விளக்குக. அதைக்கொண்டு (i) $\frac{1}{4}$ ரூபாய் ; $\frac{1}{2}$ ரூபாய் இவற்றிற்குச் சமமான பை.யையும், (ii) 15 பை. 75 பை.க்குள்ள ரூபாயையும் கண்டுபிடி.

8. 1 மெட்ரிக் டன் = 10 குவின்டல் என்றால் மெட்ரிக் டன்னைக் குவின்டலாகவும் குவின்டலை மெட்ரிக் டன்னாகவும் மாற்றுதற்கேற்ற வரைப்படம் வரைக. கீழே கண்டவற்றின் எடைகளை உன் வரைப்படத்திலிருந்து கண்டுபிடி.

(i) 2·4 மெட்ரிக் டன்—குவின்டலில்

(ii) 75 குவின்டல்—மெட்ரிக் டன்னில்

(iii) 50 கிலோ கிராம்—மெட்ரிக் டன்னில் (S.S.L.C.)

9. 0° சென்டிகிரேடுக்கு 32° பாரன்ஹைட்டும் 100° சென்டிகிரேடுக்கு 212° பாரன்ஹைட்டும் சமம். ஒன்றை

மற்றொன்றாக மாற்ற உதவும் வரைப்படம் வரைக. அதைக் கொண்டு 20° சென்டிகிரேடுக்குச் சமமான பாரன்ஹைட்டையும், 176° பாரன்ஹைட்டுக்குச் சமமான சென்டிகிரேடையும் கண்டுபிடி.

10. ஒரு திட்டத்தின்படி நூல்களின் விலைகள் குறைக்கப்பட்டன. அடியிற்கண்ட அட்டவணையில் பழைய விலைகளும் அதற்கேற்ற புதிய விலைகளும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன :

பழைய விலைகள்	ரூ. 4	ரூ. 8	ரூ. 12	ரூ. 16
புதிய விலைகள்	ரூ. 3·60	ரூ. 7·20	ரூ. 10·80	ரூ. 14·40

புதிய விலைகளுக்கும், பழைய விலைகளுக்குமுள்ள தொடர்பைக் காட்டும் வரைப்படம் ஒன்று வரைக. அதைக் கொண்டு,

(i) ரூ. 5, ரூ. 14 பழைய விலைகள் உள்ள நூல்களின் புதிய விலைகளையும்,

(ii) ரூ. 9, ரூ. 6·40 புதிய விலைகளுள்ள நூல்களின் பழைய விலைகளையும் கண்டுபிடி.

விடைகள் (ANSWERS)

1. விகிதம், விகிதசமம்

(i) கூட்டு வியாபாரம்

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 1

(1) 5 : 6 (2) ரூ. 4000 (3) ரூ. 490 (4) ரூ. 250, ரூ. 450 (5) ரூ. 35000 (6) ரூ. 52000 (7) ரூ. 20000 (8) 5 மாதங்கள் (9) ரூ. 5000 (10) 15 : 16.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 2

(1) A ரூ. 900, B ரூ. 1080 (2) A ரூ. 1625, B ரூ. 975, C ரூ. 650 (3) A ரூ. 2500, B ரூ. 3000, C ரூ. 4000 (4) ரூ. 6600 (5) ரூ. 1440 (6) ரூ. 395 (7) A ரூ. 640, B ரூ. 560 (8) A ரூ. 180, B ரூ. 96, C ரூ. 224 (9) A ரூ. 90, B ரூ. 81, C ரூ. 108 (10) ரூ. 80.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 5

(1) A ரூ. 900, B ரூ. 480 (2) A ரூ. 1365, B ரூ. 1125 (3) ரூ. 600 (4) A ரூ. 930, B ரூ. 1581 (5) A ரூ. 720, B ரூ. 1320, C ரூ. 1350 (6) A ரூ. 1350, B ரூ. 1305, C ரூ. 675.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 7

(1) A ரூ. 3600, B ரூ. 2400, C ரூ. 1200 (2) A ரூ. 8000, B ரூ. 1000, C ரூ. 12000 (3) A ரூ. 7000, B ரூ. 9100, C ரூ. 8400 (4) A ரூ. 9000, B ரூ. 6000, C ரூ. 4500.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 8

(1) ரூ. 3600 (2) ரூ. 3500 (3) ரூ. 8000 (4) ரூ. 2800 (5) B ரூ. 4800, C ரூ. 4000 (6) A ரூ. 2700, B ரூ. 3600.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 10

(1) 3 மாதங்களுக்குப் பிறகு (2) 5 மாதங்களுக்குப் பிறகு (3) 3 மாதங்களுக்குப் பிறகு (4) B 2 மாதங்களுக்

குப் பிறகு, C 5 மாதங்களுக்குப் பிறகு (5) 4 மாதங்களுக்குப் பிறகு (6) 6 மாதங்களுக்குப் பிறகு.

(ii) காலமும் வேலையும்

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 11

(1) $\frac{1}{10}$ பாகம் (2) $\frac{1}{8}$ பாகம் (3) $\frac{1}{48}$ பாகம் (4) 9 மணி (5) $\frac{1}{10}$ பாகம் (6) 48 நிமி. (7) $\frac{1}{6}$ பாகம் (8) $\frac{1}{12}$ பாகம் (9) 3 : 2 (10) 9 நாட்கள் (11) 5 : 4 (12) ரூ. 20 (13) 7 : 3 (14) 9 : 5 (15) 10 : 3.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 13

(1) 12 நாட்கள் (2) 4 நாட்கள் (3) 12 நாட்கள் ; A ரூ. 24, B ரூ. 18 (4) 4 நாட்கள் ; A ரூ. 10, B ரூ. 12, C ரூ. 8 (5) 15 நாட்கள், ரூ. 18 (6) A ரூ. 15, B ரூ. 12, C ரூ. 9 ; 5 நாட்கள்.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 15

(1) 45 மணி (2) 30 நாட்கள் (3) 30 நாட்கள் (4) A 30 நாட்கள், B 20 நாட்கள், C 60 நாட்கள் (5) 90 மணி: A 120 மணி, B 72 மணி, C 360 மணி (6) 30 நாட்கள் (7) 20 மணி, A 40 மணி, B 20 மணி, C 60 மணி.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 17

(1) 4 நாட்கள் (2) 15 நாட்கள் (3) 4 நாட்கள் (4) 14 நாட்கள் (5) 45 மணி.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 18

(1) A 40 நாட்கள், B 24 நாட்கள் (2) A 55 மணி, B 66 மணி (3) 45 நாட்கள் (4) 36 நாட்கள் (5) 40 நாட்கள்.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 20

(1) 9 நாட்கள் (2) 5 : 3 (3) 6 நாட்கள் (4) 6 நாட்கள் (5) 10 சிறு. (6) 12 சிறு.

பயிற்சி 6 : பக்கம் : 21

(1) 30 நிமி. (2) 15 நிமி. (3) காலை 6 மணி (4) காலை 10 மணி (5) 2 மணி (6) 50 நிமி.

(iii) காலமும் தூரமும்

மனக்கணக்குகள் (1) : பக்கம் : 22

(1) 10 மீ. (2) 25 மீ. (3) 72 கி. மீ. (4) 54 கி. மீ. (5) 20 மீ. (6) 150 மீ. (7) 10 நொடிகள் (8) 6 நொடிகள் (9) 72 கி. மீ. (10) 54 கி. மீ.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 24

(1) 9 நொடிகள் (2) 10 நொடிகள் (3) 15·5 நொடிகள் (4) 90 கி. மீ. (5) 27 கி. மீ. (6) 54 கி. மீ. (7) 170 மீ. (8) 192·5 மீ.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 26

(1) 13 நொடிகள் (2) 22 நொடிகள் (3) 36 கி.மீ. (4) 27 கி.மீ. (5) 180 மீ. (6) 205 மீ. (7) 165 மீ. (8) 182 மீ. (9) (i) 12 நொடிகள் (ii) 27 நொடிகள்.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 27

(1) 11 நொடிகள் (2) 8 நொடிகள் (3) 16 நொடிகள் (4) 26 நொடிகள் (5) 14 கி. மீ. (6) 42 கி. மீ. (7) 140 மீ.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 29

(1) மணிக்கு 54 கி. மீ., 120 மீ. (2) 135 மீ., மணிக்கு 81 கி. மீ. (3) மணிக்கு 90 கி. மீ., 225 மீ. (4) மணிக்கு 72 கி. மீ., 220 மீ. (5) மணிக்கு 99 கி. மீ., 275 மீ.

மனக்கணக்குகள் (2) : பக்கம் : 30

(1) 18 கி. மீ. (2) 9 கி. மீ. (3) 4 கி. மீ. (4) 12 கி. மீ. (5) 6 கி. மீ. (6) 14 கி. மீ. (7) 19 கி. மீ. (8) 12 நிமி. (9) 32 கி. மீ.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 31

(1) 2 மணி (2) $1\frac{1}{4}$ மணி (3) $\frac{3}{4}$ மணி (4) 6 கி. மீ. (5) 24 கி. மீ.

2. முதலீடுகள்

(i) தேசிய சேமிப்புப் பத்திரங்கள்

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 33

(1) (i) ரூ. 5·35 (ii) ரூ. 55·50 (iii) $1\frac{4}{5}$ மடங்கு (iv) ரூ. 416 (v) ரூ. 1·65 மடங்கு (vi) ரூ. 200 (vii) 21·6% (viii) 5 ஆண்டுகள் (ix) 8 ஆண்டுகள் (x) ரூ. 148 (xi) ரூ. 150 மதிப்புள்ளவை (xii) $5\frac{5}{7}$%.

பயிற்சி : பக்கம் : 35

(1) 4 (2) (i) ரூ. 696 (ii) ரூ. 762 (iii) ரூ. 888 (iv) ரூ. 936 (3) (i) $3\frac{1}{6}$%, $3\frac{6}{7}$%, $5\frac{5}{12}$% (4) (i) $4\frac{4}{9}$% (ii) 3·6% (iii) $2\frac{2}{3}$% (5) ரூ. 1387·50 ; 2·75% (6) 4·8% (7) 2%.

(ii) இன்ஷூரன்சு

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 37

(1) ரூ. 60 (2) ரூ. 150 (3) $1\frac{1}{4}$% (4) ரூ. 1 (5) ரூ. 16000 (6) ரூ. 20000 (7) ரூ. 16000.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 38

(1) ரூ. 37·50 (2) ரூ. 37·50 (3) ரூ. 25 (4) ரூ. 36 (5) ரூ. 64·80.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 39

(1) ரூ. 17500 (2) ரூ. 96000 (3) ரூ. 120000 19% (5) $\frac{3}{8}$% (6) ரூ. 14600 (7) ரூ. 16000 (8) ரூ. 400.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 43

(1) ரூ. 52·50 (2) ரூ. 53·19 (3) ரூ. 104·25 ; ரூ. 21 (4) ரூ. 8·55 (5) ரூ. 2532 (6) ரூ. 3026.

(iii) கமிஷன்

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 45

(1) ரூ. $12\frac{1}{2}$ (2) ரூ. 38·40 (3) 5% (4) 6 பை. (5) 10% (6) ரூ. 750 (7) ரூ. 900 (8) ரூ. 1250 (9) ரூ. 60 (10) ரூ. 400 (11) ரூ. 3120 (12) ரூ. 100.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 4

(1) ரூ. 262 (2) ரூ. 28·98 (3) ரூ. 101·84 ; ரூ. 2444·16 (4) ரூ. 439·60; ரூ. 12120·40 (5) (i) ரூ. 131 (ii) ரூ. 5106 (6) ரூ. $693\frac{3}{4}$.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 48

(1) ரூ. 4000 (2) ரூ. 21175 (3) ரூ. 1200 (4) ரூ. 5200 (5) ரூ. 400, ரூ. 10.

(iv) வரிகள்

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 49

(1) (i) ரூ. 96 (ii) ரூ. 288 (iii) ரூ. 144 (2) (i) ரூ. 128 (ii) ரூ. 38·40 (iii) ரூ. 76·80 (3) (i) ரூ. 24 (ii) ரூ. 36 (iii) ரூ. 115·20 (4) ரூ. 2352 (5) ரூ. 1552 (6) ரூ. 2500 (7) ரூ. 4000 (8) 2 பை. (9) ரூ. 36 (10) ரூ. 120 (11) ரூ. 6000 (12) ரூ. 40.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 51

(1) ரூ. 15 (2) ரூ. 360; ரூ. 7640 (3) ரூ. 110 (4) ரூ. 3560 (5) ரூ. 450 (6) ரூ. 20 (7) ரூ. 180; 2·5 பை. (8) ரூ. 26; ரூ. 30; 2 பை. (9) 13 பை.; ரூ. 6·76 (10) ரூ. 25.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 52

(1) ரூ. 10000 (2) ரூ. 5120 (3) 4·2 பை.; ரூ. 10000 (4) 4 பை.; ரூ. 4750; ரூ. 9500 (5) ரூ. 4320, ரூ. 259·20 (6) 4 பை. (7) ரூ. 1000, 7 பை. (8) ரூ. 248684·80 (9) ரூ. 60000 (10) ரூ. 108, 3 பை.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 56

(1) மொ. வருமானம் ரூ. 4000க்குக் குறைவதால் வரி செலுத்த வேண்டியதில்லை (2) (i) ரூ. 115 (ii) ரூ. 20 (iii) வரி செலுத்த வேண்டுவதில்லை (3) ரூ. 8875 (4) ரூ. 21760 (5) ரூ. 42920 (6) ரூ. 1322.

(v) கடன் மூழ்கி

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 58

(1) 65 பை. (2) 75 பை. (3) 40 பை. (4) 60 பை. (5) ரூ. 600 (6) ரூ. 400 (7) ரூ. 20000 (8) ரூ. 10000 (9) ரூ. 3000 (10) ரூ. 8000 (11) ரூ. 3000 (12) ரூ. 800.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 60

(1) (i) *54 பை.* (ii) *77 பை.* (iii) *ரூ. 46500* (iv) *ரூ. 33920* (v) *ரூ. 44875* (vi) *ரூ. 33200 (2) ரூ. 3600 (3) ரூ. 6000 (4) ரூ. 56800 (5) ரூ. 7350 (6) 52 பை.; ரூ. 4992* (7) *ரூ. 5400, 85 பை. (8)* B *ரூ. 1350,* C *ரூ. 2250 (9) 18 பை. (10) ரூ.* $\frac{3}{8}$*; பாங்கு ரூ. 39375; இராமன் ரூ. 19500.*

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 62

(1) 67 பை.; ரூ. 2144 (2) *ரூ. 5000 (3) ரூ. 2764·80 (4) ரூ. 2000* (5) *61 பை.*

3. தோராயம்

மனக்கணக்குகள் (1) : பக்கம் : 65

(1) (i) *செ. மீ.* (ii) *மீட்டர்* (iii) *செ. மீ.* (iv) *மீட்டர்* (v) *கி. கி.* (vi) *மெ. டன்* (vii) *ரூபாய்* (viii) *கோடி ரூபாய் (2)* (i) *20* (ii) *50* (iii) *80* (iv) *100* (v) *120* (vi) *550* (vii) *600* (viii) *860* (ix) *4610* (x) *9990 (3)* (i) *50000* (ii) *30000* (iii) *90000* (iv) *60000* (v) *250000* (vi) *330000* (vii) *410000* (viii) *5110000 (4)* (i) *4240, 4200, 4000* (ii) *5380, 5400, 5000* (iii) *7850, 7900, 8000* (iv) *10000, 10000, 10000* (v) *86450, 86500, 86000* (vi) *76540, 76500, 77000* (vii) *22410, 22400, 22000* (viii) *98770, 98800, 99000* (ix) *135710, 135700, 136000* (x) *864200, 864200, 864000* (xi) *357120, 357100, 357000* (xii) *615580, 615600, 615000* (5) (i) *66* (ii) *73* (iii) *112* (iv) *537* (v) *70* (vi) *121* (vii) *87* (viii) *99* (6) (i) *9·88, 9·877* (ii) *0·25, 0·252* (iii) *12·47, 12·465* (iv) *0·31,*

0·313 (v) 4·21, 4·205 (vi) 10·02, 10·021 (vii) 8·50, 8·503 (viii) 13·96, 13·960 (ix) 0·80, 0·801 (x) 0·71, 0·710 (xi) 6·07, 6·070 (xii) 10·10, 10·100 (xiii) 0·52, 0·522 (xiv) 46·33, 46·333 (xv) 51·56, 51·556.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 66

(1) (i) 0·33 (ii) 0·17 (iii) 0·29 (iv) 0·63 (v) 0·77 (vi) 1·36 (vii) 12·44 (viii) 0·08 (ix) 0·13 (x) 11·33 (2) (i) 0·2, 0·04, 0·008, 0·002 (ii) 0·167, 0·028, 0·005 (3) (i) 510, 410, 650, 830 (ii) 600, 900, 1000, 500 (iii) 5000, 1000, 9000, 12000 (iv) 0·03, 4·83, 12·01, 7·46 (v) 12·469, 0·596, 0·568, 0·089 (vi) 63800 ச.கி.மீ. (vii) 1510 மீ., 1500 மீ., 2000 மீ. (4) (i) 190000 (ii) 900000 (iii) 10·6843 (iv) 0·563 (5) (i) 35—45, 75—85, 365—375, 555—565 (ii) 5·5—6·5, 8·5—9·5, 16·5—17·5, 111·5—112·5 (iii) 50—150, 450—550, 1250—1350, 27150 — 27250 (v) 2·55 — 2·65, 13·25—13·35, 125·45—125·55, 11·5—12·5 (vi) 11·515 —11·525, 126·475—126·485, 60·595—60·605, 82·085 —82·095.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 70

(1) (i) 1, 4, 9 (ii) 1, 3 (iii) 1, 1, 8 (iv) 2, 9, 6 (v) 1, 4, 2, 6, 0 (vi) 6, 0, 0 (vii) 2, 5, 4 (viii) 3, 5, 3, 6, 2 (ix) 3, 7 (x) 4, 0 (2) (i) 1230 (ii) 5680 (iii) 5210 (iv) 4600 (v) 9880 (vi) 60600 (vii) 90800 (viii) 70100 (ix) 4270 (x) 22·8 (xi) 517 (xii) 907 (xiii) 0·0257 (xiv) 0·00347 (xv) 0·0737 (xvi) 0·00877 (3) (i) 9000; 9 (ii) 9000; 9 (iii) 7000;7 (iv) 1000, 1 (v) 23000; 2, 3 (vi) 41000; 4, 1 (vii) 71000; 7, 1 (viii) 14000; 1, 4 (ix) 465000; 4, 6, 5 (x) 240000; 2,4,0 (xi) 208000; 2,0,8 (xii) 2009000; 2,0, 0,9 (4) (i) 0·237; 2,3,7 (ii) 0·523; 5,2,3 (iii) 0·023; 2,3 (iv) 0·035; 3, 5 (v) 0·030; 3, 0 (vi) 0·003; 3 (vii) 0·013 1, 3 (viii) 0·027; 2, 7 (ix) 3·564; 3, 5, 6, 4 (x) 5·409;

5, 4, 0, 9 (xi) 1·201; 1, 2, 0, 1 (xii) 5·472; 5, 4, 7, 2 (5) (i) 56·181 (ii) 1156·6 (6) (i) 15·9 (ii) 328 (7) (i) 2014·5—2015·5 (ii) 2·0145—2·0155 (iii) 201·45—201·55 (iv) 20·145 — 20·155 (v) 5·2125 — 5·2135 (vi) 52·125—52·135 (vii) 521·25—521·35 (viii) 5212·5—5213·5.

மனக்கணக்குகள் (2) : பக்கம் : 74

(1) (i) 4·7 (ii) 5·38 (iii) 6·421 (iv) 9·0326 (v) 4·75 (vi) 5·4002 (vii) 1·320862 (viii) 5·832644 (ix) 2·37 (x) 3·25 (xi) 2·67 (xii) 3·075 (2) (i) 42300 × 1·12 (ii) 63·12 × 7·4 (iii) 125·4 × 1·67 (iv) 24·632 × 3·3 (v) 0·0164 × 7·89 (vi) 0·825 × 6·35 (vii) 0·264 × 3·25 (viii) 0·0131 × 3·4 (ix) 2·34 × 4·5 (x) 8·7 × 4·52 (xi) 0·06482 × 2·4 (xii) 0·000325 × 4·7 (3) (i) $\frac{41\cdot23}{1\cdot68}$ (ii) $\frac{2\cdot255}{5\cdot7}$ (iii) $\frac{43\cdot298}{7\cdot6}$ (iv) $\frac{0\cdot04628}{1\cdot4}$ (v) $\frac{0\cdot04321}{2\cdot54}$ (vi) $\frac{530}{6\cdot4}$ (vii) $\frac{6800}{3\cdot2}$ (viii) $\frac{520}{28}$ (ix) $\frac{5260}{31}$ (x) $\frac{23\cdot1}{43}$ (xi) $\frac{5\cdot7}{56}$ (xii) $\frac{7632}{27}$.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 75

(1) (i) 32653·75 (ii) 131973·3 (iii) 2738·283 (iv) 55·95399 (v) 15·060534 (vi) 0·164024 (vii) 0·22945 (viii) 0·0013133 (ix) 2·692428 (x) 0·001533 (xi) 0·0001591 (xii) 0·0085696 (2) (i) 7·0925 (ii) 0·1783 (iii) 0·1936 (iv) 3·099 (v) 0·4878 (vi) 2·0074 (vii) 3·5898 (viii) 19·9106 (ix) 3·2129 (x) 32·2444 (xi) 4805·2147 (xii) 0·0002 (3) (i) 1·45 (ii) 7·91 (iii) 24666·6667 (iv) 0·0024 (4) (i), (ii) பெருக்கற் பலனில் 6 தசம இடங்கள் இல்லை (iii) 0·4 × 0·2 = 0·2இல் தொடங்காது (iv) நியம உருவ

மாக்கினல் $\frac{34\cdot76}{9\cdot45}$; இது 32 ஆக இருக்காது. (v) நியம உருவம் $\frac{26\cdot5}{1\cdot5}$; இது 2 ஆக இருக்கமுடியாது (vi) 652ஐ 661 ஆல் வகுக்கும்போது ஈவு சுமார் $0\cdot9$ இல் தொடங்க வேண்டும் (5) (i) $11\cdot5$ (ii) $0\cdot131$ (iii) $6\cdot74$.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 78

1. (i) $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{15}$ (ii) $0\cdot1$; $\frac{11}{99}$ (iii) 5 பை.; $\frac{1}{69}$ (iv) $0\cdot01$, $\frac{1}{1201}$, (v) $0\cdot0005$, $\frac{1}{8}$ (vi) $0\cdot25$ ச.செ.மீ., $\frac{1}{26}$ (vii) 1மில்லி மீ., $\frac{1}{89}$ (vii) $1\frac{1}{2}°$, $\frac{8}{867}$ (ix) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ (x) $2°$, $\frac{1}{44}$ (2) $0\cdot07\%$ (3) 14% (4) $0\cdot5$ கி. மீ., $\frac{1}{11}$, $9\frac{1}{11}\%$ (5) $0\cdot25\ \%$ (6) $0\cdot01\ \%$.

4. முற்றொருமைகள்

மனக்கணக்குகள் (1) : பக்கம் : 81

(1) $x^2+2xy+y^2$ (2) $l^2+2lm+m^2$ (3) p^2+pq+q^2 (4) $c^2+2cd+d^2$ (5) $r^2+2rs+s^2$ (6) $t^2+2tu+u^2$ (7) $e^2+2ef+f^2$ (8) $q^2+2qr+r^2$ (9) $4a^2+4ab+b^2$ (10) $9x^2+6xy+y^2$ (11) $16l^2+8lm+m^2$ (12) $49p^2+14pq+q^2$ (13) $100a^2+20ab+b^2$ (14) $144x^2+24xy+y^2$ (15) $81p^2+18pq+q^2$ (16) $36m^2+12mn+n^2$ (17) $a^2+ab+4b^2$ (18) $x^2+10xy+25y^2$ (19) $m^2+16mn+64n^2$ (20) $p^2+12p^2+36q^2$ (21) $c^2+6cd+9d^2$ (22) $l^2+14lm+49m^2$ (23) $r^2+26rs+169s^2$ (24) $x^2+32xy+256y^2$ (25) $4a^2+12ab+9b^2$ (26) $25x^2+20xy+4y^2$ (27) $16m^2+16mn+4n^2$ (28) $4p^2+24pq+36q^2$ (29) $9a^2+30ab+25b^2$ (30) $9x^2+24xy+16y^2$ (31) $16m^2+48mn+36n^2$ (32) $25p^2+70pq+49q^2$ (33) a^2+2a+1 (34) b^2+4b+4 (35) c^2+6c+9 (36) $m^2+8m+16$ (37) $4a^2+12a+9$ (38) $25x^2+40x+16$ (39) $9m^2+48m+64$ (40) $16p^2+56p+49$ (41) $1+2x+x^2$ (42) $9+6y+y^2$ (43) $4+16a+16a^2$ (44) $25+30b+9b^2$ (45) $a^2+2+\frac{1}{a^2}$ (46) $m^2+2+\frac{1}{m^2}$

(47) $x^2+2+\frac{1}{x^2}$ (48) $p^2 + 2 + \frac{1}{p^2}$ (49) $a^2+\frac{2a}{b}+\frac{1}{b^2}$

(50) $x^2 +\frac{2x}{y}+ \frac{1}{y2}$ (51) $4a^2 + 4 + \frac{1}{a^2}$

(52) $9m^2 + 3 +\frac{1}{4m^2}$ (53) $a^4 + 2a^2 b^2 + b^4$

(54) $x^6 + 2x^3y^3 + y^6$ (55) $4m^4 + 12m^2n^2 + 9m^4$

(56) $25p^4 + 80p^2q^2 + 64q^4$ (57) $a^2b^2 + 2abc + c^2$

(58) $p^2q^2+2pq+1$ (59) $x^2y^2 + 2xy^2z + y^2z^2$

(60) $l^2m^2 + 2l^2mn + n^2l^2$.

மனக்கணக்குகள் (2) : பக்கம் : 83

(1) $x^2 - 2xy + y^2$ (2) $m^2 - 2mn + n^2$

(3) $c^2-2cd+d^2$ (4) $l^2-2lm+m^2$ (5) $p^2-2pq+q^2$

(6) $y^2-2yz+z^2$ (7) $e^2-2ef+f^2$ (8) $j^2-2jk+k^2$

(9) $9a^2 - 6ab + b^2$ (10) $25x^2 - 10xy + y^2$

(11) $49y^2 - 14yz + z^2$ (12) $81p^2 - 18pq + q^2$

(13) $a^2 - 4ab + 4b^2$ (14) $x^2 - 8xy + 16y^2$

(15) $p^2 - 12pq + 36q^2$ (16) $m^2 - 16mn + 64m^2$

(17) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ (18) $9x^2 - 30xy + 25y^2$

(19) $49p^2 - 28pq + 4q^2$ (20) $36m^2 - 36mn + 9n^2$

(21) a^2-2a+1 (22) x^2-6x+9 (23) $p^2-10p+25$

(24) $m^2 - 14m + 49$ (25) $4a^2 - 8a + 4$

(26) $9x^2 - 24x + 16$ (27) $121p^2 - 132pq + 36q^2$

(28) $49m^2 - 112m + 64$ (29) $1 - 2a + a^2$

(30) $25 - 10x + x^2$ (31) $9 - 12p + 4p^2$

(32) $16 - 24n + 9n^2$ (33) $a^2 - 2 +\frac{1}{a^2}$

(34) $x^2 - 2 +\frac{1}{x^2}$ (35) $4p^2 - 2 +\frac{1}{4p^2}$

(36) $25m^2 - 2 +\frac{1}{25m^2}$ (37) $a^2 -\frac{2a}{b}+\frac{1}{b^2}$

(38) $x^2 -\frac{2x}{y}+\frac{1}{y^2}$ (39) $16p^2- \frac{4p}{q}+\frac{1}{4q}$

(40) $9m^2 - \frac{3m}{2n} + \frac{1}{16n^2}$ (41) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

(42) $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ (43) $4p^4 - 20p^2q^2 + 25q^4$

(44) $16m^4 - 8m^2n^2 + n^4$ (45) $a^2b^2 - 2abc + c^2$

(46) $x^2y^2 - 2xyz + z^2$ (47) $p^2q^2 - 2pq^2 + q^2$

(48) $l^2m^2 - 2lm^2n + m^2n^2$.

மனக்கணக்குகள் (3) : பக்கம் : 85

(1) $p^2 - q^2$ (2) $x^2 - y^2$ (3) $m^2 - n^2$

(4) $c^2 - d^2$ (5) $l^2 - m^2$ (6) $y^2 - z^2$

(7) $x^2 - 1$ (8) $a^2 - 4$ (9) $m^2 - 9$ (10) $l^2 - 49$

(11) $p^2 - 81$ (12) $r^2 - 121$ (13) $9 - x^2$

(14) $16 - m^2$ (15) $25 - l^2$ (16) $a^4 - b^4$

(17) $x^4 - y^4$ (18) $p^6 - q^6$ (19) $4a^2 - b^2$

(20) $36x^2 - y^2$ (21) $16l^2 - m^2$ (22) $a^2 - 9b^2$

(23) $x^2 - 25y^2$ (24) $l^2 - 49m^2$ (25) $9a^2 - 64b^2$

(26) $16x^2 - 36y^2$ (27) $4l^2 - 25m^2$ (28) $a^2b^2 - c^2$

(29) $p^2q^2 - 1$ (30) $l^2n^2 - 100$ (31) $a^2 - \frac{1}{a^2}$

(32) $p^2 - \frac{1}{p^2}$ (33) $x^2 - \frac{1}{x^2}$ (34) $a^4 - \frac{1}{a^4}$

(35) $a^2b^2 - \frac{1}{a^2}$ (36) $a^6 - \frac{1}{a^6}$ (37) $25a^2 - 64b^2$

(38) $81x^2 - 169y^2$ (39) $225l^2 - 49m^2$ (40) $225a^2 - 256b^2$

(41) $4x^2 - 196y^2$ (42) $9 - x^2$ (43) $25 - p^2$

(44) $y^2 - 4x^2$ (45) $4n^2 - 9m^2$.

பயிற்சி : 1 பக்கம் : 86

(1) $2a^2 + 2b^2$ (2) $4ab$ (3) $2a^2 + 2ab$

(4) $2ab + 2b^2$ (5) $2a^2 - 2ab$ (6) $2b^2 - 2ab$

(7) $3p^2 + q^2$ (8) $p^2 + 3q^2$ (9) $p^2 + 4pq - q^2$

(10) $q^2 + 4pq - p^2$ (11) $x^2 + 2xy + y^2 - 4xy = x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ (12) $x^2 - 2xy + y^2 + 4xy = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 87

(1) $+2xy$ (அ) $-2xy$ (2) $+2pq$ (அ) $-2pq$ (3) $+2mn$ (அ) $-2mn$ (4) $+4ab$ (அ) $-4ab$ (5) $+10xy$ (அ) $-10xy$ (6) $+6mn$ (அ) $-6mn$ (7) $+8xy$ (அ) $-8xy$ (8) $+16pq$ (அ) $-16pq$ (9) $+20mn$ (அ) $-20mn$ (10) $+2a$ (அ) $-2a$ (11) $+8x$ (அ) $-8x$ (12) $+18p$ (அ) $-18p$ (13) $+2$ (அ) -2 (14) $+2$ (அ) -2 (15) $+4abc$ (அ) $-4abc$.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 87

(1) y^2 (2) q^2 (3) $4b^2$ (4) $16m^2$ (5) y^2 (6) b^2 (7) $4n^2$ (8) $9b^2$ (9) 1 (10) 25 (11) 9 (12) 16 (13) $\frac{1}{a^2}$ (14) $\frac{1}{x^2}$ (15) 1 (16) b^2 (17) y^2 (18) $9n^2$ (19) $16b^2$ (20) y^2 (21) 49 (22) 1 (23) $\frac{1}{x^2}$ (24) 4.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 89

(1) 13 (2) 29 (3) 20 (4) 53 (5) a^2-2b (6) x^2+2y (7) 62 (8) 11 (9) (i) 10201 (ii) 255025 (iii) 94864 (iv) 39601 (v) 996064 (vi) 87616 (vii) 9975 (viii) 249996 (ix) 639919 (x) 9800 (xi) 992000 (xii) 1800.

5. சராசரி

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 90

(1) 4 (2) 8 மி. மீ. (3) 40 (4) 7 (5) 7 (6) ரூ. 2·70 (7) 3 செ. மீ. (8) 2 கி. மீ. (9) 32 (10) 10.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 91

(1) (a) 36 செ. மீ. (b) 1·2 செ. மீ. (c) 3·6 செ. மீ. (2) 360 கி. மீ. (3) ரூ. 2·40 (4) 15 வரு. (5) 1378 பேர்கள் (6) 47 கி. கி. (7) ரூ. $8\frac{1}{6}$ (8) 12 வரு. (9) ரூ. 73 (10) $38\frac{4}{7}$ கி. மீ.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 93

(1) ரூ. 2000 (2) $33·2°$ (3) 425 பேர்கள் (4) $3\frac{3}{4}$ கி. மீ. (5) 24 கி. மீ. (6) $10\frac{2}{3}$ கி. மீ.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 95

(1) 8 செ. மீ. (2) 15 வரு. 6 மா. (3) 16·01 ஆண்டுகள் (4) ரூ. $1507\frac{1}{2}$ (5) 30 (6) 34 கி. மீ. (7) 10 கி. மீ. (8) (i) 30 கி. மீ. (ii) $26\frac{2}{3}$ கி. மீ. (9) மணிக்கு $3\frac{1}{9}$ கி. மீ.

6. நிகழ்மதிப்பும் உண்மைத் தள்ளுபடியும்

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 98

(1) (i) ரூ. 2000 (ii) ரூ. 1000 (iii) ரூ. 700 (iv) ரூ. 1600 (v) ரூ. 2800 (vi) ரூ. 2000 (2) (i) 63 (ii) ரூ. 105 (iii) ரூ. 90 (iv) ரூ. 9 (v) ரூ. 30 (3) ரூ. 2500 (4) ரூ. 2400 (5) ரூ. 7750 (6) ரூ. 17 (7) ரூ. 5100 (8) இரண்டும் சமம்.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 100

(1) ரூ. 700 (2) ரூ. 2279; ரூ. 2150 (3) ரூ. 1850 (4) 4% (5) 6% (6) $4\frac{1}{2}$% (7) $1\frac{3}{4}$ ஆண்டு (8) 7 மாதங்கள் (9) 3 மாதங்கள்.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 104

(i) ரூ. 72 (2) ரூ. 5 (3) ரூ. 14·70 (4) ரூ. 48 (5) ரூ. 61·50 (6) ரூ. 840.

வெளிநாட்டு உண்டியல்

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 107

(1) ரூ. 36, ரூ. 215·4 (2) ரூ. 31·50, ரூ. 3468·50 (3) ரூ. 2205 (4) ரூ. 2534.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 108

(1) $5\frac{1}{2}$% (2) $3\frac{3}{4}$% (3) 4% (4) 6%.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 109

(1) ரூ. 3650 (2) ரூ. 3250 (3) ரூ. 2200 (4) ரூ. 1825, ரூ. 9.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 110

(1) 27—1—1967 (2) ஜூன் 15ஆம் தேதி (3) ஆகஸ்ட் 6ஆம் தேதி (4) மே மாதம் 18ஆம் தேதி.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 112

(1) ரூ. 99·58 (2) ரூ. 92·82 (3) ரூ. 401·20 (4) ரூ. 4708·86 (5) ரூ. 528·85.

7. கூட்டு வட்டி

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 115

I. (1) ரூ. 2205, ரூ. 205 (2) ரூ. 5408, ரூ. 408 (3) ரூ. 1404·50, ரூ. 154·50 (4) ரூ. 2496·96, ரூ. 96·96 (5) ரூ. 1,06,090, ரூ. 6090 II. (1) ரூ. 8405, ரூ. 405 (2) ரூ. 7225, ரூ. 825 (3) ரூ. 7259·04, ரூ. 859·04 (4) ரூ. 13778, ரூ. 978 (5) ரூ. 8694·45, ரூ. 694·45 (6) ரூ. 4368·10, ரூ. 368·10 (7) ரூ. 1884·98, ரூ. 84·98 (8) ரூ. 2671·26, ரூ. 271·26 III. (1) ரூ. 12915, ரூ. 915 (2) ரூ. 10504, ரூ. 504 (3) ரூ. 6868·80' ரூ. 868·80 (4) ரூ. 4773·60, ரூ. 273·60 (5) ரூ. 35593·75, ரூ. 3593·75 (6) ரூ. 13406·25, ரூ. 606·25.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 117

(1) ரூ. 10506·25, ரூ. 506·25 (2) ரூ. 2601, ரூ. 101 (3) ரூ. 16974·40, ரூ. 974·40 (4) ரூ. 20301, ரூ. 301 (5) ரூ. 6806·25, ரூ. 406·25 (6) ரூ. 2472·48, ரூ. 72·48 (7) ரூ. 3378·42, ரூ. 178·42 (8) ரூ. 9610, ரூ. 610.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 117

(1) ரூ. 520 (2) ரூ. 5100 (3) ரூ. 1076·25 (4) ரூ. 427 (5) ரூ. 1121 (7) ரூ. 2090.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 119

(1) ரூ. 7744 (2) ரூ. 6480 (3) ரூ. 18062·50 (4) 40·5 டெசி மீ. (5) 39200 பேர்கள்.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 120

(1) ரூ. 7·50 (2) ரூ. 15 (3) ரூ. 6·25 (4) ரூ. 2 (5) ரூ. 6·25 (6) ரூ. 2·50 (7) ரூ. 2121·60 (8) ரூ. 15·00 (9) ரூ. 688·50 (10) ரூ. 12215.

8. வர்க்க மூலம்

மனக்கணக்குகள் (1) : பக்கம் : 124

(i) *36, 64, 121, 144, 169, 225, 256, 324,* x^2, y^2, $4x^2$, $9p^2$ (ii) *2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 16,* x, a, $4x$, $5a$ (iii) *4, 16, 25, 81,* a^2, $36x^2$ (iv) *1, 6, 9, 0, 4, 5, 4, 9, 6, 1* (v) *2* (அல்) *8; 3* (அல்) *7; 4* (அல்) *6; 1* (அல்) *9, 5, 0* (vi) *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7* (vii) *2, 2, 2, 3, 3, 4, 4* (viii) *11 செ. மீ., 14 செ. மீ., 12 மீ., 20 மீ., 3a செ. மீ.*

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 125

(*1*) (i) *126* (ii) *440* (iii) *72* (iv) *312* (*2*) (i) *18* (ii) *24* (iii) *27* (iv) *45* (v) *30* (vi) *36* (vii) *32* (viii) *39* (*3*) (i) *6* (ii) *11* (iii) *5* (iv) *2* (v) *9* (vi) *12* (vii) *16* (viii) *13* (ix) *10* (x) *6* (*4*) *75* (*5*) *22 மீ.* (*6*) (i) *30 ச. செ. மீ.* (ii) *84 ச. செ. மீ.* (iii) *48 ச. செ. மீ.*

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 128

(*1*) (i) *17, 19, 21, 24* (ii) *32, 56, 48, 65* (iii) *175, 111, 123, 212* (iv) *455, 574, 679, 813* (v) *2132, 1371, 4613, 21344* (*2*) (i) *303, 102, 405, 709* (ii) *1204, 4018, 2006, 3007* (*3*) *90, 1200, 180, 590, 5020.*

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 128

(*1*) *64 வரி.* (*2*) *72 பேர்கள்* (*3*) *6 பேர்கள்* (*4*) *எண்கள் 24, சராசரி 96* (5) *48* (6) *8%* (7) *59 மீ.*

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 130

(*1*) (i) *240 மீ.* (ii) *88 மீ.* (iii) *492 மீ.* (iv) *60 மீ.* (v) *800 மீ.* (vi) *440 மீ.* (2) *ரூ. 45* (*3*) *448 மீ.* (4) *150 மீ.* (5) *ரூ. 4410* (*6*) *135 மீ.* (7) *சது. ரூ. 76·80, செவ். ரூ. 83·20* (8) *அடி. 170 மீ., உய. 136 மீ.* (9) *120 மீ.* 10) *நீ. 40 மீ., அக. 10 மீ., உய. 5 மீ.*

மனக்கணக்குகள் (2) : பக்கம் : 133

(i) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{5}{6}$ (ii) $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{8}$, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{2}{8}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{10}$ (iii) *0·3, 0·2, 0·5, 0·04, 0·12, 0·08* (iv) *1·1, 1·5, 1·3, 1·2, 1·6, 1·4.*

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 134

(1) (i) $\frac{40}{43}$ (ii) $\frac{17}{22}$ (iii) $\frac{27}{104}$ (iv) $\frac{32}{35}$

(2) (i) 0·45 (ii) 0·52 (iii) 0·11 (iv) 0·502 (v) 0·191 (vi) 0·217 (vii) 0·73 (viii) 0·0044 (ix) 0·0012 (3) (i) 1·18 (ii) 7·62 (iii) 23·4 (iv) 23·23 (v) 33·3 (vi) 66·1 (vii) 8·05 (viii) 90·3 (ix) 203·4 (x) 312·21 (xi) 81·04 (xii) 105·09 (4) 82·5 மீ. (5) 179·2 மீ.

பயிற்சி 6 : பக்கம் : 135

(1) 1·414, 1·732 (2) 6·5, 7·7, 9·2 (3) 3·55, 6·62, 1·62 (4) 36·2, 11·3.

பயிற்சி 7 : பக்கம் : 136

(1) 4·242, 5·656, 12·726, 14·14 (2) 4·472, 8·944, 6·708, 11·180, 22·36 (3) 1·30, 0·69 (4) 21·4, 2·14, 0·214, 214 (5) 3·65, 0·365, 0·0365, 365 (6) (i) 5 (ii) 2 (iii) 6 (iv) 6 (v) 3 (7) (i) $\sqrt{\frac{A}{\pi}}$ (ii) $\sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ (iii) $\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ (iv) $\sqrt{\frac{A}{4\pi}}$ (8) 30 (9) 28 10 (i) 1·1 கி. மீ. (ii) 7 கி. மீ.

பயிற்சி 8 : பக்கம் : 138

(i) ரூ. 1800 (2) ரூ. 165 (3) ரூ. 126·40 (4) ரூ. 78·75 (5) 5 மீ. (6) 90 மீ. (7) ரூ. 50 (8) 35·7, 357, 0·0357 (9) 1·95 (10) ரூ. 271·61.

9. பித்தகோரஸ் உணர்த்திய உண்மையும் அதன் பயன்பாடும்

மனக்கணக்குகள் (1) : பக்கம் : 143

(1) $c^2=a^2+b^2$, $c=\sqrt{a^2+b^2}$; $b^2=c^2-a^2$, $b=\sqrt{c^2-a^2}$; $a^2=c^2-b^2$, $a=\sqrt{c^2-b^2}$ (2) $p^2+q^2=r^2$, $\sqrt{p^2+q^2}=r$; $r^2-q^2=p^2$, $\sqrt{r^2-q^2}=p$; $r^2-p^2=q^2$, $\sqrt{r^2-p^2}=q$ (3) $p=\sqrt{q^2+r^2}$, $q=\sqrt{p^2-r^2}$, $r=\sqrt{p^2-q^2}$

(4) (i) $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $x=\sqrt{z^2-y^2}$, $y=\sqrt{z^2-x^2}$
(ii) $n=\sqrt{l^2+m^2}$, $l=\sqrt{n^2-m^2}$, $m=\sqrt{n^2-l^2}$
(iii) $p=\sqrt{q^2-r^2}$, $q=\sqrt{p^2+r^2}$, $r=\sqrt{q^2-p^2}$.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 145

(1) (i) 5 செ. மீ. (ii) 13 செ. மீ. (iii) 17 டெசி மீ. (iv) 25 டெசி மீ. (v) 15 மீ. (vi) 41 செ. மீ. (vii) 37 டெசி மீ. (viii) 6·5 செ. மீ. (ix) 3·9 டெசி மீ. (x) 36·8 செ. மீ. (xi) 17·5 மீ. (xii) 14·4 டெசி மீ.
(2) (i) 48 (ii) 35 (iii) 99 (iv) 16 (v) 36 (vi) 36 (vii) 12 (viii) 2·1 (ix) 2 (x) 31·5 (xi) 14·2 (1 தசம இடத் திருத்தமாக) (xii) 20·7 (1 தசம இடத் திருத்தமாக)
(3) (i) 144 செ. மீ. (ii) 66 செ. மீ. (iii) 150 மீ. (iv) 120 டெசி மீ. (v) 84 மீ. (vi) 154·3 (1 தசம இடத் திருத்தமாக).

மனக்கணக்குகள் (2): பக்கம் : 146

(i) 15 செ. மீ. (ii) 35 செ. மீ. (iii) 6 செ. மீ. (iv) 52 செ. மீ. (v) 91 செ. மீ. (vi) 3·9 செ. மீ. (vii) 50 செ. மீ. (viii) 68 செ. மீ. (ix) 20 செ. மீ. (x) 48 செ. மீ. (xi) 24 செ. மீ. (xii) 2·7 செ. மீ. (xiii) 30 செ. மீ. (xiv) 25 செ. மீ.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 147

(1) 150 கி. மீ. (2) 15 மீ. (3) 8 மீ. (4) $3\frac{1}{2}$ மீ. (5) 25 மீ. (6) 13 மீ. (7) 76 ச. மீ. (8) 17 மீ. (9) $10\frac{1}{2}$ மீ. (10) 60 செ. மீ. (11) ரூ. 75 (12) 1200 மீ.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 150

(1) (i) 90 செ. மீ. (ii) 74 செ. மீ. (iii) 80 மீ. (iv) 45 மீ. (v) 32 செ. மீ. (vi) 24 செ. மீ.
(2) 89·4 மீ. (3) 150 மீ. (4) 130 மீ. (5) 420 மீ.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 152

(1) (i) 7·07 செ. மீ. (ii) 1·6968 மீ. (iii) 35·35 மீ. (iv) 14·847 மீ. (2) (i) 14·14 செ. மீ. (ii) 7·07 மீ.

(iii) 35·36 மீ. (iv) 31·82 செ.மீ. (3) (i) 24·5 ச.செ.மீ. (ii) 8 ச.மீ. (iii) 242 ச. மீ. (iv) 112·5 ச. மீ. (4) (i) 64 ச. செ. மீ. (ii) 144 ச. செ. மீ. (iii) 6·25 ச.மீ. (iv) 12·25 ச. மீ. (5) (i) 6·828 செ. மீ. (ii) 10·242 செ.மீ. (iii) 102·42 செ.மீ. (iv) 61·452 செ.மீ. (6) (i) 5·656 செ.மீ. (ii) 7·07 செ.மீ. (iii) 42·42 செ.மீ. (iv) 9·898மீ. (v) 1·6968 மீ. (7) (i) 8·484 செ. மீ. (ii) 11·312 மீ. (iii) 21·21 மீ. (iv) 2·2624 மீ. (v) 14·14 மீ. (8) (i) 7·07 மீ. (ii) 16·97 செ. மீ. (iii) 27·86 மீ. (iv) 17·68 செ. மீ. (v) 10·61 செ. மீ. (9) (i) 32 ச.செ.மீ. (ii) 60·5 ச.செ.மீ. (iii) 72 ச.செ.மீ. (iv) 43·32 ச. செ. மீ.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 154

(1) (i) 43·3 ச. செ. மீ. (ii) 10·83 ச. செ. மீ. (iii) 21·21 ச. செ. மீ. (iv) 62·35 ச. மீ. (v) 17·74 ச. மீ. (vi) 97·43 ச. மீ. (2) ரூ. 1247·04 (3) ரூ. 97 (4) 119 ச. செ. மீ. (5) ரூ. 69·28 (6) (i) 5·196 செ. மீ. (ii) 6·628 செ. மீ. (iii) 9·526 செ.மீ. (iv) 25·98 மீ. (v) 45·7248 செ. மீ. (7) (i) 16·7 செ. மீ. (ii) 44·0 மீ. (iii) 32·2 மீ. (iv) 3·6 செ. மீ. (8) 38 மீ. (9) ரூ. 45 (10) 60·62 மீ.

பயிற்சி 6 : பக்கம் : 156

(1) (i) 10 செ. மீ., 8·66 செ.மீ. (ii) 6 செ. மீ., 5·196 செ. மீ. (iii) 3 மீ., 2·598 மீ. (iv) 8·6 செ. மீ., 7·5476 செ. மீ. (v) $2x$ செ. மீ., $1·732x$ செ. மீ. (2) (i) 4 செ. மீ., 6·928 செ. மீ., (ii) 6 செ. மீ., 10·392 செ. மீ. (iii) 7·5 செ. மீ., 13·09 செ. மீ. (iv) x செ.மீ., $1·732\ x$ செ. மீ. (v) $\frac{y}{2}$ செ. மீ., $\frac{\sqrt{3}}{2}y$ செ. மீ. (3) (i) 2 செ. மீ., 4 செ. மீ., (ii) 10 செ. மீ., 20 செ. மீ. (iii) 15 செ. மீ., 30 செ. மீ. (iv) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ செ. மீ., $\frac{24}{\sqrt{3}}$ செ.மீ. (v) $\frac{x}{\sqrt{3}}$ செ.மீ., $\frac{2x}{\sqrt{3}}$ செ. மீ. (vi) $\frac{2y}{\sqrt{3}}$ செ. மீ. $\frac{4y}{\sqrt{3}}$ செ. மீ. (4) 7·2 ச. செ. மீ., 31·176 ச. செ. மீ. (5) 27·712 ச. செ. மீ. (6) 4·33 மீ., 2·5. மீ.

10. செவ்வகக் கன உருவங்கள்

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 160

(1) (i) 3000 க. செ. மீ. (ii) 5000 க. செ. மீ. (iii) 4042 க. செ. மீ. (iv) 11200 க. செ. மீ. (2) (i) 2·88 க. டெசி மீ. (ii) 8·208 க. டெசி மீ. (iii) 6·624 க. டெசி மீ. (iv) 10·648 க. டெசி மீ. (3) (i) 4000000 க. செ. மீ. (ii) 3000026 க. செ. மீ. (iii) 5400000 க. செ. மீ. (iv) 16700000 க. செ. மீ. (4) (i) 5 லி. 3 டெசி லி., 7 செ. லி., 6 மில்லி லி. (ii) 9 டெசி லி. 4 செ. லி. 3 மில்லி லி. (iii) 10 லி. 2 டெசி லி.5 செ. லி. 6 மில்லி லி. (5) (i) 576 க. செ. மீ. (ii) 608 க.டெசிமீ. (iii) 3000 க. செ.மீ. (iv) 161 க.மீ. (v) 2·16 க.மீ.(vi) 8·64 க.மீ. (6) (i) $\frac{24}{25}$ க. மீ. (ii) $22\frac{1}{2}$ க.மீ. (iii) 0·06 க. மீ. (iv) 195 க. மீ. (7) ரூ. 15 (8) ரூ. 100000 (9) ரூ. 90 (10) 72 லி.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 161

(1) 200 க. மீ. (2) 2625 கி. கி. (3) 3·6 மெ. டன். (4) 2000 கி. கி. (5) ரூ. 936 (6) 350 கி.கி. (7) 30 பேர்கள்; 10 க. மீ. (8) 1·2 கி. கி.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 163

(1) 480 க. சது. (2) 360 கட்டிகள் (3) 30 முறை (4) 500துண்டுகள் (5) 240 சட்டங்கள் (6) 44 க.மீ., 4 குவி. (7) 75 லி. (8) 233 டின்கள், 1·2 க. மீ. (9) ரூ. 96 (10) 42000 கற். (11) 16250 கற். (12) 1500 கற்.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 165

(1) (i) 12 செ. மீ. (ii) 24 செ. மீ. (iii) 4·5 டெசி மீ. (iv) 8 மீ. (v) 25 செ. மீ. (vi) 28 செ. மீ. (2) 2 மீ. (3) 20 மீ. (4) 5 மீ.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 166

(1) 1 மீ. (2) 10 செ.மீ. (3) 240 வண்டிகள் (4) 1 மீ. (5) 1236 க. மீ. (6) 26 செ. மீ.

பயிற்சி 6 : பக்கம் : **168**

(1) 2 டெசி மீ. (2) ரூ. 1560 (3) 3 செ. மீ. (4) 800 மீ. (5) அக. $7\frac{1}{2}$ மீ., உயரம் 6 மீ. (6) 134 செ. மீ. (1 தசம இடத் திருத்தமாக) (7) 0·2 செ. மீ. (8) 2400 ச. செ. மீ., 40 செ. மீ. (9) 2·9 மீ. (10) 47·5 செ. மீ.

பயிற்சி 7 : பக்கம் : **171**

(1) (i) (*a*) 46 செ. மீ. × 26 செ. மீ. × 16 செ. மீ. (*b*) 41 செ. மீ. × 21 செ.மீ. × 14 செ.மீ. (*c*) 56 செ.மீ.× 36 செ. மீ. × 21 செ. மீ. (*d*) 1·96 மீ.×1·46 மீ.×0·71 மீ. (ii) (*a*) 48 செ. மீ.×28 செ.மீ.×19 செ.மீ. (*b*) 43 செ.மீ.× 23 செ.மீ.×17 செ.மீ. (*c*) 58 செ.மீ.×38 செ.மீ.×24 செ.மீ. (*d*) 1·98 மீ. × 1·48 மீ. × 0·74 மீ. (2) (i) (*a*) 55 செ. மீ.× 29 செ. மீ. × 25·5 செ. மீ. (*b*) 68 செ. மீ.×43 செ. மீ.× 26·5 செ. மீ. (*c*) 55 செ. மீ. × 39 செ. மீ. × 31·5 செ. மீ. (*d*) 1·78 மீ. × 1·53 மீ. × 1·265 மீ. (ii) (*a*) 56 செ. மீ.× 30 செ. மீ. × 28 செ. மீ. (*b*) 69 செ. மீ. × 44 செ. மீ. × 29 செ. மீ. (*c*) 56 செ. மீ. × 40 செ. மீ. × 34 செ. மீ. (*d*) 1·79 மீ. × 1·54 மீ. ×1·29 மீ. (3) 41500 க. செ. மீ., 112500 க. செ. மீ. (4) 12·236 கி. கி. (5) 7110 கிராம் (6) 0·2 கிராம் (7) 3451 கிராம். (கிராம் திருத்தமாக) (8) 151·9 க. மீ. (9) 882 கிராம் (10) 2688 க. செ. மீ. (11) 101 கி. கி. (12) 4000 க. செ. மீ.

பயிற்சி 8 : பக்கம் : **175**

(1) (i) 54 க. செ. மீ., 96 ச. செ. மீ. (ii) 216 க.மீ., 216 ச. மீ. (iii) $3\frac{3}{8}$ க. மீ., $13\frac{1}{2}$ ச. மீ. (iv) x^3 க. மீ., $6x^2$ ச. மீ. (2) (i) 3 செ. மீ. (ii) 1 மீ. (iii) $\frac{5}{6}$ மீ. (iv) $2a$ மீ. (3) (i) 512 க. செ. மீ. (ii) $3\frac{3}{8}$ க. மீ. (iii) $27a^3$ க. மீ. (iv) $125\ x^3$ க. மீ. (4) ரூ. 1920, ரூ. 12 (5) 125 க. மீ. (6) (i) $a^3 : b^3$ (ii) $a^2 : b^2$.

பயிற்சி 9 : பக்கம் : **176**

(1) (i) 98 ச. செ. மீ. (ii) $6\frac{3}{4}$ ச. மீ. (iii) 217 ச. மீ. (iv) $2\ (xy + yz + zx)$ ச. மீ. (v) $52\ a^2$ ச. செ. மீ.

(2) ரூ. 108·80 (3) ரூ. 104 (4) 12 மீ. (5) 20 மீ., 16 மீ. 12 மீ. (6) 4 மீ.

11. ஒருங்கமைச் சமன்பாடுகள்

[இந்தப் பகுதியில் ஒவ்வொரு விடையிலும் முன்னு லிருப்பது x இன் மதிப்பு; பின்னுலிருப்பது y இன் மதிப்பு]

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 180

(1) 3, 4 (2) 2, 6 (3) −1, 6 (4) −7, 5 (5) 1, 2 (6) 3, 2 (7) −1, 2 (8) 7, 3 (9) 8, 1 (10) 6, −1 (11) $\frac{1}{2}$, 3 (12) 2, 1 (13) −1, 1 (14) 2, −1 (15) 4, 8 (16) 4, 2.

பயிற்சி 1 : பக்கம் : 180

(1) 5, 3 (2) 12, 8 (3) 15, 25 (4) 10, 11 (5) 2, $1\frac{1}{2}$ (6) 5, 0 (7) 0, 4 (8) 8, 19 (9) −2, 4 (10) 3, −6 (11) −1, −2 (12) −2, −5 (13) 3, 1 (14) 1, 2 (15) 8, 2 (16) 3, 2 (17) 3, −3 (18) −4, −1 (19) −3, 5 (20) −5, −8 (21) 3, 4 (22) 1, 2 (23) 2, −2 (24) 5, −4.

பயிற்சி 2 : பக்கம் : 182

(1) 3, 5 (2) 7, 4 (3) 5, 1 (4) 6, 2 (5) $\frac{1}{2}$, 4 (6) 8, $\frac{1}{4}$ (7) 2, 3 (8) 3, 4 (9) 4, 7 (10) 3, 5 (11) 1, −1 (12) −2, 3 (13) −1, 2 (14) 3, −2 (15) 4, 3 (16) −2, −1.

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 183

(1) 10, 6 (2) 6, 9 (3) 5, 4 (4) 3, 7 (5) 4, 3 (6) −3, 8 (7) −2, −1 (8) 8, 5 (9) 12, 6 (10) 10, 15.

பயிற்சி 4 : பக்கம் : 184

(1) 4, 5 (2) 9, 4 (3) 1, 5 (4) 9, 5 (5) 5, 3 (6) 3, −4.

பயிற்சி 5 : பக்கம் : 185

(1) 1, 3 (2) 4, 5 (3) 2, 1 (4) 2, −2 (5) −1, −2 (6) 2, 1

பயிற்சி 6 : பக்கம் : 185

(1) 3,9 (2) 10, 8 (3) 6, 5 (4) 4, 1 (5) 8, 6 (6) 10, 4.

12. செய்முறை ஜியோமிதி

பயிற்சி 3 : பக்கம் : 195

(1) 9 ஹெக்டேர் 82·5 ஏர்; 108 ஹெக்டேர்; 20 ஹெக்டேர் (2) 15 ஹெக்டேர் (3) 8·175 ஹெக்டேர் (4) 63 ஹெக்டேர் (5) 1473 மீ.; 1200 ஏர் (6) சுற்றளவு 2168·6 மீ., பரப்பு 23·65 ஹெக்டேர்.

மனக்கணக்குகள் : பக்கம் : 203

(1) (i) 25 ச.செ.மீ. (ii) 100 ச.செ.மீ. (iii) 36 ச.மீ. (iv) 1·2 ச.மீ. (v) 2·56 ச.மீ. (vi) x^2 ச.மீ. (2) (i) 112·5 ச.செ.மீ. (ii) 3·125 ச.மீ. (iii) 8 ச.மீ. (iv) 128 ச.செ.மீ. (v) 2·42 ச.மீ. (vi) $\frac{y^2}{2}$ ச.மீ. (3) (i) 50 ச.செ.மீ. (ii) 40 ச.மீ. (iii) 252 ச.மீ. (iv) xy ச.மீ. (4) நான்கு இருசமபக்க செங்கோண $\triangle$ கள் (5) இரண்டு ஜோடி இருசமபக்க $\triangle$ கள் (6) 40000 ச.மீ. (7) 3 ஹெக்டேர்.

பயிற்சி 7 : பக்கம் : 205

(1) 22 ஹெக்டேர் 50 ஏர் (3) 1000 ஹெக்டேர் (4) $6\frac{3}{4}$ ச.மீ.; 27 செடிகள் (5) (a) 296 ச.மீ. (b) 1180 ச.மீ. (6) (i) 2000 ச.மீ. (ii) 1808 ச.மீ. (iii) 156 ச.மீ.

பயிற்சி 8 : பக்கம் : 206

(1) 100 ச.மீ.; 1080 ச.மீ.; 204 ச.மீ.; 320 ச.செ.மீ.; 1008 ச.மீ.; 528 ச.மீ. (2) (i) 6 ச.மீ. (ii) 76 ச.மீ. (iii) 68 ச.மீ.

மனக்கணக்குகள் : **பக்கம் : 213**

(1) 36 செ.மீ. (2) 3 செ.மீ (3) 180° (4) 130°, 50°, 130° (5) 120° (6) செவ்வகம் (7) சமம்; △களின் பக்கங்கள் சமம் (8) செங்கோணங்கள் 4 இருக்கலாம்; விரிகோணங்கள் இரண்டு இருக்கலாம்; குறுங்கோணங்கள் இரண்டு இருக்கலாம் (9) 15 ச.செ.மீ. (10) 2·5 செ.மீ.

மனக்கணக்குகள் : **பக்கம் : 218**

(1) (*a*) 16 செ.மீ. (*b*) 32 செ.மீ. (*c*) 20 செ.மீ. (*d*) 4*x* மீ. (2) (*a*) 11 செ.மீ. (*b*) 4 மீ. (*c*) 6 மீ. (*d*) $\frac{x}{4}$ மீ. (3) 360° (4) செங்கோண முக்கோணங்கள் (5) (i) 24 ச.செ.மீ. (ii) 54 ச.செ.மீ. (iii) 35 ச.செ.மீ. (iv) 44 ச.மீ. (v) $\frac{xy}{2}$ ச. மீ. (vi) $\frac{ab}{2}$ ச.மீ. (6) 1[illegible] 5 செ.மீ (ii) 6·5 செ.மீ. (iii) 2·5 செ. மீ. [illegible] 13 செ. மீ. (v) 15 மீ. (vi) $\sqrt{x^2+y^2}$ மீ.